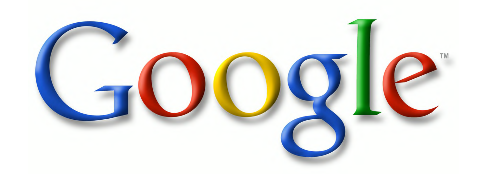
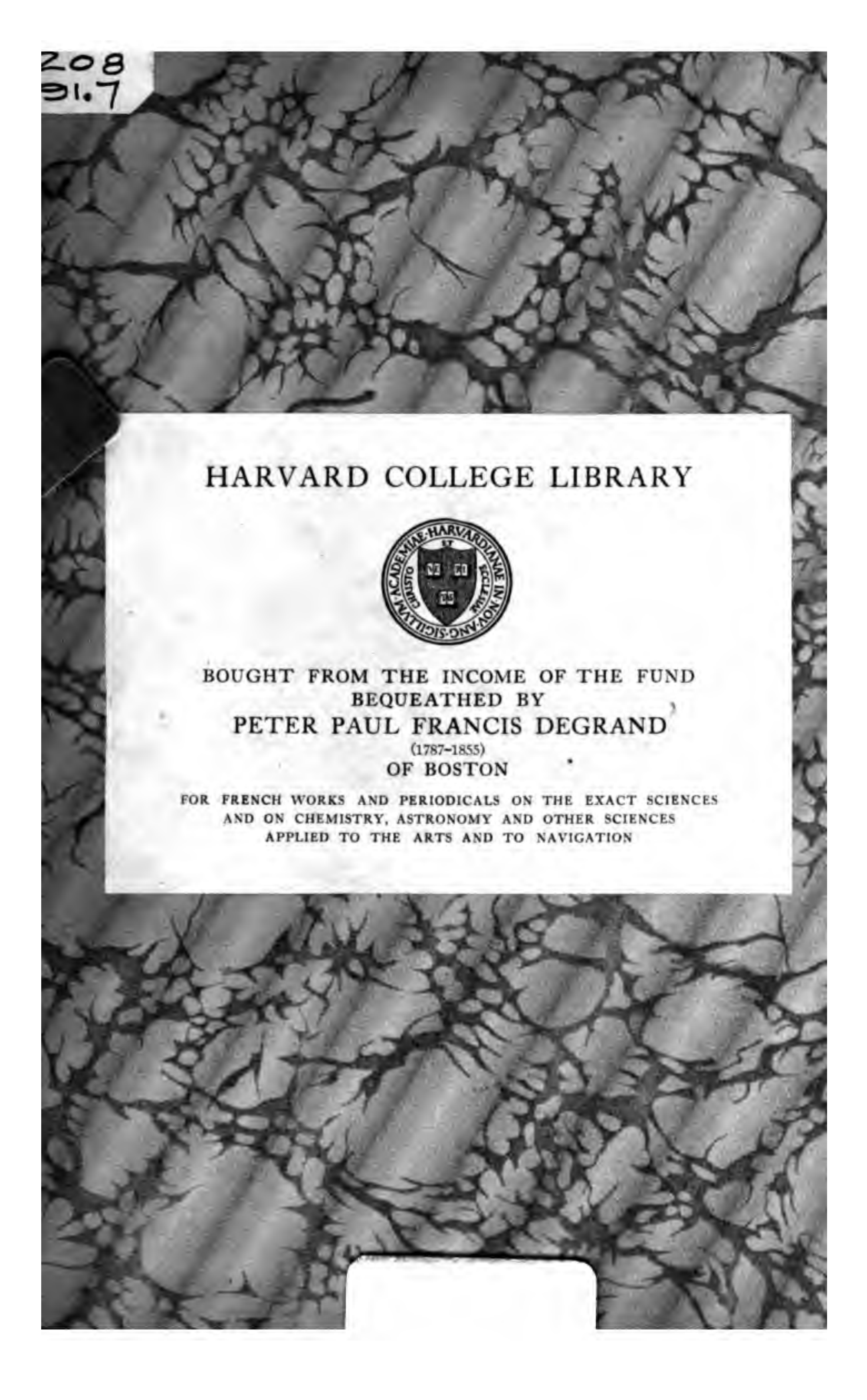
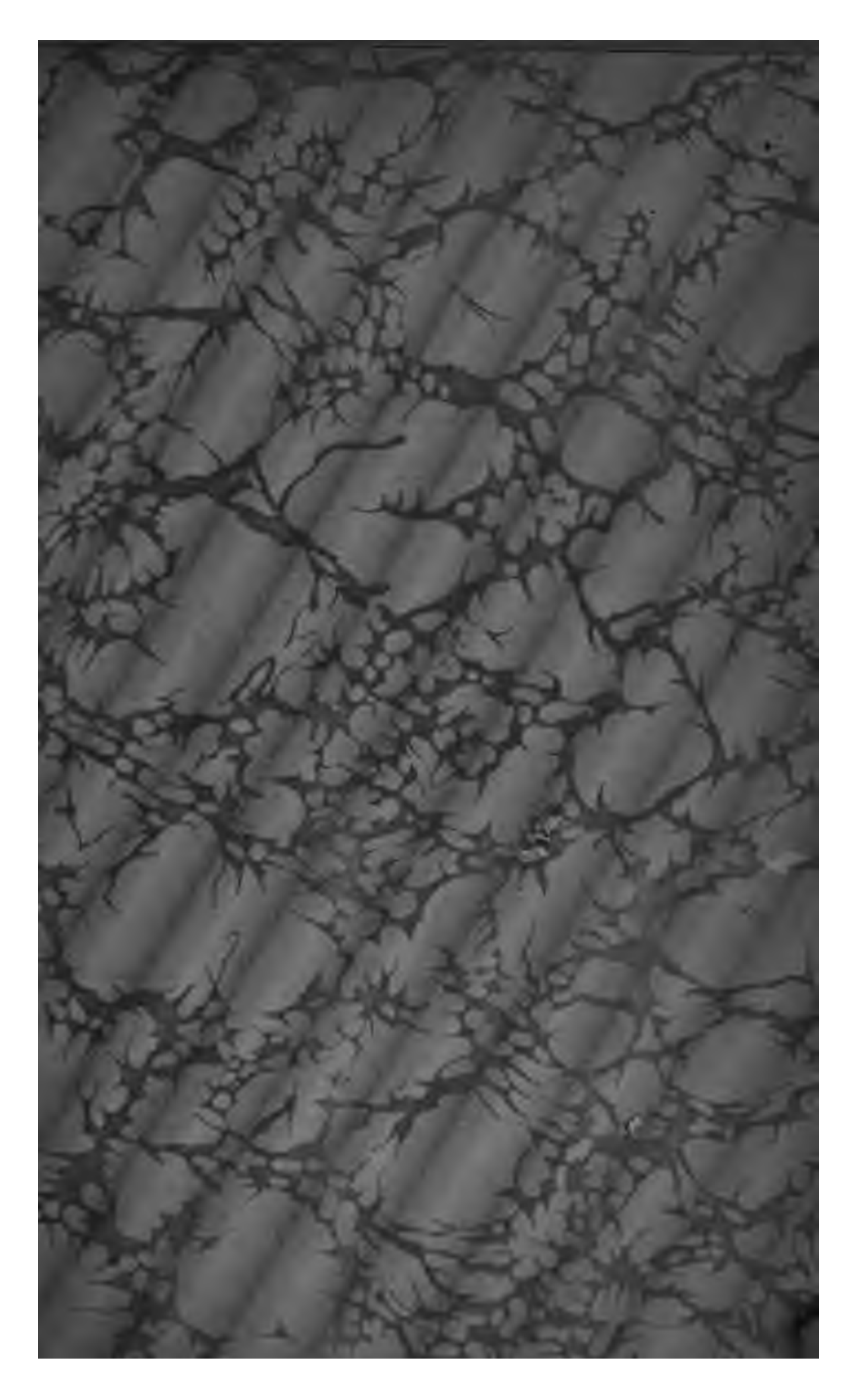








COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.


Ο ΘΕΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΕΙ

COURS

DE PHYSIQUE

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,

PAR M. JAMIN.

QUATRIÈME ÉDITION,

AUGMENTÉE ET ENTIÈREMENT REFONDUE,

PAR

M. BOUTY,
Professeur à la Faculté des Sciences de Paris.

TOME QUATRIÈME

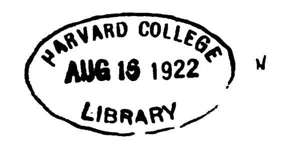
(2e PARTIE).

AIMANTS. MAGNÉTISME. INDUCTION.
MÉTÉOROLOGIE ÉLECTRIQUE. APPLICATIONS.
THÉORIES GÉNÉRALES.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES
DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1891


HARVARD COLLEGE
AUG 16 1922
LIBRARY

TROISIÈME FASCICULE.

LES AIMANTS.

MAGNÉTISME, ÉLECTROMAGNÉTISME, INDUCTION.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

POTENTIEL MAGNÉTIQUE.

Expérience de l'aimant brisé. — Énoncé de la loi de Coulomb. — Potentiel d'une particule magnétique. — Intensité de l'aimantation. — Potentiel magnétique. — Distribution fictive du magnétisme. — Quantité de magnétisme d'un aimant. — Distributions solénoïdale et lamellaire. — Énergie de position d'un aimant. — Aimant placé dans un champ magnétique uniforme. — Vérification. — L'action terrestre se réduit à un couple. — Définition de la déclinaison et de l'inclinaison. — Mesure du moment du couple directeur.

EXPÉRIENCE DE L'AIMANT BRISÉ. — Nous connaissons déjà quelques-unes des propriétés générales des aimants : ils attirent la limaille de fer et se dirigent soit sous l'action de la terre ou sous l'action des courants.

Fig. 1.

A b C a B

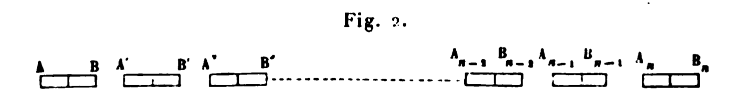
L'expérience suivante, qui est très ancienne, nous fera pénétrer plus profondément dans la connaissance des aimants.

Une aiguille à tricoter AB (*fig.* 1) est aimantée, puis rompue par son milieu, et l'on trouve que chacune des deux moitiés AC, BC constitue un aimant complet. La moitié australe AC de l'aiguille présente son pôle boréal *b* au point C de rup-

ture, la moitié boréale a son pôle austral *a* en C. Ces deux pôles préexistaient évidemment à la rupture; mais leurs actions extérieures se neutralisaient exactement.

On peut maintenant rompre chacun des fragments AC, AB en autant de morceaux que l'on voudra : quelle que soit leur place dans l'aimant primitif, ils offriront toujours après la rupture deux pôles opposés. Nous sommes donc conduits à assimiler un aimant complet à une chaîne d'un très grand nombre de petits aimants AB, A′B′, ..., $A_{n-1}B_{n-1}$, A_nB_n (*fig.* 2),

Fig. 2.



disposés, avec leurs pôles contraires en regard, de telle sorte que les effets extérieurs se réduisent à peu près à ceux des pôles extérieurs A et B_n.

Afin d'apporter dans notre étude la plus grande simplicité possible, nous sommes donc conduits à nous occuper d'abord des propriétés d'aimants infiniment petits, tels que AB. En employant des aimants de très petites dimensions par rapport à la distance qui les sépare, on est parvenu à se former une idée nette de ce que seraient les propriétés d'aimants infiniment petits, et à en déduire une théorie mathématique du magnétisme. Nous exposerons d'abord les éléments de cette théorie; nous en comparerons ensuite les conséquences aux résultats directs de l'expérimentation.

ÉNONCÉ DE LA LOI DE COULOMB. — Nous admettrons qu'on peut réduire un aimant infiniment petit AB à deux pôles ou centres de force opposés; les actions réciproques de deux aimants infiniment petits AB, A′B′ se composent donc de quatre forces, deux attractives et deux répulsives, passant respectivement par ces pôles.

A et A′ se repoussent ainsi que B et B′; mais A et B′ s'attirent; il en est de même de B et de A′. On admet, depuis Coulomb, que, pour deux pôles donnés, A et A′ par exemple, ces actions varient en raison inverse du carré de la distance, et qu'à distance égale les actions opposées des deux pôles A et

B d'un même aimant sur un autre pôle A′ sont égales en valeur absolue.

Tout se passe donc comme si A, B, A′, B′ étaient des points électrisés et si A et B d'une part, A′ et B′ de l'autre, possédaient des charges électriques $+m$ et $-m$, $+m'$ et $-m'$, deux à deux égales et contraires.

Les aimants sont d'ailleurs sans action sur les corps électrisés immobiles, et réciproquement; il n'y a donc qu'une simple analogie entre les deux sortes d'attractions et de répulsions électriques et magnétiques.

De même qu'on explique les attractions et répulsions électrostatiques par l'hypothèse de fluides électriques, on fut conduit tout d'abord à expliquer les attractions et répulsions magnétiques à l'aide de fluides magnétiques doués de propriétés correspondantes; on n'a renoncé à la considération de ces derniers fluides qu'après la découverte des actions réciproques des aimants et des courants.

Mais, si l'on ne peut plus aujourd'hui attribuer les phénomènes électriques et magnétiques à des causes absolument indépendantes, il demeure légitime de traduire analytiquement l'analogie des actions magnétiques et électrostatiques, par une analogie correspondante des formules, et de définir des quantités physiques qui joueront, par rapport aux actions magnétiques, le même rôle que les quantités d'électricité et le potentiel jouent en électrostatique.

Nous représenterons donc l'action réciproque de deux pôles magnétiques situés à la distance r par la formule

$$f = \frac{\mu\mu'}{r^2}. \tag{1}$$

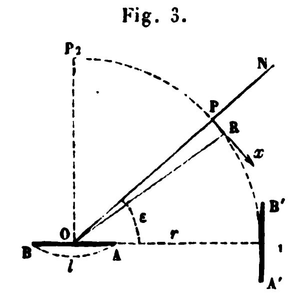
μ et μ' seront les *quantités de magnétisme* caractéristiques de ces deux pôles. La quantité de magnétisme μ est l'analogue de la quantité d'électricité m. *Un pôle austral unité ou un pôle possédant une quantité de magnétisme austral égale à 1 est celui qui, agissant sur un pôle égal, à l'unité de distance* (1^cm^), *produit une force répulsive égale à l'unité de force* (1 *dyne*). De même on définira un pôle boréal unité, ou une quantité de magnétisme boréal égale à l'unité.

POTENTIEL D'UNE PARTICULE MAGNÉTIQUE. — Le potentiel magnétique

$$V = \sum \frac{\mu}{r} \tag{2}$$

est l'analogue du potentiel électrostatique et jouit des mêmes propriétés. La force exercée en un point quelconque de l'espace sur un pôle austral unité placé en ce point a pour composantes les trois dérivées de ce potentiel prises en signe contraire. Cette propriété résulte de la loi élémentaire (1) des actions magnétiques et de la définition du potentiel. Il est inutile de revenir ici sur la démonstration déjà donnée en électrostatique.

Fig. 3.



Considérons un petit aimant AB (*fig.* 3) dont les deux pôles contiennent des quantités de magnétisme égales à μ et sont séparés par une distance l. Le potentiel en un point P, dont les distances en A et B sont r et r', est

$$V = \mu\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'}\right) = \mu\,\frac{r' - r}{rr'}.$$

Soit ε l'angle de la droite OP qui joint le milieu de l'aimant au point P avec la direction OA de l'*axe magnétique* BA. On a, à la limite, quand l tend vers zéro,

$$r' - r = l\cos\varepsilon,$$

$$V = \frac{\mu l \cos\varepsilon}{r^2}$$

ou, en désignant par M le produit μl, que nous nommerons *moment magnétique*,

$$V = \frac{M}{r^2}\cos\varepsilon. \tag{3}$$

INTENSITÉ DE L'AIMANTATION. — L'expérience de l'aimant brisé nous a appris qu'un aimant doit être décomposé par la pensée

en aimants élémentaires dont la dimension échappe à nos procédés de mesure. Proposons-nous de former le potentiel magnétique d'un aimant fini.

A cet effet, décomposons la masse de l'aimant en éléments de volume à l'aide de trois systèmes de plans parallèles et rectangulaires entre eux. Nous admettrons que chacun des éléments ainsi formés est un aimant dont le moment magnétique M est proportionnel au volume $dv = dx\,dy\,dz$ de l'élément et à un facteur I, que nous appellerons *intensité de l'aimantation* au point O, centre de gravité de l'élément. En d'autres termes, nous admettons que le quotient $I = \frac{M}{dv}$, en un point donné, ne dépend ni de l'orientation des plans coordonnés, ni des dimensions dx, dy, dz de l'élément. Nous supposerons enfin que I est en général une fonction continue des coordonnées x, y, z du centre de gravité O de l'élément.

Le moment magnétique M et, par conséquent, l'intensité I de l'aimantation peuvent être décomposés suivant les trois axes de coordonnées; désignons par λ, μ, ν les cosinus des angles de la direction du moment magnétique avec les axes, par A, B, C les composantes de l'intensité I; on a

$$(4) \qquad A = I\lambda, \qquad B = I\mu, \qquad D = I\nu,$$

et λ, μ, ν sont des fonctions continues des coordonnées x, y, z du point O.

Potentiel magnétique. — Nous avons vu que le potentiel V d'un aimant élémentaire AB, de moment M, en un point P situé à la distance r, dans une direction qui fait l'angle ε avec la direction BA de l'axe de l'aimant, est

$$V = \frac{M}{r^2}\cos\varepsilon.$$

Le petit aimant constitué par l'élément $dx\,dy\,dz$ fournit donc au potentiel V total de l'aimant complexe que nous considérons en ce moment l'accroissement

$$(5) \qquad dV = \frac{I}{r^2}\cos\varepsilon\, dx\,dy\,dz.$$

Soient ξ, η, ζ les coordonnées du point P, extérieur à la masse de l'aimant,

$$r\cos\varepsilon = \lambda(\xi - x) + \mu(\eta - y) + \nu(\zeta - z),$$

et, d'après (2) et (3),

$$dV = [A(\xi - x) + B(\eta - y) + C(\zeta - z)]\frac{1}{r^3}\,dx\,dy\,dz.$$

Cette expression doit être intégrée, en étendant les limites de l'intégration au volume entier du corps:

$$(6)\quad V = \iiint [A(\xi - x) + B(\eta - y) + C(\zeta - z)]\frac{1}{r^3}\,dx\,dy\,dz.$$

L'intégration par parties donne

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} V = &\iint A\,\frac{1}{r}\,dy\,dz + \iint B\,\frac{1}{r}\,dz\,dx + \iint C\,\frac{1}{r}\,dx\,dy \\ &- \iiint \frac{1}{r}\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz. \end{aligned}\right.$$

Les trois premières intégrales doivent être étendues à la surface entière; la dernière, au volume entier du corps.

Soient l, m, n les cosinus des angles que fait avec les axes la direction extérieure de la normale à la surface. La projection d'un élément de surface dS sur le plan des yz est $l\,dS$, mais elle a aussi pour expression $dy\,dz$; on a donc

$$(8)\quad l\,dS = dy\,dz, \qquad m\,dS = dz\,dx, \qquad n\,dS = dx\,dy,$$

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} &\iint A\,\frac{1}{r}\,dy\,dz + \iint B\,\frac{1}{r}\,dz\,dx + \iint C\,\frac{1}{r}\,dx\,dy \\ &= \iint (Al + Bm + Cn)\,\frac{1}{r}\,dS. \end{aligned}\right.$$

Posons

$$(10)\quad \sigma = Al + Bm + Cn,$$

$$(11)\quad \rho = -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right);$$

l'équation (7) devient, d'après (9), (10) et (11),

$$V = \int\int \frac{\sigma}{r} dS + \int\int\int \frac{\rho}{r} dx\, dy\, dz. \tag{12}$$

DISTRIBUTION FICTIVE DU MAGNÉTISME. — QUANTITÉ DE MAGNÉTISME D'UN AIMANT. — La valeur (12) de V est identique à celle que l'on obtiendrait en supposant que ce potentiel provient d'une double distribution de pôles ou de *matière magnétique,* l'une *superficielle* de densité σ, l'autre *solide* (c'est-à-dire étendue à toute la masse) et de densité ρ. On peut donc, au point de vue analytique, substituer à un aimant réel, formé d'aimants moléculaires distribués arbitrairement, mais d'une manière continue, la double distribution fictive de pôles magnétiques (ou de quantités de magnétisme) que nous venons d'imaginer. L'expression du potentiel V, par suite, celle de la force exercée par l'aimant en un point quelconque extérieur à sa masse, demeurent les mêmes.

Chaque aimant élémentaire contient des quantités égales de magnétisme boréal et austral, c'est-à-dire une quantité totale de magnétisme algébriquement nulle. Il en est de même d'un aimant complexe. D'ailleurs, la quantité totale de la double distribution fictive est aussi identiquement nulle .

$$\begin{aligned}\int\int \sigma\, dS &+ \int\int\int \rho\, dx\, dy\, dz \\ &= \int\int A\, dy\, dz + \int\int B\, dz\, dx + \int\int C\, dx\, dy \\ &\qquad - \int\int\int \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right) dx\, dy\, dz = 0.\end{aligned}$$

DISTRIBUTIONS SOLÉNOIDALE ET LAMELLAIRE. — 1° Considérons un aimant très étroit par rapport à ses dimensions longitudinales et dont l'aimantation est dirigée suivant l'axe ; l'intensité moyenne de l'aimantation dans une section transversale, multipliée par la section, sera nommée la *puissance de l'aimant* dans cette section. Si de plus la puissance est la même dans toutes les sections, l'aimant est un *solénoïde magnétique.*

Soient μ la puissance du solénoïde, dl un élément de longueur (*fig.* 4), r la distance de cet élément à un point P,

ε l'angle de r avec la direction de l'aimantation du solénoïde; l'élément de potentiel en P fourni par l'élément dl est

$$dV = \frac{\mu dl \cos\varepsilon}{r^2} = -\frac{\mu}{r^2}\frac{dr}{dl}dl.$$

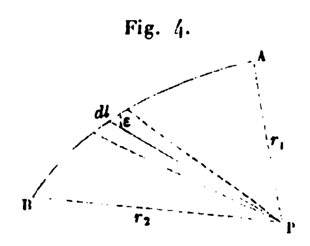
Intégrant depuis r_2 jusqu'à r_1, on a

$$(13) \qquad V = \mu\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Cette expression ne dépend que de la puissance du solénoïde et des distances r_1, r_2 de ses extrémités au point considéré : elle est indépendante de sa forme.

Le potentiel V pourrait être attribué à un aimant réduit à deux pôles possédant des quantités de magnétisme $+\mu$, $-\mu$, égales et contraires et coïncidant avec les deux extrémités du solénoïde.

Fig. 4.



Si l'axe d'un solénoïde est une courbe fermée, $r_1 = r_2$, $V = 0$: le potentiel et aussi la force magnétique exercée en tout point extérieur sont des quantités nulles. En effet, les deux pôles du solénoïde coïncident alors, et leurs effets se neutralisent exactement.

Lorsqu'un aimant peut être divisé en solénoïdes soit fermés, soit terminés à la surface de l'aimant, on dit que l'aimantation est *solénoïdale*. Puisque les pôles de tous les solénoïdes non fermés sont à la surface de l'aimant, celui-ci porte une distribution de magnétisme libre purement superficielle. D'après l'équation (11), on doit avoir, dans ce cas,

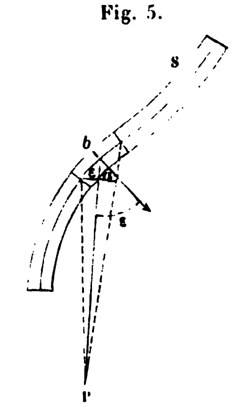
$$(14) \qquad \left\{ \begin{array}{c} \rho = 0, \\ \dfrac{\partial A}{\partial x} + \dfrac{\partial B}{\partial y} + \dfrac{\partial C}{\partial z} = 0. \end{array} \right.$$

2° Une couche mince aimantée transversalement, de telle sorte que le produit Φ de son épaisseur e par l'intensité I de

son aimantation soit constant, s'appelle une *lame* ou un *feuillet magnétique*; le produit constant Φ est désigné sous le nom de *puissance du feuillet*.

Soient dS un élément de surface du feuillet, r la distance au point P (*fig.* 5), ε l'angle de r avec la normale à la lame dirigée de sa surface boréale vers sa surface australe, c'est-à-dire dans le sens de l'aimantation; l'accroissement fourni au potentiel V par l'élément dS est

Fig. 5.



$$dV = \Phi \frac{1}{r^2} dS \cos\varepsilon.$$

Mais, en désignant par $d\Omega$ l'angle solide sous-tendu par dS au point P,

$$r^2 d\Omega = dS \cos\varepsilon.$$

Pour que cette expression soit générale, il faut attribuer un signe à l'angle solide $d\Omega$, le considérer comme positif ou négatif, suivant que $\cos\varepsilon$ est lui-même positif ou négatif, c'est-à-dire suivant que le point P est situé du côté de la face australe ou de la face boréale du feuillet. Grâce à cette convention, on a en général

$$dV = \Phi\, d\Omega,$$

(15) $$V = \Phi\Omega.$$

La constante introduite par l'intégration est nulle, puisque le potentiel V ne résulte que du feuillet magnétique considéré. Ω désigne l'angle solide sous lequel le contour limitant du feuillet magnétique est vu du point P; mais cet angle doit être considéré comme positif ou négatif suivant que le point P est placé du côté de la face australe ou de la face boréale du feuillet.

Si le feuillet magnétique est fermé sur lui-même, son contour limitant se réduit à un point et l'angle Ω sous-tendu en un point P extérieur au feuillet et à l'espace qu'il enferme dans sa cavité est nul : il en est de même du potentiel V produit. L'angle Ω est égal à 4π et le potentiel produit par le feuillet est $4\pi\Phi$ en tout point extérieur à la matière du feuillet,

mais compris dans l'espace qu'il enferme. Dans ces deux cas, la dérivée du potentiel du feuillet est nulle; par suite, la force exercée par un feuillet magnétique fermé est nulle en tout point extérieur à sa masse.

Quand un aimant peut être divisé en feuillets magnétiques fermés ou ayant leur contour limitatif sur la surface de l'aimant, l'aimantation est dite *lamellaire*.

Désignons par U la somme des puissances de tous les feuillets traversés par un point mobile quand il passe d'un point donné au point (x, y, z). Le dernier feuillet donne à U l'accroissement dU, et, d'après la définition même des feuillets,

$$\frac{\partial U}{\partial x} = A, \qquad \frac{\partial U}{\partial y} = B, \qquad \frac{\partial U}{\partial z} = C.$$

Les trois composantes de l'aimantation sont donc les dérivées d'une même fonction U des coordonnées. Cette propriété peut être considérée comme caractéristique des aimants lamellaires.

Énergie de position d'un aimant. — Cherchons d'abord l'énergie d'un élément magnétique. Soient μ la quantité de magnétisme de ses pôles, ds sa longueur, V et V′ les potentiels aux points où se trouvent placés son pôle austral et son pôle boréal. D'après la définition même du potentiel, l'énergie dW de l'aimant est

$$dW = \mu(V - V'),$$

c'est-à-dire

$$dW = \mu \frac{dV}{ds} ds. \tag{16}$$

Passons au cas général. Soient I l'intensité de l'aimantation au point quelconque P de l'aimant, λ, μ, ν les coefficients de direction de I : le moment magnétique μds d'un élément ayant son centre en P est

$$\mu ds = I\, dx\, dy\, dz; \tag{17}$$

d'ailleurs

$$\frac{dV}{ds} = \lambda \frac{\partial V}{\partial x} + \mu \frac{\partial V}{\partial y} + \nu \frac{\partial V}{\partial z},$$

$$A = \lambda I, \quad B = \mu I, \quad C = \nu I.$$

Il en résulte, pour l'énergie élémentaire, l'expression

$$(18) \qquad dW = \left(A \frac{\partial V}{\partial x} + B \frac{\partial V}{\partial y} + C \frac{\partial V}{\partial z} \right) dx\,dy\,dz$$

et, pour l'aimant entier,

$$(19) \quad \begin{cases} W = \displaystyle\iiint \left(A \frac{\partial V}{\partial x} + B \frac{\partial V}{\partial y} + C \frac{\partial V}{\partial z} \right) dx\,dy\,dz \\ \quad = \displaystyle\iint (Al + Bm + Cn) V dS \\ \quad - \displaystyle\iiint V \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right) dx\,dy\,dz, \end{cases}$$

ou, d'après (10) et (11),

$$(20) \qquad W = \iint V \sigma dS + \iiint V \rho \, dx\,dy\,dz.$$

Cette dernière expression peut d'ailleurs être obtenue immédiatement en partant de la formule (12).

AIMANT PLACÉ DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE UNIFORME. — On nomme *champ magnétique* tout espace dans lequel s'exercent des forces magnétiques.

Si un pôle μ placé en P dans un champ magnétique est soumis à une force $\mathcal{F}$, on posera

$$\mathcal{F} = \mu F$$

et l'on désignera F sous le nom d'*intensité du champ magnétique* au point P. Le champ sera dit uniforme, si F est constant en grandeur et en direction en tous les points du champ.

Quand un aimant invariable ([1]) R se trouve placé dans un champ magnétique uniforme d'intensité F, la force *provenant*

([1]) Nous faisons abstraction des phénomènes d'influence magnétique, dont il sera question ultérieurement, c'est-à-dire que nous supposons l'intensité de l'aimantation en tout point P de l'aimant indépendante de l'intensité du champ extérieur évaluée au point P.

du champ qui s'exerce en un point quelconque de l'aimant sur l'unité de magnétisme austral est F, et l'on a, d'après les propriétés du potentiel,

$$(21)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial x} = -\alpha F, \\ \dfrac{\partial V}{\partial y} = -\beta F, \\ \dfrac{\partial V}{\partial z} = -\gamma F. \end{cases}$$

V désigne seulement *le potentiel dû au champ extérieur;* α, β, γ sont les cosinus des angles de F avec les trois axes.

Posons

$$(22)\quad \begin{cases} \displaystyle\iiint A\,dx\,dy\,dz = pM, \\ \displaystyle\iiint B\,dx\,dy\,dz = qM, \\ \displaystyle\iiint C\,dx\,dy\,dz = rM; \\ p^2 + q^2 + r^2 = 1. \end{cases}$$

$\dfrac{\partial V}{\partial x}, \dfrac{\partial V}{\partial y}, \dfrac{\partial V}{\partial z}$ ayant les valeurs constantes (21) en tous les points de l'aimant, l'expression (19) de W devient

$$(23)\quad W = -MF(p\alpha + q\beta + r\gamma).$$

W est l'énergie due à la présence de l'aimant dans le champ magnétique, ou son *énergie de position.* C'est l'excès de l'énergie totale qu'il possède dans le champ sur l'énergie qu'il posséderait hors du champ. p, q, r peuvent être considérés comme les cosinus des angles que fait avec les axes une certaine direction prise dans l'aimant. Nous nommerons celle-ci l'*axe magnétique* de l'aimant R. Soit ε l'angle de l'axe magnétique et des lignes de force du champ; on a

$$\cos\varepsilon = p\alpha + q\beta + r\gamma,$$

$$(24)\quad W = -MF\cos\varepsilon.$$

Puisque F et M sont des constantes, on a

$$(26)\qquad \frac{\partial W}{\partial x}=0,\qquad \frac{\partial W}{\partial y}=0,\qquad \frac{\partial W}{\partial z}=0;$$

c'est-à-dire que l'aimant considéré n'est soumis à aucune force tendant à le déplacer parallèlement à lui-même dans le champ.

Le système des forces auxquelles il est soumis se réduit donc à un couple dont les moments, par rapport aux trois axes, ont pour expression

$$(27)\qquad \frac{\partial W}{\partial p}=-MF\alpha,\qquad \frac{\partial W}{\partial q}=-MF\beta,\qquad \frac{\partial W}{\partial z}=-MF\gamma.$$

En d'autres termes, les forces de ce couple sont dirigées suivant les lignes de force du champ. Si l'axe magnétique de l'aimant est dirigé perpendiculairement aux lignes de force, le *moment du couple directeur* prend sa valeur maximum MF.

Les propriétés de l'aimant quelconque R dans un champ magnétique uniforme se confondent donc avec celles d'un aimant infiniment petit dont l'axe coïnciderait avec celui de l'aimant R, et dont le moment magnétique serait M. Nous appellerons désormais M le *moment magnétique* de l'aimant R.

VÉRIFICATION. — L'ACTION DE LA TERRE SUR UN AIMANT SE RÉDUIT A UN COUPLE. — Les conclusions auxquelles vient de nous conduire la considération de l'énergie magnétique peuvent être vérifiées par l'expérience. Nous allons, en effet, démontrer que l'action du champ magnétique terrestre sur un aimant quelconque se réduit à un couple, et nous mesurerons le moment de ce couple.

1° Suspendons une aiguille d'acier AB non aimantée au plateau d'une balance très sensible, dont les plateaux sont en cuivre et dont la cage ne contient d'autre pièce de fer ou d'acier que le fléau, supposé très éloigné. Équilibrons par une tare, puis aimantons l'aiguille en la frottant contre un aimant et reportons-la sur la balance, nous constaterons que

son poids apparent est demeuré invariable. Il faut en conclure que l'aiguille n'est soumise, par suite de son aimantation, à aucune force verticale. On obtiendrait le même résultat en aimantant d'une manière régulière ou irrégulière une masse d'acier de forme quelconque.

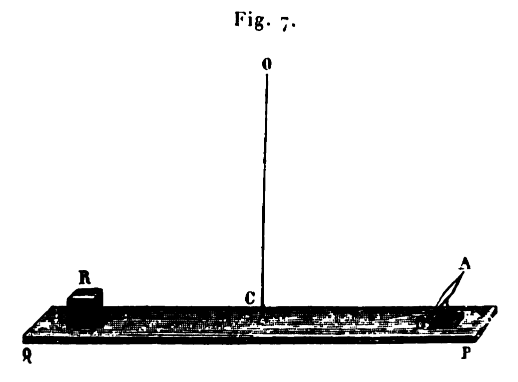
2° Plaçons une aiguille aimantée sur un bouchon de liège, que nous ferons flotter sur une cuve dont l'eau est parfaitement tranquille (*fig.* 6) : nous constaterons que le bouchon tourne jusqu'à ce que l'aiguille ait pris la direction du nord au sud, mais que le système n'a aucune tendance à se mouvoir d'ensemble dans une direction horizontale. Donc l'action exercée par la terre sur l'aiguille n'a pas de composante horizontale.

La même expérience, réalisée sur un aimant quelconque R, permettrait de déterminer, par comparaison avec une aiguille aimantée, la direction de l'axe magnétique de l'aimant ([1]).

Ainsi l'action terrestre n'a ni composante horizontale, ni

([1]) Pour établir que l'action de la terre sur un aimant n'a pas de composante horizontale, on peut encore avoir recours à l'expérience suivante : Une planchette en bois PQ (*fig.* 7) est suspendue à un fil sans torsion OC.

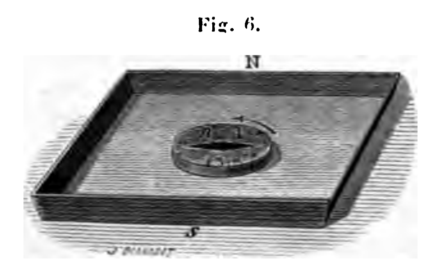
Fig. 7.



Elle supporte une aiguille aimantée AB placée sur son pivot et un contrepoids R. L'aiguille AB se dirige vers le nord, en tournant sur son axe, mais le système ne manifeste aucune tendance à tourner tout d'une pièce autour de OC. Or, si l'aiguille AB était sollicitée par une force horizontale, il n'y aurait d'équilibre possible que quand la planchette PQ se serait placée dans la direction même de la force.

composante verticale, elle se réduit à un couple dont il reste à déterminer la direction d'axe et le moment. A cet effet, au lieu d'employer un aimant quelconque, il est commode d'avoir

Fig. 6.

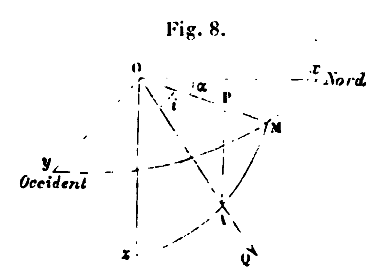


recours à une aiguille cylindrique de très faible section, aimantée longitudinalement, de telle sorte que son axe magnétique coïncide avec l'axe du cylindre.

DÉFINITION DE LA DÉCLINAISON ET DE L'INCLINAISON. — Suspendons une telle aiguille par son centre de gravité, elle demeurerait en équilibre dans toutes les positions, si elle n'était pas aimantée; mais, après son aimantation, on constate que son axe prend dans l'espace une direction fixe qui est celle des forces du couple directeur.

Pour fixer la direction d'une droite dans l'espace, les géomètres prennent habituellement trois axes de coordonnées rectangulaires Ox, Oy, Oz, et donnent : 1° la valeur de l'angle α du dièdre zOAMx (*fig.* 8); 2° celle de l'angle zOA

Fig. 8.



ou de son complément AOP. Les physiciens ont aussi adopté ces conventions. Ils ont choisi, pour le plan zOx, le plan du

méridien terrestre du lieu considéré; la direction positive de l'axe des z est celle de la verticale, de haut en bas; les directions positives de l'axe des x et de l'axe des y sont respectivement celle du nord et celle de l'ouest. Le plan vertical zOAP, contenant l'aiguille, s'appelle le *méridien magnétique*, et l'on considère comme direction positive de la trace OP de ce méridien sur le plan horizontal xOy la projection de la moitié australe de l'aiguille, c'est-à-dire de la moitié qui, à Paris, se dirige vers le nord. En la marquant d'un signe distinctif (d'ordinaire, elle est trempée au bleu), on pourra caractériser la position prise par l'aiguille dans l'espace en une station quelconque du globe. Il faudra pour cela donner :

1° L'angle α de *déclinaison* : c'est l'angle de la direction positive (australe) du méridien magnétique avec la direction positive (nord) du méridien terrestre. Cet angle peut varier de 0 à 2π (¹). Au 1er janvier 1885, sa valeur à Paris était $\alpha = 16° 15'$.

2° L'angle i d'*inclinaison* : c'est l'angle de la direction positive de l'aiguille (australe) avec sa projection horizontale. Cet angle est susceptible de varier de $+\frac{\pi}{2}$ à $-\frac{\pi}{2}$. Sa valeur à Paris, le 1er janvier 1885, était $i = 65° 18'$.

En attribuant à α et i tous les couples de valeur possibles, on définira toutes les directions qu'une demi-droite OA pe prendre dans l'espace; réciproquement, en donnant les valeurs de α et de i, la position de OA sera définie sans ambiguïté.

On peut décomposer l'intensité F du champ magnétique terrestre en deux composantes, l'une horizontale H, l'autre verticale Z, et l'on a évidemment

$$(18) \qquad \begin{cases} H = F\cos i, \\ Z = F\sin i. \end{cases}$$

(¹) Certains auteurs définissent la déclinaison comme occidentale quand l'angle α est compris entre 0 et π, comme orientale quand il est compris entre π et 2π, et conviennent de considérer la déclinaison occidentale comme positive, la déclinaison orientale comme négative : l'angle α varie alors de $+\pi$ à $-\pi$.

H est la *composante horizontale du champ magnétique terrestre* ou *intensité horizontale ;* Z, la *composante* ou *intensité verticale*.

Enfin, si nous décomposons H en deux composantes X et Y suivant les axes, nous aurons

$$(29)\qquad \begin{cases} X = F\cos i\cos\alpha, \\ Y = F\cos i\sin\alpha. \end{cases}$$

MESURE DU MOMENT DU COUPLE DIRECTEUR. — On peut assujettir une aiguille ou un barreau aimanté à se mouvoir dans un plan horizontal : il suffit de la suspendre par un point convenable différent de son centre de gravité ou de charger la moitié boréale de l'aiguille, qui, à Paris, est relevée par un contrepoids p convenablement placé (*fig.* 9). Soit d la distance horizontale du point de suspension O au point C où l'on attache le contrepoids : la condition d'équilibre est

$$pd = MZ = MF\sin i,$$

ou, en désignant par Q le moment maximum MF du couple directeur,

$$pd = Q\sin i.$$

Si l'on écarte maintenant l'aiguille AB d'un angle α quel-

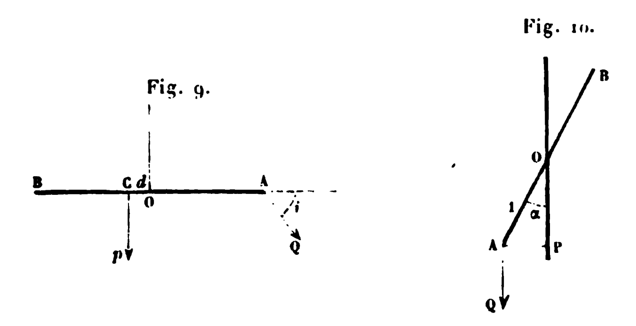


Fig. 9. Fig. 10.

conque de sa position d'équilibre OP (*fig.* 10), elle demeurera horizontale et sera soumise à un couple de moment

$$MH.\overline{AP} = MH\sin\alpha.$$

Nous nous proposons de mesurer le moment maximum MH de la composante horizontale du couple directeur.

1° *Méthode de la torsion.* — Pour mesurer le moment MH, Coulomb a employé deux méthodes, celle de la torsion et celle des oscillations.

Dans la première, on emploie la balance de torsion que nous avons déjà décrite en Électricité statique; seulement il convient de prendre un fil plus gros, parce que les couples de torsion à équilibrer sont plus considérables. Ce fil supporte une chape, dans laquelle on peut disposer, soit le barreau à étudier, soit un barreau de cuivre de même forme.

Plaçant d'abord le barreau de cuivre dans la chape, on fait tourner : 1° le micromètre supérieur, de manière à l'amener au zéro; 2° la pince supportant le fil de manière à amener un trait tracé dans la direction de l'axe du barreau, en face du zéro de la graduation de la cage. Cela fait, on remplace le barreau de cuivre par le barreau aimanté : le fil est alors tordu par l'action du couple directeur; mais, en faisant tourner la cage tout entière, on arrivera à ramener le trait de repère, fixé sur le barreau, dans la direction de son axe, en regard du zéro de la graduation. Alors le fil est sans torsion, et, par conséquent, le barreau se trouve suspendu dans le plan du méridien magnétique.

Tournons maintenant le micromètre supérieur, entraînant la pince et le fil, jusqu'à amener le repère du barreau en face de la division 90 de la cage de la balance, et soit α l'angle dont le micromètre a tourné. Le fil est tordu d'un angle égal à $\alpha - \frac{\pi}{2}$, et, si le moment du couple capable de tordre le fil d'un angle égal à l'unité est désigné par R, le couple de torsion faisant équilibre à la composante horizontale du couple directeur sera $R\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$:

$$MH = R\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right).$$

Pour déterminer R, on pourra avoir recours à l'action d'un

couple connu, ou encore à la méthode des oscillations, comme cela a été indiqué à propos de la torsion ([1]).

2° *Méthode des oscillations.* — Pour déterminer la composante horizontale MH du couple directeur, on peut aussi avoir recours à la méthode des oscillations. Le barreau est suspendu à un faisceau de fils de cocon sans torsion et écarté de sa position d'équilibre. Il est alors sollicité par un couple dont le moment $MH \sin\beta$ est proportionnel au sinus de l'angle d'écart, et à la limite, pour un écart infiniment petit, proportionnel à l'écart β. Le barreau oscillera donc comme un pendule composé sous l'influence d'une force accélératrice dont le moment statique est égal à MH. La durée T d'une oscillation sera donnée par la formule

$$(30) \qquad T = \pi \sqrt{\frac{A}{MH}},$$

dans laquelle A représente le moment d'inertie du barreau. Ce dernier se détermine comme on l'a indiqué ailleurs ([2]) et la valeur de MH est

$$MH = \frac{\pi^2 A}{T^2}.$$

Au lieu de mesurer directement la durée d'une oscillation, ce qui est incommode, on mesure le nombre n d'oscillations effectuées par le barreau dans une durée connue; on en déduit la durée T d'une oscillation en divisant par n.

Quand on connaît la valeur de MH, il suffit, pour déterminer le moment Q du couple directeur, de connaître l'angle i d'inclinaison, puisque l'on a

$$H = F \cos i, \qquad Q = MF;$$

mais on peut aussi déterminer directement MZ en employant la méthode des oscillations. A cet effet, le barreau est rendu mobile autour d'un axe horizontal, que l'on dirige dans le plan du méridien magnétique. Le barreau, libre de se mouvoir dans un plan perpendiculaire au méridien magnétique, n'est alors

---

([1]) *Voir* t. I, 2e fascicule.

([2]) *Ibid.*

soumis qu'à la composante verticale MZ, et se place verticalement; si on le fait osciller dans cette situation, la durée de son oscillation est donnée par la formule (30), dans laquelle il faut seulement remplacer H par Z,

$$T' = \pi\sqrt{\frac{A}{MZ}},$$

$$MZ = \frac{\pi^2 A}{T'^2}.$$

Le plan d'oscillation de l'aiguille est perpendiculaire au méridien magnétique.

On a

$$F = \sqrt{H^2 + Z^2};$$

connaissant H et Z, on peut donc calculer

$$Q = MF.$$

Nous ne tarderons pas à voir comment on peut mesurer séparément M et F.

CHAPITRE II.

MESURE DE H.

Expériences de Gauss. — Mesure séparée de M et de H. — Tentatives de Coulomb pour établir la loi des distances.

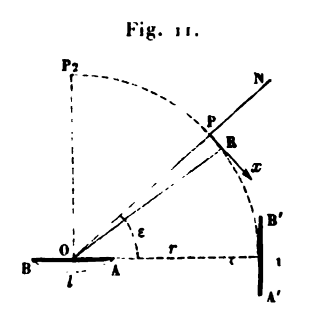
EXPÉRIENCES DE GAUSS. — Nous savons que le potentiel d'un petit aimant, de moment M, en un point P (*fig.* 11) situé à la distance r, a pour expression

$$(1) \qquad V = \frac{M}{r^2}\cos\varepsilon;$$

ε est l'angle du rayon vecteur OP avec la direction AB de l'aimantation.

La force à laquelle est soumis un pôle austral égal à l'unité

Fig. 11.



et placé en P peut être décomposée en deux composantes : l'une, dans la direction du rayon OP prolongé, est

$$(2) \qquad N = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2M}{r^3}\cos\varepsilon;$$

l'autre T, perpendiculaire à OP, est

$$T = -\frac{\partial V}{\partial x},$$

en désignant par dx un déplacement perpendiculaire à OP; mais on voit sur la figure que

$$dx = -r\,d\varepsilon;$$

on a donc

$$(3)\qquad T = \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \varepsilon} = -\frac{M}{r^2}\sin\varepsilon.$$

En particulier, quand le point P est en P_1 sur le prolongement de l'axe BA de l'aimant, $\varepsilon = 0$,

$$(4)\qquad N_1 = \frac{2M}{r^3},\qquad T_1 = 0;$$

quand il est en P_2, $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$,

$$(5)\qquad N_2 = 0,\qquad T_2 = -\frac{M}{r^3}.$$

Cela posé, voici en quoi consistent les expériences de Gauss [1]. Supposons que l'aimant AB est placé perpendiculairement au méridien magnétique et qu'un autre petit aimant A'B' est suspendu dans le méridien magnétique avec son centre en P_1 (*fig.* 11 et *fig.* 12). L'aimant fixe AB exerce en

Fig. 12.

A'B' des forces sensiblement égales, parallèles et de sens contraire, qui tendent à dévier l'aimant mobile. Pour déterminer la

(1) Gauss, *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins*; 1835.

position d'équilibre qui convient à celui-ci, remarquons que la force appliquée au pôle A' par l'action de AB est perpendiculaire au méridien magnétique et a pour valeur

$$f = m'N_1 = \frac{2m'M}{r^3};$$

d'autre part, au même pôle A' est appliquée la composante horizontale $m'H$ de l'action terrestre; la résultante de ces deux forces fait avec le méridien magnétique l'angle α_1, tel que

$$(6) \qquad \operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{f}{m'H} = \frac{2M}{H}\frac{1}{r^3}.$$

On reconnaîtra de même que, si l'aiguille mobile A'B' était suspendue avec son centre en P_2 (*fig.* 11 et *fig.* 13), c'est-à-dire si l'aimant AB était placé perpendiculairement au méridien magnétique et avait son centre sur le prolongement de A'B', la déviation α_2 serait donnée par

$$(7) \qquad \operatorname{tang}\alpha_2 = -\frac{M}{H}\frac{1}{r^3}.$$

Le signe — indique que la déviation α_2 s'effectue du côté opposé à α_1.

Pour que l'application des formules précédentes soit légitime, il faut que la longueur de l'aimant fixe et celle de l'aimant suspendu soient négligeables par rapport à leur distance. Mais, comme on peut observer les déviations α, α' avec une grande précision par la méthode de réflexion de Poggendorff, il n'y a aucun inconvénient à ce que ces déviations soient très petites, et par suite on peut rapprocher beaucoup les conditions de l'expérience de celles de la théorie élémentaire que nous venons d'exposer. Au reste, une théorie plus complète établit que la tangente de la déviation est donnée par un développement en série suivant les puissances décroissantes et impaires de r à partir de r^{-3}; il n'y a aucune difficulté à calculer le terme en r^{-5} qui est extrêmement petit, et, quant aux termes suivants, ils sont

Fig. 13.

absolument négligeables. L'expérience a vérifié avec toute l'exactitude désirable la formule de Gauss ainsi complétée. On peut donc considérer les expériences effectuées par ce savant comme fournissant une vérification excellente de la théorie, et par suite de la loi fondamentale des actions magnétiques sur laquelle cette théorie repose.

Mesure séparée de M et de H. — En réalité, les expériences de Gauss avaient bien moins pour objet une vérification de la loi du carré des distances, jugée déjà superflue à l'époque où ces expériences ont été entreprises, qu'une mesure absolue de la composante horizontale H du champ magnétique terrestre. Faisons osciller l'aimant suspendu AB sous l'action de la terre seule et mesurons la durée T de son oscillation

$$T = \pi\sqrt{\frac{A}{MH}},$$

$$MH = \frac{\pi^2 A}{T^2};$$

observons, d'autre part, l'une des déviations α_1 ou α_2, soit par exemple α_1. Nous avons démontré [formule (6)] que

$$\frac{2M}{H} = r^3 \operatorname{tang} \alpha_1; \qquad (6)$$

on connaît donc le produit et le quotient de M et de H; d'où l'on évalue séparément ces deux quantités.

Plus exactement, on substituera à la formule (6) le développement en série

$$r^3 \operatorname{tang} \alpha_1 = \frac{2M}{H}\left(1 + \frac{B}{r^2} + \frac{B'}{r^4} + \ldots\right),$$

qu'il suffira en général de réduire à ses deux premiers termes. Deux expériences faites avec des valeurs différentes de r permettront d'éliminer B et de calculer $\frac{2M}{H}$.

Gauss et Weber prenaient pour unité de longueur le millimètre et pour unité de masse le milligramme. Ils ont trouvé

pour l'intensité horizontale du magnétisme terrestre, à Göttingue, en 1845 ([1]), 1,77.

En substituant aux unités de Weber les unités C.G.S., on trouverait ([2])

$$H = 0,177.$$

En 1867, à Greenwich, on a trouvé

$$H = 0.1776,$$

nombre presque rigoureusement identique au précédent. Au 1er janvier 1885, à Paris, on avait

$$H = 0,1942,$$

et, comme, à la même époque, la valeur de l'inclinaison était de 65°18, il en résulte, pour la valeur de l'intensité totale F du champ magnétique terrestre au même lieu et à la même date ([3])

$$F = \frac{H}{\cos i} = \frac{0,1942}{\cos 69^\circ 18'} = 0,4647.$$

TENTATIVES DE COULOMB POUR ÉTABLIR LA LOI DES DISTANCES. — Coulomb, qui a énoncé le premier la loi élémentaire des actions magnétiques, se heurta, pour la vérification de cette loi, à des difficultés expérimentales considérables, qu'il ne pût surmonter que très imparfaitement. Les méthodes qu'il a employées ne conservent aujourd'hui qu'un intérêt purement historique ([4]).

([1]) *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins.* Les dimensions du champ magnétique étant $L^{-\frac{1}{2}} M^{-\frac{1}{2}} T^{-1}$, pour passer d'un nombre exprimé dans le système de Weber au nombre C.G.S. correspondant, il faut multiplier par $\sqrt{\frac{10}{1000}} = \frac{1}{10}$.

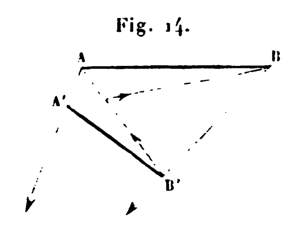
([2]) D'après Everett, *Unités et constantes physiques*, traduit par M. Raynaud, p. 143; Paris, 1883.

([3]) Nous reviendrons sur ce sujet avec plus de détails et nous indiquerons la disposition pratique des appareils de mesure dans le fascicule suivant, à propos du magnétisme terrestre.

([4]) Coulomb, *Mémoires de l'Académie des Sciences pour* 1785, p. 588 et 593. Voir la Collection des Mémoires de Coulomb publiée par la Société française de Physique en 1884.

Dans l'impossibilité de faire agir isolément deux pôles magnétiques, il faut de toute nécessité employer deux aimants AB, A'B' (*fig.* 14), et toutes les parties de chacun d'eux agissent individuellement sur toutes les parties de l'autre. Cependant, si l'on supposait les aimants écartés à une distance infinie, comme dans les expériences de Gauss, les actions répulsives exercées par un point quelconque de la moitié australe de l'aimant AB sur la moitié australe de l'aimant A'B' seraient parallèles, et leur résultante, égale à leur somme, serait proportionnelle à la quantité de magnétisme de AB et à celle de A'B' et passerait par le pôle austral A'; il en serait de même de la résultante des actions attractives de la moitié boréale de AB. Il y aurait pareillement deux forces, l'une attractive, l'autre répulsive, toutes deux appliquées en B', et l'on aurait à considérer en tout quatre forces : deux attractives AB', BA', deux répulsives AA', BB', dont chacune serait proportionnelle au produit des quantités de magnétisme des deux aimants. On peut d'ailleurs chercher à donner à ces aimants une situation telle que quelqu'une de ces forces devienne prépondérante et que l'effet des autres ne modifie pas sensiblement le résultat des mesures. C'est ce que tenta Coulomb.

Fig. 14.



Dans une première méthode, celle des oscillations, Coulomb suspendait à un fil sans torsion un barreau aimanté très court et très fortement trempé qu'il faisait d'abord osciller, dans un plan horizontal, sous l'influence de la terre seule; la durée T de l'oscillation était donnée par la formule

$$(1) \qquad T = \pi \sqrt{\frac{A}{MH}}.$$

Coulomb plaçait ensuite dans le plan du méridien magnétique et à une distance d sur l'horizontale passant par le point de suspension O de l'aiguille (*fig.* 15) le pôle boréal d'un aimant A'B' très allongé et dressé verticalement. L'action ré-

pulsive AD du pôle A′ est beaucoup plus faible que l'attraction de B′ et s'exerce d'ailleurs dans une direction AA′ très inclinée. La composante horizontale AP de cette répulsion agit seule dans l'expérience pour modifier l'action de B′; nous admettrons qu'elle est négligeable.

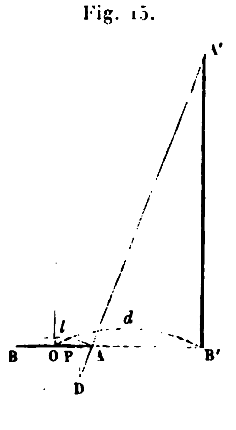


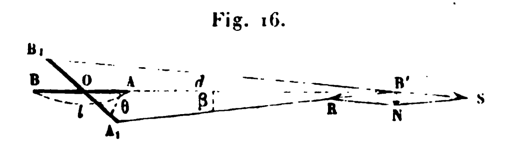
Fig. 15.

Si la loi de Coulomb est exacte et si la longueur l de AB est extrêmement petite par rapport à d, la force attractive AB′, exercée sur le pôle A dans la position d'équilibre, est, en désignant par μ et μ' les quantités de magnétisme de A et de B′,

$$f = \frac{\mu\mu'}{d^2}.$$

Quand l'aiguille est déviée d'un petit angle θ en A_1B_1 (*fig.* 16), cette force conserve très sensiblement la même intensité,

Fig. 16.



mais s'incline sur OB′ d'un angle β tel que l'on a, en confondant A_1B avec d,

$$\frac{\frac{l}{2}}{\sin\beta} = \frac{d}{\sin\theta}.$$

D'autre part, l'action exercée par le pôle B_1 sur B′ est répulsive; à des infiniment petits près, elle est égale à la précédente et inclinée du même angle β sur OB′. Les deux forces se composent en une résultante unique appliquée au pôle B′ et qui a pour valeur

$$\overline{B'N} = 2f\sin\beta = \frac{l}{d}f\sin\theta.$$

Son moment par rapport au point O est

$$\overline{B'N} \times d = lf\sin\theta = \frac{l\mu\mu'}{d^2}\sin\theta = \frac{M\mu'}{d^2}\sin\theta;$$

il varie proportionnellement au sinus de la déviation, comme le moment de l'action terrestre. Tout se passe donc comme si la composante horizontale H du champ magnétique terrestre avait reçu un accroissement $\frac{\mu'}{d^2}$. Les oscillations de l'aimant demeurent isochrones et la durée des oscillations pour deux valeurs d' et d'' de la distance d est

$$(2)\qquad \begin{cases} T' = \pi\sqrt{\dfrac{A}{M\left(H + \dfrac{\mu'}{d'^2}\right)}}, \\[2ex] T'' = \pi\sqrt{\dfrac{A}{M\left(H + \dfrac{\mu'}{d''^2}\right)}}. \end{cases}$$

Des formules (1) et (2) on tire

$$MH = \frac{\pi^2 A}{T^2},$$

$$M\left(H + \frac{\mu'}{d'^2}\right) = \frac{\pi^2 A}{T'^2},$$

$$M\left(H + \frac{\mu'}{d''^2}\right) = \frac{\pi^2 A}{T''^2},$$

et par soustraction

$$\frac{M\mu'}{d'^2} = \pi^2 A\left(\frac{1}{T'^2} - \frac{1}{T^2}\right),$$

$$\frac{M\mu'}{d''^2} = \pi^2 A\left(\frac{1}{T''^2} - \frac{1}{T^2}\right),$$

$$\frac{d''^2}{d'^2} = \frac{\dfrac{1}{T'^2} - \dfrac{1}{T^2}}{\dfrac{1}{T''^2} - \dfrac{1}{T^2}}.$$

Soient N, N', N″ les nombres d'oscillations effectuées dans

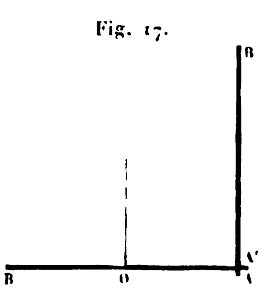
l'unité de temps; cette dernière relation peut s'écrire

$$\frac{d''^2}{d'^2} = \frac{N'^2 - N^2}{N''^2 - N^2};$$

c'est sous cette dernière forme qu'elle a été vérifiée par Coulomb.

Coulomb essaya aussi de vérifier la loi élémentaire des actions magnétiques à l'aide de la balance de torsion. Il employa pour cela deux aimants très allongés : l'un horizontal AB (*fig.* 17), suspendu au fil de torsion, l'autre vertical A'B', fixé en regard du zéro de la division de la cage, et disposé de telle sorte que son pôle austral A' se trouve dans le plan horizontal du barreau en regard de A. Le micromètre et la pince ayant été réglés comme on l'a indiqué précédemment, à l'aide d'un barreau de cuivre, on replace le barreau AB, lequel se trouve rejeté par l'action de A' à une certaine distance angulaire. Coulomb admettait : 1° que cette distance est suffisante pour que l'action de la partie australe du barreau A'B' sur le barreau AB se réduise à deux forces appliquées aux pôles A et B; 2° que l'action de A' sur B est négligeable eu égard à la longueur du barreau AB et aussi parce que, cette force étant très peu oblique par rapport à l'axe AB du barreau, son moment par rapport à l'axe de suspension O est très faible; 3° que les actions de B' sur A et B sont négligeables à cause de la longueur des deux barreaux et parce que ces forces, obliques par rapport à l'horizon, ont un moment très faible par rapport à l'axe O.

Fig. 17.



Dans ces conditions, les seules forces agissantes sont : 1° la torsion; 2° l'action terrestre; 3° l'action du pôle A' sur le pôle A.

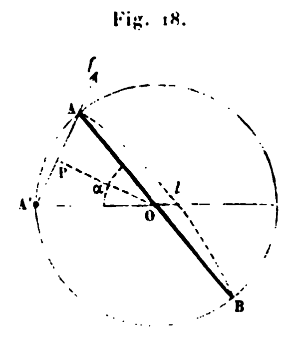
Soient a l'angle de torsion totale du fil, α l'angle d'écart correspondant à l'équilibre, l la longueur du barreau mobile, μ, μ' les quantités de magnétisme des deux aimants.

1° Le moment du couple de torsion peut être représenté

par $K\alpha$ et tend à ramener le barreau dans le méridien magnétique.

2° Le moment de l'action terrestre est $MH \sin\alpha$ et tend à ramener le barreau dans le méridien magnétique.

Fig. 18.



3° La distance AA' (*fig.* 18) est

$$\overline{AA'} = l \sin\frac{\alpha}{2},$$

et la force f exercée par A sur A'

$$f = \frac{\mu\mu'}{l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}};$$

son moment par rapport au point O est

$$f.\overline{OP} = \frac{\mu\mu'}{l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{l}{2} \cos\frac{\alpha}{2} = \frac{M\mu'}{2 l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}} \cos\frac{\alpha}{2},$$

et tend à écarter le barreau du méridien magnétique.

L'équation d'équilibre est donc

$$(1) \qquad \frac{M\mu'}{2 l^2 \sin^2\frac{\alpha}{2}} \cos\frac{\alpha}{2} = K\alpha + MH \sin\alpha.$$

Mais à cette équation (1) on peut en substituer une autre (2)

plus simple en confondant les sinus avec les arcs, ce qui n'introduit pas d'erreur supérieure à celles que comportent les mesures tant que l'écart n'atteint pas 40° :

$$(2) \qquad \frac{2M\mu'}{l^2\alpha^2} = Ka + MH\alpha.$$

Dans une de ses expériences, Coulomb constata que, pour amener le barreau à 20° de sa position d'équilibre, quand A'B' était enlevé, il fallait tordre le micromètre de deux circonférences, c'est-à-dire produire une torsion de

$$2.360^\circ - 20^\circ = 700^\circ.$$

L'action de la terre équivaut donc à 35° de torsion en moyenne pour chaque degré de déviation du barreau.

Après cette détermination préliminaire, Coulomb plaça le barreau A'B'; la répulsion chassa le barreau à 24°. Coulomb ramena l'écart d'abord à 17°, ensuite à 12° en tordant le fil d'abord de 3 et ensuite de 8 circonférences. Dans ces trois cas les écarts étaient de

$$24^\circ, \quad 17^\circ, \quad 12^\circ,$$

les torsions

$$24^\circ, \quad 3.360^\circ + 17^\circ, \quad 8.360^\circ + 12^\circ;$$

pour avoir les forces répulsives totales, il fallait encore ajouter l'action de la terre, qui équivaut à 35° de torsion par degré de déviation. Cela donnait

$$24^\circ + 24.35^\circ, \quad 3,360 + 17^\circ + 17.35^\circ, \quad 8.360^\circ + 12^\circ + 12.35^\circ.$$

En réduisant, on a pour les forces répulsives

$$864^\circ, \quad 1692^\circ, \quad 3312^\circ.$$

Ces nombres, devant être en raison inverse des carrés des distances 24, 17, 12, doivent être égaux à

$$3312\left(\frac{12}{24}\right)^2, \quad 3312\left(\frac{12}{17}\right)^2, \quad 3312,$$

et l'on trouve, en faisant le calcul,

$$828^\circ, \quad 1650^\circ, \quad 3312^\circ.$$

La loi est donc vérifiée au degré d'approximation très imparfaite que comporte ce genre d'expériences.

Coulomb ne fit aucune mesure pour démontrer que les répulsions magnétiques varient proportionnellement aux quantités de magnétisme, c'est-à-dire aux actions exercées séparément par la terre sur les pôles des aimants en regard. Il admit cette loi par analogie avec celle des actions électriques.

CHAPITRE III.

ÉLECTROMAGNÉTISME [1].

Répétition de l'expérience de Gauss à l'aide des courants. — Assimilation d'un courant fermé et d'un feuillet magnétique. — Action de la terre sur un courant fermé. — Solénoïdes électromagnétiques. — Action d'un courant circulaire sur un pôle placé sur son axe. — Boussole des tangentes. — Action d'un courant rectiligne indéfini sur un pôle. — Expérience de Biot et Savart. — Action d'un courant rectiligne indéfini sur une aiguille aimantée. — Champ magnétique d'un courant. — Flux de force à travers un contour déterminé.

Actions électromagnétiques élémentaires. — Roue de Barlow. — Galvanomètre à mercure. — Rotation des courants par les aimants. — Rotation des aimants par les courants. — Rotation d'un aimant parallèlement à son axe. — L'action électromagnétique s'exerce sur le conducteur du courant. — Rotation électromagnétique des électrolytes.

Répétition de l'expérience de Gauss a l'aide des courants. — L'expérience d'Œrstedt nous apprend que les courants agissent sur les aimants, c'est-à-dire qu'un courant produit un champ magnétique. Nous nous proposons de déterminer la nature de ce champ.

Considérons d'abord le champ produit par un aimant infiniment petit. Le potentiel, en un point quelconque de ce champ, est donné par la formule

$$V = \frac{M}{r^2} \cos\varepsilon. \tag{1}$$

---

[1] Consulter, pour l'histoire de l'électromagnétisme et de l'électrodynamique, la très intéressante collection de *Mémoires sur l'Électrodynamique* réunis par M. Joubert et publiés par ses soins aux frais de la Société française de Physique (2 vol., Paris, 1885-87). On y trouve tous les Mémoires fondamentaux, depuis celui d'Œrstedt jusqu'à celui de W. Weber *Sur les mesures électrodynamiques absolues*. La plus grande partie des deux volumes est consacrée aux Mémoires d'Ampère.

Nous allons prouver qu'on peut reproduire le même champ à l'aide d'un courant plan dont le conducteur embrasse une surface S infiniment petite. A cet effet, nous répéterons les expériences de Gauss décrites au Chapitre précédent, mais en substituant le courant S à l'aimant déviateur de moment M; nous observerons comment varient les déviations produites quand on modifie la direction de l'axe du courant, ou quand on fait varier la distance de son centre au milieu de l'aimant dévié.

Il faut d'abord savoir réaliser un courant de surface S infiniment petite; on y parvient indirectement, grâce à l'observation suivante : quand un conducteur rectiligne est replié sur lui-même, de façon que ses deux bouts égaux soient superposés et parcourus en sens inverse par un même courant, ce conducteur ne produit aucune action magnétique extérieure. Ce fait bien constaté, on empruntera le courant produit par une pile très éloignée dont les deux rhéophores, repliés l'un sur l'autre, de façon à ne pas exercer d'action magnétique, s'écartent seulement à leur extrémité pour former une boucle de surface S. On pourra au besoin superposer n boucles, parcourues dans le même sens par le courant, c'est-à-dire enrouler le fil conducteur en une courte bobine de n tours. Les champs magnétiques des n courants fermés de surface S se superposeront et l'action électromagnétique en un point quelconque du champ se trouvera multipliée par n.

En substituant une telle bobine au barreau déviateur ab de l'expérience de Gauss, on reconnaît, comme le fit Weber ([1]), que l'on peut reproduire toutes les conditions de l'expérience primitive, à la condition de diriger le plan des spires de la bobine perpendiculairement à l'axe du barreau ab qu'elle

Fig. 19.

remplace (*fig.* 19). La tangente de la déviation de l'aimant mobile varie en raison inverse du cube de la distance et se fait

([1]) WEBER, *Electrodynamische Maassbestimmungen.*

dans un sens tel que le barreau capable de la produire aurait son pôle austral a à la gauche du courant nS. La tangente de la déviation est indépendante de la forme de la boucle constitutive de la bobine (ronde, carrée, etc.); elle est proportionnelle à nS et à un facteur i caractéristique du courant, que nous conviendrons d'appeler *son intensité électromagnétique*. Dans la première position de Gauss, on a

$$\tang \alpha_1 = \frac{2knS}{H} \frac{i}{r^3}$$

et dans la seconde

$$\tang \alpha_2 = -\frac{knS}{H} \frac{i}{r^3}.$$

Ces formules s'appliquent avec le même degré d'approximation que dans le cas où la déviation est produite par un aimant; elles se complètent de la même manière par un développement en série suivant les puissances impaires de $\frac{1}{r}$. Le courant d'intensité i et de surface nS remplace donc un aimant dont le moment magnétique M serait

$$M = knSi.$$

La valeur du coefficient k dépend de l'unité qu'on adopte pour la mesure de i. On peut choisir cette unité telle que k soit égal à 1. On aura alors

$$(2) \qquad M = nSi.$$

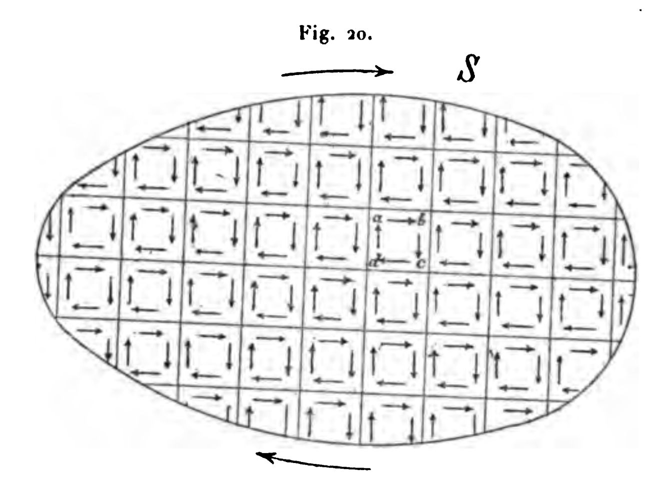
Un courant d'intensité électromagnétique égale à l'unité est celui qui, embrassant une surface nS *infiniment petite, équivaut à un aimant infiniment petit de moment* M $= n$S *perpendiculaire au plan du courant et avec son pôle austral à gauche du courant.*

Nous reconnaîtrons ultérieurement que l'intensité électromagnétique d'un courant est proportionnelle à son intensité électrostatique.

Assimilation d'un courant fermé et d'un feuillet magnétique. — Pour que l'on puisse employer dans la pratique

l'unité d'intensité que nous venons de définir, il est nécessaire d'étendre, au cas d'un courant fini, les conclusions auxquelles nous sommes parvenus pour un courant infiniment petit. A cet effet, il suffit de faire passer une surface arbitraire par le contour du courant et de décomposer la portion d'aire que celui-ci limite en éléments de surface dS, tels que *abcd* (*fig.* 20). On imaginera que chacune des lignes auxiliaires

Fig. 20.



tracées sur la surface reçoive deux courants de même intensité i et de directions opposées. L'adjonction de ces courants, dont l'action magnétique extérieure est nulle, ne peut modifier l'action du courant primitif; mais on voit à l'inspection de la figure que l'ensemble de ces courants et du courant donné équivaut à une infinité de courants fermés élémentaires, tels que *abcd*, tournant tous dans le même sens que le courant principal. On peut, d'après ce qui précède, remplacer chacun d'eux par un petit aimant de moment $M = i\,dS$, ayant son pôle austral à la gauche du courant, ou, ce qui revient au même (*voir* p. 10), par un feuillet magnétique élémentaire de puissance $\Phi = i$ limité au contour de *abcd*, et dont la face australe est à la gauche du courant. L'ensemble de ces feuillets élémentaires de même puissance i fournit un feuillet unique de puissance i, dont le contour coïncide avec celui du courant. La face australe du feuillet est à la gauche d'un ob-

servateur placé dans le circuit principal d'après la règle formulée par Ampère.

Nous sommes actuellement en mesure de généraliser la définition de l'unité électromagnétique de courant. *Un courant d'intensité électromagnétique égale à l'unité est celui qui équivaut à un feuillet magnétique de même contour, de puissance égale à 1, et dont la face australe est à la gauche du courant.*

ACTION DE LA TERRE SUR UN COURANT FERMÉ. — SOLÉNOIDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES. — En vertu de l'assimilation qui vient d'être établie, un courant fermé, librement suspendu, doit s'orienter, sous l'action de la terre, comme le feuillet magnétique équivalent. Prenons, par exemple (*fig.* 21), un conducteur circulaire DFEG, soutenu par des pointes dans deux coupelles à mercure en communication avec les pôles d'une pile éloignée. Ce conducteur, mobile autour de l'axe formé par les deux

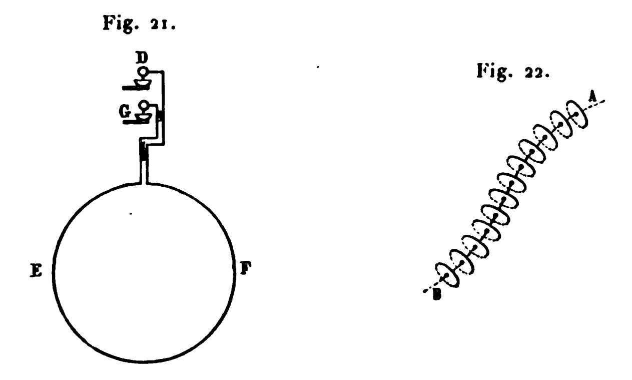


Fig. 21.

Fig. 22.

pointes, s'orientera perpendiculairement au méridien magnétique, de telle sorte que la face australe du feuillet équivalent regarde le nord, c'est-à-dire qu'un observateur couché sur le courant, d'après la règle d'Ampère, ait le pôle magnétique terrestre à sa gauche : si le courant va de D en FGE, la partie EG, dans laquelle le courant est ascendant, se placera à l'ouest.

Imaginons une file de conducteurs plans de même surface S, équidistants, infiniment petits et infiniment voisins, disposés normalement à une ligne droite ou courbe (*fig.* 22) :

ils sont parcourus dans le même sens par des courants de même intensité i. On a ainsi constitué le système pour lequel Ampère avait imaginé le nom de *solénoïde*, attribué depuis par Maxwell au système magnétique défini (p. 9). Pour éviter la confusion, il suffit d'appeler l'ensemble des courants AB un *solénoïde électromagnétique*.

A chacun des courants fermés du solénoïde électromagnétique, on peut substituer le feuillet équivalent de puissance i, en attribuant à ce feuillet une épaisseur e égale à l'intervalle de deux courants. Ces feuillets se trouvent alors empilés de telle sorte que la face australe de chacun d'eux est immédiatement recouverte par la face boréale du suivant. L'action extérieure du système se réduit donc à celle de la face australe A du premier feuillet et de la face boréale B du dernier, ou à celle de quantités de magnétisme $+\mu$ et $-\mu$ distribuées uniformément sur les faces terminales A et B et dont il reste à déterminer la valeur.

Soit n le nombre de courants par unité de longueur ; l'épaisseur e attribuée à chaque feuillet est $\frac{1}{n}$, son moment est donc $\frac{\mu}{n}$; mais il a aussi pour expression Si. Donc

$$\frac{\mu}{n} = Si,$$

$$\mu = nSi.$$

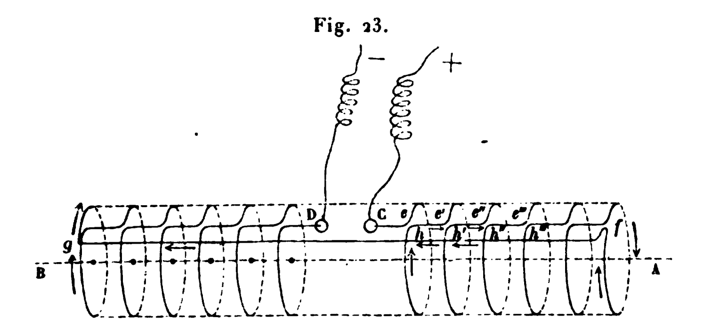
Un solénoïde électromangétique comprenant par unité de longueur n courants d'intensité i et de surface S, *équivaut, au point de vue des actions extérieures, à un solénoïde magnétique dont les extrémités coïncident avec les siennes, et dont la puissance est* nSi.

Pour réaliser pratiquement un solénoïde électromagnétique, on peut, sur un cylindre dont l'axe est AB (*fig.* 23), disposer un conducteur de la manière suivante; de C en E il est parallèle à l'axe, puis il se replie sur un cercle presque fermé jusqu'au point h très voisin de e; ensuite il se continue suivant he', parcourt un deuxième cercle parallèle au premier et ainsi de suite jusqu'à l'extrémité A.

Alors il revient de f en g en une ligne droite qui détruit

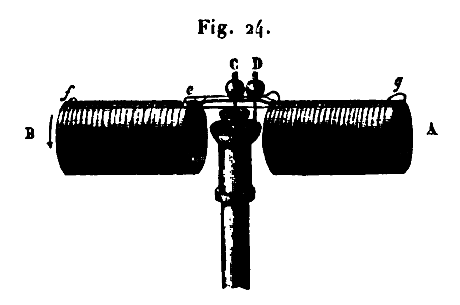
très sensiblement l'effet extérieur de toutes les parties rectilignes Ce, ee', $e'e''$,..., et, arrivé en g, il se replie de nouveau en une série de droites et de cercles qui le ramènent en D ; par conséquent, cet appareil peut être considéré comme réalisant une suite de cercles perpendiculaires à l'axe AB. Mais il est

Fig. 23.



facile de voir que, si l'on se contente de former avec le fil conducteur une hélice passant par les points e, e', e'', les spires pourront sensiblement être remplacées par des cercles parallèles et par des droites ee', e', e'', ..., et que l'appareil total agira comme le précédent ; enfin, si les tours sont très rapprochés et que la longueur totale du cylindre soit très grande par rapport à son diamètre, il offrira sensiblement les propriétés d'un solénoïde théorique. On pourra faire arriver le courant par deux poupées C et D, et tenir le solénoïde à la main ou le suspendre sur un support approprié par deux

Fig. 24.



pointes d'acier C et D (*fig.* 24). Ce support est formé essentiellement de deux conducteurs concentriques, isolés l'un de

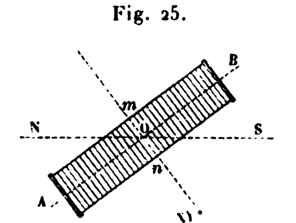
l'autre et en communication avec deux coupelles à mercure dans lesquelles reposent les pointes. Le courant arrive par exemple par le conducteur central, traverse le solénoïde et revient à la pile par le conducteur périphérique.

En vertu de l'identification que nous avons établie, le solénoïde électromagnétique AB doit se diriger sous l'action de la terre comme le ferait le solénoïde magnétique équivalent, c'est-à-dire que son pôle austral A doit pointer vers le nord magnétique. C'est ce que l'expérience confirme : si l'on écarte le solénoïde de sa position d'équilibre, il y revient par une série d'oscillations isochrones, comme le ferait un aimant, et la durée de ces oscillations est donnée par la formule

$$T = \pi\sqrt{\frac{A}{nSilH}},$$

dans laquelle l représente la longueur du solénoïde et, par suite, $nSil$ son moment M.

Fig. 25.



On peut enfin rendre un solénoïde électromagnétique mobile autour d'un axe horizontal O (*fig.* 25) perpendiculaire au méridien magnétique, et alors l'axe du solénoïde se place dans la direction de l'aiguille d'inclinaison, son pôle austral A plongeant au-dessous de l'horizon. Si l'axe O était dans le méridien magnétique, le solénoïde se dirigerait verticalement, avec son pôle austral A en bas.

ACTION D'UN COURANT CIRCULAIRE SUR UN POLE PLACÉ SUR SON AXE. — Puisqu'on peut remplacer un courant fermé par un feuillet magnétique, le potentiel V du courant en un point quelconque de l'espace est égal au potentiel du feuillet magnétique équivalent, c'est-à-dire au produit de l'intensité i du courant par l'angle solide Ω sous-tendu par le courant au point donné. Cet angle doit être considéré comme positif si le point P est situé du côté de la face australe du feuillet, comme négatif s'il est du côté de la face boréale.

Ici se place toutefois une observation importante. L'angle Ω, sous-tendu par un feuillet, augmente brusquement de 4π

quand le point P traverse le feuillet. Or, dans le cas actuel, le contour seul du feuillet est déterminé; on peut lui attribuer une forme arbitraire. L'angle solide n'est donc déterminé qu'à 4π près, puisqu'on peut supposer indifféremment que le feuillet est en avant ou en arrière du point P donné. Il en résulte que le potentiel n'est lui-même déterminé qu'à $4\pi i$ près.

Ce résultat n'a rien qui doive nous surprendre. Le potentiel V représente toujours un travail; il augmente de $4\pi i$ à chaque révolution effectuée par le pôle magnétique unité, dans le sens de la force qui le sollicite, c'est-à-dire de manière à traverser le feuillet qui remplace le courant de sa face boréale vers sa face australe. L'expression générale du potentiel en un point P est donc

$$V = i(\Omega + 4n\pi). \tag{3}$$

La constante $4n\pi i$ s'élimine d'ailleurs par la différentiation, et la valeur de la force exercée au point P est entièrement déterminée.

Par raison de symétrie, l'action d'un courant circulaire de rayon R sur un pôle austral A placé en un point de son axe (*fig.* 26) est dirigée suivant cet axe. Pour l'évaluer, nous chercherons d'abord le potentiel au point A.

Fig. 26.

Soit θ l'angle MAO, l'angle solide Ω est la surface de la zone interceptée sur la sphère de rayon 1 ayant son centre en A par le cône d'ouverture θ. Il a pour valeur

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta) + 4n\pi.$$

Posons $\overline{OA} = a$, $\overline{OM} = r$:

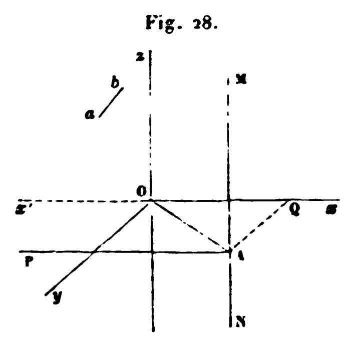
$$\Omega = 2\pi\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}}\right) + 4n\pi,$$

$$V = i\Omega = 2\pi i\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}}\right) + 4n\pi i. \tag{4}$$

l'infini par une courbe arbitraire située dans un plan quelconque passant par l'axe des z, par exemple dans le plan des zx.

Un tel courant peut donc être assimilé à un feuillet magnétique plan, de puissance égale à i, limité à l'axe des z, c'est-à-dire au contour du courant, mais s'étendant à l'infini, par exemple vers les x négatifs (*fig.* 28). Nous supposons le courant ascendant, et alors le feuillet a sa face australe en avant. En un point quelconque A de l'espace, la valeur du potentiel magnétique V dû au feuillet est égale au produit de sa puissance i par l'angle solide Ω sous-tendu par le feuillet au point considéré. Dans le cas actuel, l'angle solide est le dièdre OAMNP limité par le plan ZOA et le plan MAPN parallèle au plan des zx. Il a pour mesure le double de son angle plan OAP $=$ AOx, dont la tangente est $\frac{y}{x}$. Le potentiel est donc

Fig. 28.



$$V = 2i \operatorname{arctang} \frac{y}{x} + 4n\pi i. \tag{8}$$

Les composantes de la force exercée sur un pôle austral égal à l'unité, placé au point A, sont

$$Z = -\frac{\partial V}{\partial z} = 0,$$

$$X = -\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{2iy}{r^2},$$

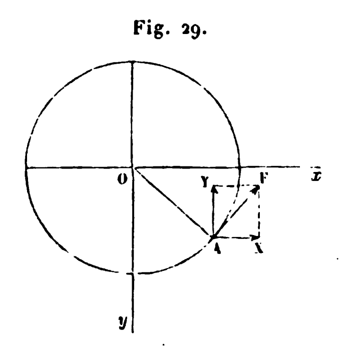
$$Y = -\frac{\partial V}{\partial y} = -\frac{2ix}{r^2}.$$

La force résultante est

$$f = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{2i}{r}. \tag{9}$$

Elle est perpendiculaire au rayon vecteur OA (*fig.* 29) et en raison inverse de la distance, elle est dirigée vers la gauche de l'observateur d'Ampère.

Fig. 29.

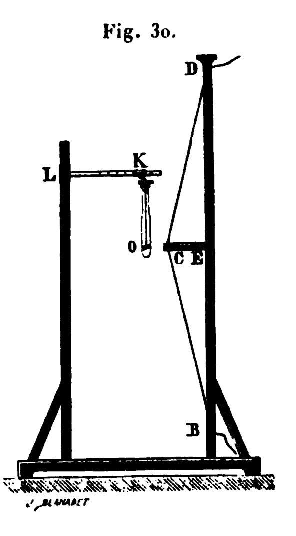


Nous retrouvons ici l'expression dont nous avons déjà fait usage dans le fascicule précédent pour définir l'intensité électromagnétique d'un courant.

EXPÉRIENCE DE BIOT ET SAVART. — On peut vérifier la formule précédente, grâce à la disposition expérimentale suivante, due à Biot et Savart ([1]).

Le fil conducteur du courant passe sur un cadre de très grande dimension perpendiculaire au plan du méridien magnétique, et dont un côté DEB, seul représenté sur la figure, est vertical (*fig.* 30). Un barreau aimanté très court, protégé contre l'agitation de l'air par un tube de verre dans lequel il est enfermé, est suspendu librement avec son milieu O dans le plan du cadre. Les actions que supportent ses deux pôles sont très sensiblement égales, puisque l'aimant est

Fig. 30.



([1]) Voir la Collection de *Mémoires sur l'Électrodynamique*, publiés par la Société française de Physique, t. II de la Collection générale, p. 80.

très court, et elles sont dirigées perpendiculairement au plan du cadre, c'est-à-dire dans le méridien magnétique. Si l'on écarte l'aiguille de sa position d'équilibre, elle oscille sous l'influence combinée de la terre et du cadre, et la mesure de la durée de ses oscillations permet de déterminer la grandeur de la force électromagnétique appliquée aux pôles de l'aiguille. Soient, en effet, n le nombre d'oscillations effectuées en un temps t sous l'influence de la terre seule, N et N′ les nombres d'oscillations aux distances r, r' quand le cadre est animé par le courant, f, f' les forces électromagnétiques correspondantes : on reconnaît sans peine que

$$\frac{f'}{f} = \frac{N'^2 - n^2}{N^2 - n^2}.$$

Or l'expérience prouve que

$$\frac{N'^2 - n^2}{N^2 - n^2} = \frac{r}{r'}.$$

Il en résulte

$$\frac{f'}{f} = \frac{r}{r'}, \qquad fr = \text{const}.$$

Au reste, quand on fait varier l'intensité i du courant, on trouve que la force f, pour une distance r variable, varie proportionnellement à i. On a donc définitivement, en désignant par $2k$ une constante convenable,

$$(9\ bis) \qquad fr = 2ki.$$

Nous admettrons que cette formule représente l'action exercée par le côté vertical du cadre le plus voisin de l'aiguille. On vérifie en effet que la forme et les dimensions des parties du courant très éloignées n'exercent pas d'influence appréciable sur la valeur de f; la formule (9 *bis*) s'applique donc même au cas limite d'un courant rectiligne indéfini qui coïnciderait avec le côté vertical du cadre. Elle coïncide avec la formule (9) établie ci-dessus, à la condition de faire $k = 1$ [1],

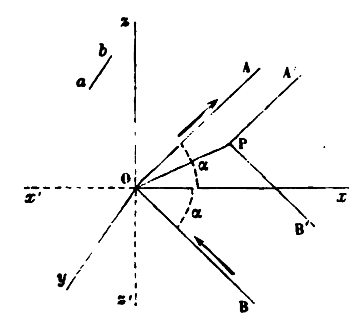
---

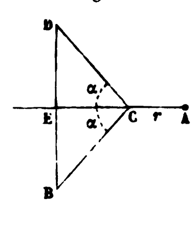
[1] Au lieu d'un courant rectiligne indéfini, Biot et Savart ont aussi employé ce qu'ils ont appelé un *courant angulaire*. Le fil conducteur DCB

On pourrait encore établir la formule de l'action d'un courant rectiligne indéfini sur un pôle par la méthode d'équilibre de Maxwell, indiquée au Chapitre I du fascicule précédent.

(*fig.* 30 et 32), dont le plan est perpendiculaire au méridien magnétique, était disposé, par le moyen de la tige transversale EC, de manière à former en C un angle vif; l'aiguille mobile était toujours suspendue dans le plan du méridien magnétique et son centre O se trouvait dans le plan CBD

Fig. 31.





sur le prolongement de la bissectrice CE de l'angle DCB. Biot et Savart reconnurent que dans ce cas la force électromagnétique, pour une intensité fixe i du courant et une distance $OC = r$ invariable, variait avec l'angle $DCB = 2\alpha$, d'après la formule

$$\frac{f'}{f} = \frac{\tang \frac{\alpha'}{2}}{\tang \frac{\alpha}{2}}.$$

L'assimilation du courant à un feuillet magnétique (*fig.* 32) conduit à la valeur suivante du potentiel au point quelconque P

$$V = i\Omega = 2i \arc\sin \frac{y \sin\alpha}{\sqrt{(r - x\cos\alpha)^2 - r^2\sin^2\alpha}} + 4n\pi i.$$

L'angle Ω est l'angle trièdre dont les arêtes sont PA', PB' et PO et dont la face antérieure est dirigée à partir de P vers les x négatifs.

Pour un point M situé sur l'axe des x à la distance $-d$, c'est-à-dire dans la position correspondant aux expériences de Biot et Savart, les composantes de la force prennent les valeurs particulières

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = \frac{2i}{d} \tang \frac{\alpha}{2},$$

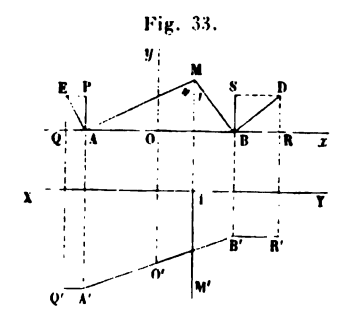
conformément aux résultats de l'expérience.

ACTION D'UN COURANT RECTILIGNE INDÉFINI SUR UNE AIGUILLE AIMANTÉE. — L'action d'un courant rectiligne indéfini sur un pôle magnétique μ a pour valeur $\frac{2\mu i}{r}$, et sa direction est perpendiculaire au plan contenant le courant et le pôle.

Si, au lieu d'un pôle isolé, on considère une aiguille aimantée réduite à deux pôles A et B, séparés par une distance $2l$, l'aiguille est soumise de la part du courant à deux forces qui n'ont pas en général de résultante, et qui peuvent seulement se réduire à une force et à un couple. Quelques cas particuliers sont intéressants à examiner.

1° *Expérience d'Œrsted.* — Soient AB, A'B' (*fig.* 33) les projections d'une aiguille horizontale suspendue sur un pivot

Fig. 33.



vertical OO'; MIM' un courant indéfini horizontal. Les forces appliquées aux pôles se projettent en AE, A'Q', BD, B'R'. Elles se décomposent en forces verticales AP, BS qui tendent à soulever l'aiguille, et en forces horizontales AQ, BR qui tendent à la diriger dans un plan perpendiculaire à celui du courant avec son pôle austral à gauche de l'observateur d'Ampère. Ce sont ces forces dont on constate expérimentalement l'effet.

2° *Cas où l'aiguille est suspendue sur un liquide.* — La disposition demeurant la même, si l'aiguille, au lieu d'être placée sur un pivot, flotte à la surface d'un liquide, elle tournera sur elle-même pour se placer dans la direction des forces AQ et BR; mais, comme celles-ci ne sont point égales, elle se déplacera jusqu'à ce que son milieu O se projette en I sur la direction du courant.

On calculera sans peine la force qui tend à produire le déplacement de l'aiguille supposée normale au courant. On a, en effet, en désignant par x et y les coordonnées du point M,

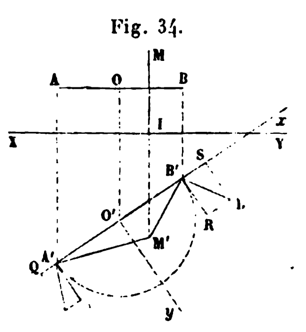
$$\overline{BR} = f = \overline{BD}\cos DBR = \frac{2\mu i}{\overline{MB}}\frac{y}{\overline{MB}} = \frac{2\mu i y}{y^2+(l-x)^2},$$

$$\overline{AQ} = f' = \overline{AE}\cos EAQ = \frac{2\mu i}{\overline{MA}}\frac{y}{\overline{MA}} = \frac{2\mu i y}{y^2+(l-x)^2};$$

$$f - f' = \frac{8\mu i l x y}{[y^2+(l-x)^2][y^2+(l+x)^2]}.$$

Cette force sera nulle si $y = 0$, c'est-à-dire si le courant touche l'aiguille, ce qui est évident, puisque alors les forces AE et BD sont verticales; elle sera nulle encore si $x = 0$, c'est-à-dire lorsque le courant est sur la verticale du point milieu O. L'équilibre est stable quand BR et AQ s'éloignent de O; car, si l'on déplace le courant et qu'on le mette en M dans l'angle yOx, la composante BR est plus grande que AQ, et elle entraîne l'aiguille de B vers R, de manière à la ramener à sa position d'équilibre en plaçant le point O sur la verticale MI; mais, si le courant change de direction, BR et AQ sont toutes deux dirigées vers O, et, BR étant plus grand que AQ, le point O s'éloigne de MI, et l'aiguille est chassée de R vers B.

Fig. 34.



3° *Cas d'un courant vertical et d'une aiguille horizontale.* — Soient encore AB et A'B' (*fig.* 34) les deux projections de l'aiguille horizontale soutenue sur un pivot OO', MI et M'I celles d'un courant vertical. Les plans menés par ce courant et les deux pôles seront verticaux, et leurs traces seront M'A', M'B'. Les deux actions du courant seront égales à $\frac{1}{\overline{M'B'}}$ et à $\frac{1}{\overline{M'A'}}$; elles seront horizontales et se projetteront en grandeur réelle en B'D et A'C. Nous pourrons les décomposer en deux autres parallèles et perpendiculaires à l'aiguille.

Les deux forces A'Q et B'S se calculeront comme précé-

en suivant une trajectoire PRQ extérieure au plan et située tout entière du côté de la face australe du courant, le potentiel croît de o à $2\pi i$, et l'on rencontre par conséquent toutes les surfaces équipotentielles intermédiaires, quelque voisin du courant que soit le contour.

Pour un courant rectiligne, le potentiel est [formule (8), p. 46]

$$V = 2i \operatorname{arctang} \frac{y}{x} + 4n\pi i.$$

Les surfaces équipotentielles ont donc pour équation

$$\frac{y}{x} = \text{const.};$$

ce sont des plans passant par le courant; l'angle des plans équipotentiels $V = \Omega i$, $V' = \Omega' i$ est $\frac{1}{2}(\Omega - \Omega')$.

Au voisinage immédiat d'un courant de forme quelconque, le potentiel ne dépend que de la portion du courant infiniment voisine. Pour évaluer le potentiel en un point très voisin d'un courant, on peut donc confondre celui-ci avec un courant rectiligne de même intensité et de même direction, et le théorème que nous venons de démontrer sur l'angle de deux surfaces équipotentielles infiniment voisines est toujours applicable.

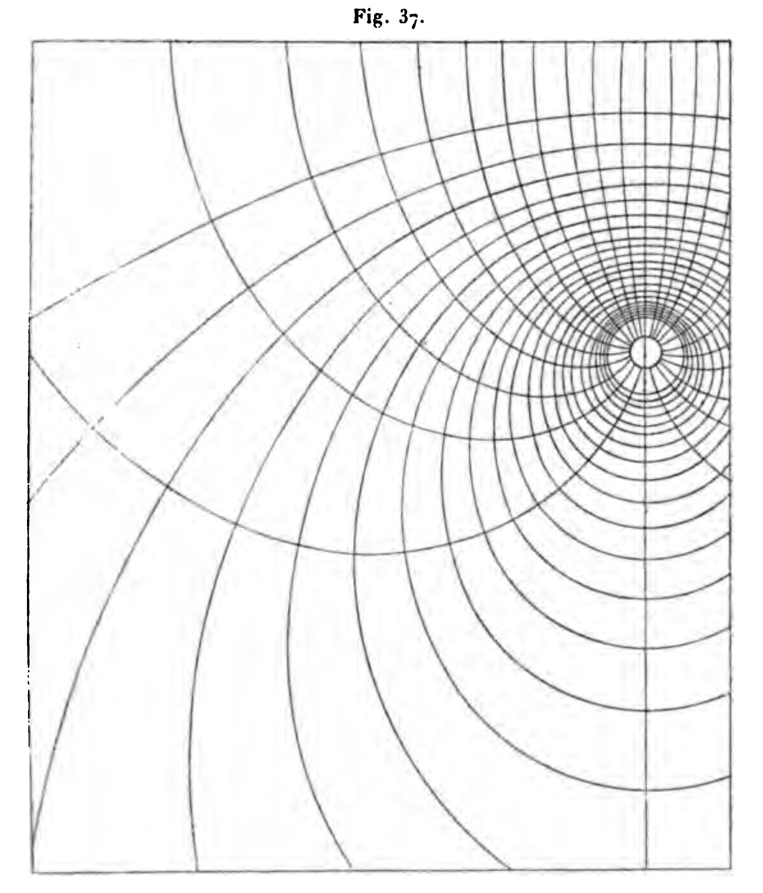
Les lignes de force sont nécessairement fermées autour du courant.

La *fig.* 37 représente le champ magnétique d'un courant circulaire. Le plan du diagramme est perpendiculaire au courant et limité supérieurement à son axe. Au voisinage du courant, les lignes de force sont sensiblement circulaires et très rapprochées : leur écart est maximum au voisinage de l'axe dans cette région, le diagramme est divisé par les lignes équipotentielles et les lignes de force en petits rectangles sensiblement égaux, c'est-à-dire que le champ magnétique est à peu près uniforme. L'axe du courant est une ligne de force.

FLUX DE FORCE A TRAVERS UN CONTOUR DÉTERMINÉ. — Il est souvent utile, en électromagnétisme, de considérer l'intégrale $\int F_n dS$ étendue à une surface quelconque limitée à un contour donné. Nous désignons par F_n la composante du champ

magnétique, dirigée normalement à l'élément de surface dS. L'intégrale $\int F_n dS$, introduite par Maxwell, est désignée par MM. Mascart et Joubert [1] sous le nom de *flux de force*, que nous adopterons dans ce Traité.

Fig. 37.



Dans un champ uniforme, le flux de force à travers une surface plane varie proportionnellement à l'intensité du champ, à l'étendue de la surface et au cosinus de l'angle que

---

(1) MASCART et JOUBERT, *Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme*, t. I, Paris, 1882.

les lignes de force font avec la normale à la surface. Si l'on se représente un tel champ comme traversé par des lignes de force dont le nombre (ou mieux la *densité*) varie proportionnellement à l'intensité du champ, le flux de force à travers la surface considérée demeurera, quelle que soit son inclinaison, proportionnel au nombre de lignes de force qu'elle rencontre. Considérons maintenant un champ variable en direction et en intensité, et décomposons la surface S en ses éléments : $F_n dS$ représente le nombre de lignes de force coupées par l'élément dS, et $\int F_n dS$ le nombre total de lignes de force interceptées par la surface, lequel ne dépend évidemment que du contour qui la limite, et non de la forme qu'elle affecte.

Dans le cas particulier de l'électromagnétisme, ce flux de force est le nombre de lignes de force qui sont embrassées dans le circuit d'un courant fermé ou interceptées par un feuillet magnétique. Le flux de force est considéré comme positif quand il pénètre dans le feuillet par sa face boréale.

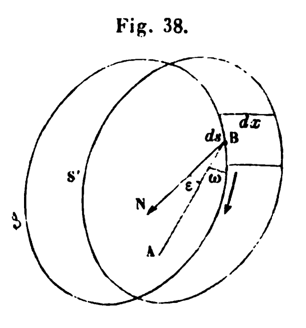
ACTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES ÉLÉMENTAIRES. — Au lieu de considérer en bloc l'action exercée par un courant fermé sur un pôle magnétique ou inversement, on peut regarder l'action d'un courant comme la résultante d'actions élémentaires exercées par tous les éléments dans lesquels on peut le décomposer, en partageant son conducteur en parties de longueur infiniment petite. Cette conception paraîtrait tout à fait artificielle, puisqu'on ne peut produire une portion de courant permanent isolément d'un circuit fermé dont elle fait partie, si elle ne répondait à certaines expériences, où l'on ne doit avoir en vue que les forces agissant sur une portion de conducteur qui est seule mobile. Il se produit alors des phénomènes remarquables qui s'interprètent sans peine par la considération des actions électromagnétiques élémentaires.

Nous nous proposons donc d'exprimer l'action d'un circuit fermé par une intégrale simple étendue à tout son contour : nous considérerons conventionnellement l'élément de cette intégrale comme l'action de l'élément de courant sur le pôle

magnétique considéré, et nous comparerons le résultat de ce calcul à l'expérience.

Plaçons en A (*fig.* 38) un pôle magnétique austral égal à l'unité, et soit S un circuit traversé par un courant d'intensité *i*. Supposons que ce dernier glisse d'une quantité égale à dx dans une direction arbitraire : un élément ds du circuit placé en B, à la distance $AB = r$ et dont la direction fait avec celle du déplacement un angle η, est soumis de la part du pôle à une force qu'il s'agit de calculer, et dont nous désignons par X la composante suivant le déplacement. Le travail exécuté par cette force est $X\,dx$ et peut être considéré comme résultant d'une extension $dS = dx\,ds \sin\eta$ donnée au feuillet que nous avons toujours le droit de substituer au courant. Soient dV l'élément de potentiel en A fourni par dS, $d\Omega$ l'angle solide sous-tendu par dS en A; on a

Fig. 38.



$$dV = -X\,dx = i\,d\Omega.$$

Pour une valeur positive dS, $d\Omega$ est positif quand le pôle A est situé vers la face australe du plan de déplacement, négatif dans le cas contraire. Soit ε l'angle de AB avec la direction BN de la normale à dS située vers la droite du courant. On a, en valeur absolue et en signe,

$$d\Omega = -\frac{dS\cos\varepsilon}{r^2},$$

$$X = -\frac{i\,d\Omega}{dx} = \frac{i\,ds}{r^2}\sin\eta\cos\varepsilon.$$

X est la composante, dans la direction du déplacement dx, de la force exercée par le pôle sur l'élément. Pour avoir la grandeur F de la force elle-même, il suffit de choisir la direction du déplacement, de manière à rendre X maximum. Or le maximum de $\sin\eta$ est égal à l'unité, lorsque $\eta = \frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire quand le déplacement est normal à l'élément de

courant. Quant à $\cos\varepsilon$, on ne peut le rendre égal à 1, mais il prend sa valeur maximum quand AB est perpendiculaire au déplacement. Soit ω l'angle de AB et de ds; on a alors

$$\cos\varepsilon = \sin\omega,$$

$$(10) \qquad \mathrm{F} = \frac{i\,ds\sin\omega}{r^2}.$$

La direction de F est telle que la force électromagnétique exercée sur l'élément de courant tend à diminuer Ω. F est donc dirigée de la face australe vers la face boréale du feuillet, c'est-à-dire vers la droite du courant. Il résulte de la formule (10) :

1° Que *la force* F *exercée par un pôle égal à l'unité sur un élément de courant est appliquée au milieu de l'élément, perpendiculaire à l'élément et à la droite joignant le pôle à l'élément, c'est-à-dire perpendiculaire au plan passant par l'élément et le pôle ;*

2° Que *cette force est proportionnelle à l'intensité du courant, à la longueur de l'élément, au sinus de l'angle que fait, avec l'élément, la droite joignant l'élément au pôle, enfin en raison inverse du carré de la distance.*

Si l'on substitue au pôle unité un pôle contenant une quantité de magnétisme μ, la force augmentera dans le rapport de μ à l'unité, et l'on aura définitivement

$$(11) \qquad f = \mu\mathrm{F} = \frac{\mu\,i\,ds\sin\omega}{r^2}.$$

Cette expression de l'action élémentaire électromagnétique a été donnée par Ampère ([1]). Mais la marche synthétique que nous avons suivie pour la démontrer a été indiquée par Sir W. Thomson et adoptée par Maxwell ([2]) dans son important Ouvrage sur l'électricité et le magnétisme.

([1]) AMPÈRE, *Mémoires sur la théorie des phénomènes électrodynamiques. Voir* la collection des Mémoires publiés par la Société française de Physique, t. II et III.

([2]) MAXWELL, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, t. II.

L'action exercée par le pôle A sur un élément B de courant étant

$$f = \frac{\mu i\, ds \sin\omega}{r^2},$$

l'action de l'élément B de courant sur le pôle A est

$$(12)\qquad f' = -f = -\frac{\mu i\, ds \sin\omega}{r^2}.$$

Le signe — indique qu'elle est dirigée en sens contraire de f, c'est-à-dire que l'action de l'élément sur le pôle tend à déplacer celui-ci vers la gauche du courant.

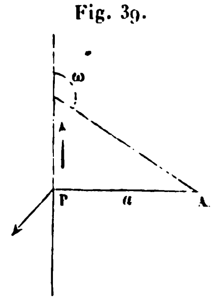


Fig. 39.

Comme application de la formule (11), nous allons calculer l'action R exercée par un pôle magnétique A sur un courant rectiligne indéfini (*fig.* 39). Elle a pour expression

$$R = 2\mu i \int_0^\infty \frac{\sin\omega\, ds}{r^2}.$$

Mais, en désignant par a la longueur AP,

$$s = a \operatorname{tang}\left(\omega - \frac{\pi}{2}\right) = -a\cot\omega, \qquad r^2 = a^2 + s^2,$$

$$ds = \frac{a}{\sin^2\omega}\, d\omega,$$

$$R = 2\mu i a \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{d\omega}{a^2(1+\cot^2\omega)\sin\omega} = \frac{2\mu i}{a} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin\omega\, d\omega = \frac{2\mu i}{a}.$$

Cette force est appliquée au courant en P, perpendiculairement au plan passant par le pôle A et le courant et tend à entraîner le courant vers la droite de l'observateur d'Ampère

(*fig.* 39). Nous retrouvons ainsi le résultat obtenu antérieurement ([1]).

Toutefois, nous devons faire observer que, tant qu'on se bornera à appliquer la formule (11) au calcul de l'action d'un *courant fermé*, on est libre d'ajouter à l'expression élémentaire que nous avons adoptée toute dérivée exacte d'une fonction des coordonnées de l'élément de courant, car l'intégrale correspondante est identiquement nulle dans le cas d'un circuit fermé. On ne peut lever l'indétermination que par des expériences dans lesquelles une portion seulement d'un circuit fermé est rendue mobile. Nous verrons que la formule élémentaire d'Ampère, telle qu'elle a été donnée ci-dessus, rend un compte exact de tous les faits observés. Il n'y a donc pas lieu de la modifier.

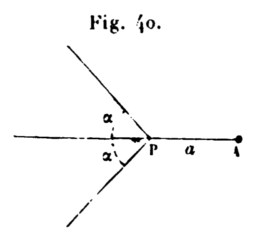
ROUE DE BARLOW. — On peut montrer l'action exercée par un aimant sur une portion de courant mobile par une expérience très élégante due à Barlow ([1]).

Une roue dentée en cuivre, évidée pour être plus légère, est mobile autour d'un axe GF (*fig.* 41). Les dents dont le contour est garni viennent, quand elle tourne, lécher la sur-

---

([1]) Pour passer au cas d'un courant angulaire, il suffit de remplacer a

Fig. 40.



par $a \sin \alpha$, et d'étendre l'intégration de $\pi - \alpha$ à π (*fig.* 40) :

$$R = \frac{2\mu i}{a \sin \alpha}[\cos(\pi - \alpha) + 1] = \frac{2\mu i}{a}\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{2\mu i}{a} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}.$$

C'est encore le résultat connu du calcul direct.

([1]) BARLOW, *On magnetic attraction*, London, 1823; *Bibliothèque universelle*, t. XX, p. 127. (*Voir* la *Collection de Mémoires publiés par la Société française de Physique*, t. II, p. 205.)

face d'un bain de mercure dans une auge ED. Un courant électrique, qui arrive au mercure par la poupée C, remonte verticalement, par les dents de la roue, du contour vers le

Fig. 41.



centre, et retourne par l'axe au pôle négatif. Enfin un aimant AMB, qui est fixé sur la base de l'appareil, présente ses deux pôles A et B aux deux faces de la roue.

L'observateur placé dans le courant mobile sera vertical, il aura les pieds en bas, la tête vers l'axe FG, et, s'il regarde le pôle boréal B, il sera sollicité par une force dirigée vers sa gauche de D en E. S'il se retourne de manière à regarder le pôle A, il sera chassé vers sa droite : ce sera encore de D en E, car sa droite a changé de position pendant qu'il s'est retourné. Par conséquent, la roue qui conduit le courant devra se mouvoir de D vers E, et, comme c'est en effet ce que montre l'expérience, on peut conclure que l'action des pôles d'un aimant sur un élément de courant a réellement la direction que nous avons indiquée.

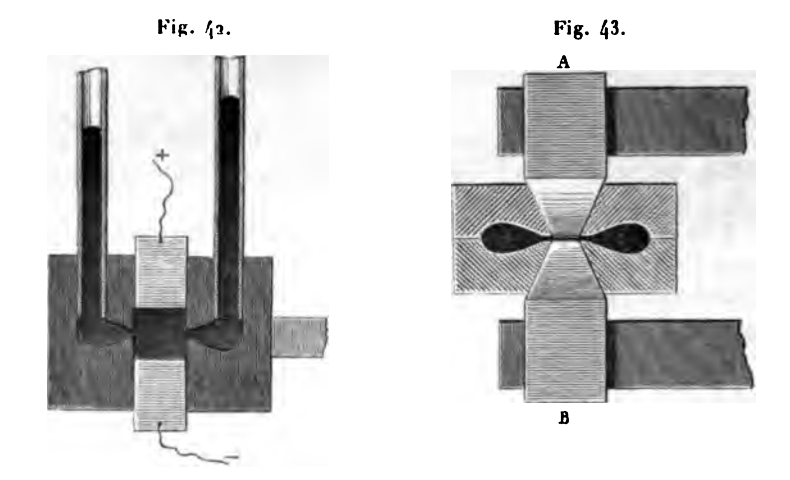
La roue de Barlow nous montre un premier et remarquable exemple d'un mouvement de rotation continu produit par les actions électromagnétiques. La force exercée par l'aimant sur la roue est constante, puisque l'appareil n'éprouve aucune déformation par la rotation de la roue; la vitesse acquise par

l'appareil augmente donc à chaque révolution et augmenterait sans limite, si, d'une part, les frottements à vaincre n'agissaient en sens contraire du mouvement pour en limiter la vitesse, et si, d'autre part, les phénomènes d'induction que nous étudierons par la suite ne diminuaient l'intensité du courant, d'autant plus énergiquement que la vitesse est plus grande, et le travail mécanique accompli par le courant plus considérable.

GALVANOMÈTRE A MERCURE. — Pour montrer l'action d'un aimant sur un élément de courant, on peut encore avoir recours à la disposition suivante, imaginée par M. Lippmann [1].

Un tube en U contenant du mercure est placé entre les pôles d'un aimant en fer à cheval (*fig.* 42 et 43). Un courant

Fig. 42. Fig. 43.



vertical est dirigé à travers la branche horizontale du tube, normalement aux lignes de force du champ. L'action électromagnétique entraîne le mercure dans une direction horizontale normale aux lignes de force, et une dénivellation s'établit entre les deux branches du tube en U. Le mercure s'arrête

[1] Lippmann, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 384; 1884.

quand l'excès de pression résultant de la dénivellation contre-balance exactement l'action électrodynamique.

Cette expérience a donné lieu à la création d'un véritable galvanomètre à mercure. La partie essentielle de l'instrument est une chambre à mercure plate disposée verticalement entre les pôles de l'aimant en fer à cheval, et communiquant de part et d'autre avec les deux branches du tube en U. Deux électrodes de platine de même largeur que la chambre à mercure occupent sa partie supérieure et sa partie inférieure. Soient h la hauteur de la chambre à mercure, e son épaisseur, i l'intensité du courant, H l'intensité du champ magnétique, d la densité du mercure, x la dénivellation produite. La force électromagnétique est Hhi; elle équilibre la pression due à la dénivellation x et agissant sur la surface he du rectangle qui termine latéralement la chambre à mercure. On a donc

$$Hhi = gx\,dhe,$$

(13) $$x = \frac{H}{gde}\,i.$$

La dénivellation est proportionnelle à l'intensité H du champ, à l'intensité i du courant, et en raison inverse de l'épaisseur e de la chambre à mercure. Pour avoir un instrument sensible, il faut donc réduire le plus possible cette épaisseur, par exemple à moins de $0^{mm},1$.

On graduera le galvanomètre à mercure par comparaison avec une boussole des tangentes. Il offre l'avantage d'être absolument apériodique, car le frottement considérable que le mercure doit vaincre pour passer d'une branche dans l'autre l'empêche de prendre une vitesse sensible. La position d'équilibre sera donc atteinte sans oscillations. Habituellement l'appareil porte une graduation en ampères; mais il est clair qu'on doit le vérifier de temps à autre, pour s'assurer si le champ magnétique de l'aimant n'a pas subi d'altérations.

ROTATION DES COURANTS PAR LES AIMANTS. — D'une manière générale, soient MN un élément de courant, et A le pôle d'un aimant (*fig.* 44). L'action exercée sur MN est une force F perpendiculaire à AMN et égale à $\frac{\mu i \sin\omega\, ds}{r^2}$, ou, pour un cou-

rant d'intensité 1 agissant sur un pôle unité, à $\frac{\sin\omega\, ds}{r^2}$. Si l'on abaisse MP perpendiculaire sur AN, $\overline{MP} = ds \sin\omega$, et si l'on décrit du point A comme centre une sphère de rayon égal à l'unité, elle sera coupée par le plan AMN suivant l'arc M'P' égal à $\frac{\overline{MP}}{r}$, ou à $\frac{\sin\omega\, ds}{r}$. Donc

$$f = \frac{\overline{M'P'}}{r};$$

enfin, puisque la force f est perpendiculaire au plan AMN, le moment de rotation de l'élément MN, autour du point A, sera

$$fr = \overline{M'P'}.$$

Ce moment est donc perpendiculaire au plan AM'P', et représenté en grandeur par $\overline{M'P'}$. La même chose ayant lieu pour tous les éléments d'une portion quelconque CMD de courant, le moment du couple résultant sera lui-même, d'après un théorème connu, représenté en grandeur par la droite $\overline{D'C'}$, qui ferme le polygone des moments, et il sera perpendiculaire au plan AC'D'.

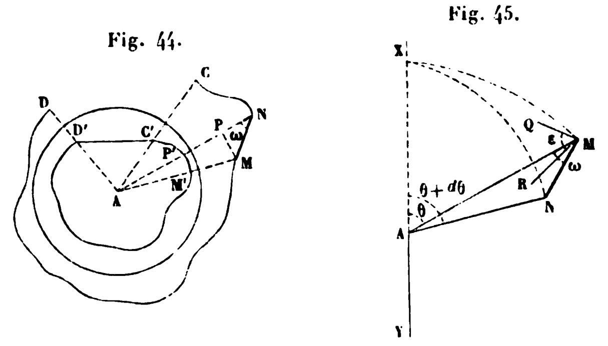


Fig. 44. Fig. 45.

Il résulte de là que, si le courant CMD est fermé, C'D' est nul et le couple résultant est égal à zéro, c'est-à-dire que l'action d'un pôle A sur ce courant fermé se réduit à une force unique passant par le point A.

Ce théorème peut d'ailleurs se déduire immédiatement de

l'assimilation d'un courant fermé à un feuillet magnétique, car, les forces magnétiques exercées par les éléments du feuillet étant toutes appliquées au pôle A, leur résultante passe nécessairement par ce pôle.

Calculons maintenant la valeur du moment de rotation d'une portion de courant autour d'un axe XY, passant par le pôle A (*fig.* 45). L'action est dirigée, suivant la normale MQ, au plan AMN; elle se décompose en deux forces, l'une dans le plan XAM, qui est sans action, l'autre MR normale à ce plan, et qui produit la rotation. Si nous désignons par ε l'angle QMR, qui est celui des deux plans XAM et MAN, nous avons

$$\overline{\mathrm{MR}} = \frac{\mu i \sin\omega\, ds}{r^2} \cos\varepsilon.$$

Pour avoir le moment de rotation m, il faut multiplier $\overline{\mathrm{MR}}$ par la perpendiculaire abaissée de M sur XY, laquelle est égale à $r\sin\theta$:

$$m = \frac{\mu i\, ds}{r} \sin\omega \sin\theta \cos\varepsilon.$$

Dans l'angle trièdre dont le sommet est en A et la base en XMN, on a

$$\cos\mathrm{XAN} = \cos\mathrm{XAM}\cos\mathrm{MAN} + \sin\mathrm{XAM}\sin\mathrm{MAN}\cos\varepsilon,$$
$$\cos(\theta + d\theta) = \cos\theta\cos\mathrm{MAN} + \sin\theta\sin\mathrm{MAN}\cos\varepsilon.$$

L'angle MAN étant infiniment petit, son cosinus est égal à l'unité ; d'autre part, le triangle MAN fournit immédiatement

$$\sin\mathrm{MAN} = \frac{ds \sin\omega}{r};$$

en remplaçant le cosinus et le sinus de MAN par leurs valeurs dans l'équation précédente, il vient

$$d\cos\theta = -\sin\theta\, d\theta = \frac{ds}{r}\sin\omega\sin\theta\cos\varepsilon,$$

et, en comparant cette valeur avec celle du moment de rotation,

$$m = -\mu i \sin\theta\, d\theta.$$

Si l'on intègre entre les limites quelconques θ_1 et θ_2, le moment total P sera

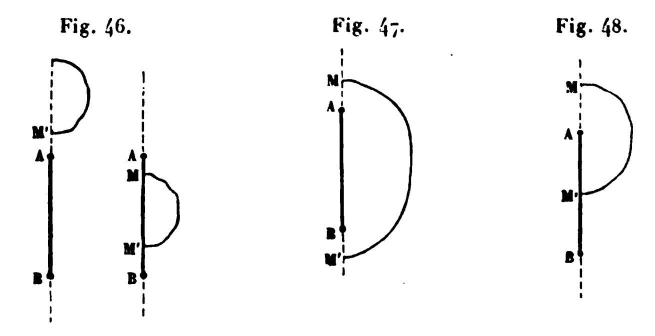
$$\text{(14)} \qquad P = \mu i(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

Lorsque l'axe XY passera à la fois par les deux pôles de l'aimant, il faudra retrancher les deux moments de rotation

$$\text{(15)} \qquad P - P' = \mu i(\cos\theta_1 - \cos\theta_2 - \cos\theta'_1 + \cos\theta'_2),$$

expression qui est nulle pour un courant fermé, car alors $\theta_1 = \theta_2$ et $\theta'_1 = \theta'_2$.

Nous examinerons en particulier le cas où la portion de courant qui est rendue mobile est terminée en deux points M et M' situés sur l'axe AB (*fig.* 46, 47 et 48) :



1° M et M' peuvent être placés tous deux au-dessus des pôles A et B, ou tous deux entre ces pôles ; dans ce cas, $\theta_1 = \theta_2$, $\theta'_1 = \theta'_2$, et P — P' est nul (*fig.* 46) ;

2° M peut être au-dessus, M' au-dessous des deux pôles (*fig.* 47) ; dans ce cas, $\theta_1 = \theta'_1 = 0$, $\theta_2 = \theta'_2 = \pi$, et P — P' est encore nul ;

3° Mais, si l'un des pôles, A, est compris entre M et M', et que l'autre, B, soit au-dessous de M et de M' (*fig.* 48), on a

$$\theta_1 = 0, \qquad \theta_2 = \pi, \qquad \theta'_1 = \theta'_2 = 0,$$

et, par suite,

$$P - P' = 2\mu i.$$

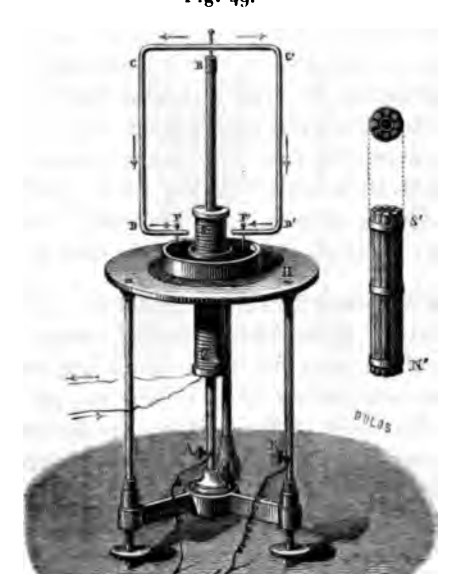
Le courant tournera autour de l'axe AB, et le moment de ro-

tation ne dépendra ni de la position du courant mobile, ni de son étendue.

Si l'on désigne par ω la vitesse angulaire, le travail exécuté dans l'unité de temps par les forces électromagnétiques produisant la rotation sera $2\mu i\omega$.

Pour réaliser les conditions de ce calcul, Jamin fit disposer l'appareil suivant (*fig.* 49). AB est une colonne de

Fig. 49.



cuivre isolée sur une base en ivoire, et par laquelle le courant arrive dans une coupe B ; il descend ensuite le long de deux branches mobiles BCD, BC'D', formées par un tube d'aluminium, et il vient par deux pointes F et F', très voisines l'une de l'autre, dans un godet annulaire de fer plein de mercure : de là il est ramené par les supports jusqu'en K, et enfin jusqu'à la pile. On voit que les parties mobiles du courant sont limitées à un point B situé sur l'axe et aux deux pointes F et F' très voisines de cet axe, et qu'on peut, sans erreur sensible, considérer comme étant confondues avec lui.

Un faisceau magnétique N'S' peut être disposé sur un cylindre creux du même calibre que l'axe AB, et l'on reconnaît que le mouvement du conducteur se produit ou s'arrête quand l'aimant occupe les positions qu'il doit avoir, d'après la théorie, pour le produire ou l'arrêter (¹).

Zöllner (²) a modifié cette expérience d'une manière extrêmement intéressante. Les portions verticales rigides CD, C'D' du conducteur sont remplacées par des chaînes légères en cuivre dont l'extrémité flotte sur le mercure. Le conducteur se met à tourner et les chaînes s'inclinent *comme si elles étaient tirées par la partie rigide du conducteur mobile.* Cette expérience avait été disposée en vue d'établir que le siège de la force motrice n'est pas au point de contact du conducteur mobile et du mercure, ainsi qu'il serait résulté d'une théorie proposée par M. Helmholtz (³). Dans ce cas, en effet, les chaînes auraient dû s'incliner dans le sens opposé, c'est-à-dire *comme si elles étaient tirées par en bas* dans le sens de la rotation.

ROTATION D'UN AIMANT PAR UN COURANT. — Puisque le moment de rotation d'un courant fermé autour de l'axe d'un aimant est nul, le moment de réaction qui tendrait à faire tourner cet aimant autour de ce même axe est aussi nul. On peut en conclure que, si l'on décompose le courant en deux parties quelconques, toutes deux feront naître des couples égaux et contraires, et, si l'on parvient à détruire l'effet de l'un d'eux, celui de l'autre sera de faire tourner l'aimant.

Or les forces réciproques se détruisent nécessairement quand les parties entre lesquelles elles s'exercent sont solidaires. Si donc une portion du courant traverse l'aimant lui-même, elle ne lui donnera aucun mouvement, et toutes les

---

(¹) La bobine NS, en place sur la figure, est destinée à d'autres expériences, sur lesquelles nous aurons bientôt l'occasion de revenir.

Bien que l'aimant N'S' ne puisse être rigoureusement assimilé à deux pôles magnétiques, mais plutôt à deux surfaces magnétiques, les conclusions qui précèdent sont encore légitimes. La même observation s'applique aux expériences qui suivent.

(²) Zöllner, *Pog. Ann.*, CLIII, p. 138, et CLVIII, p. 87. Ces Mémoires sont analysés dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 183, et t. V, p. 252.

(³) Helmholtz, *Monatsberichte der Berliner Akademie*, 1873.

autres parties de ce même courant détermineront un moment de rotation égal et contraire à celui qu'elles éprouveraient elles-mêmes si elles étaient mobiles et que l'aimant fût fixe.

Nous venons de voir que tout courant terminé sur l'axe XY en deux points M, M′, l'un entre les deux pôles, l'autre au-dessus (*fig.* 48), est sollicité par un couple indépendant de sa

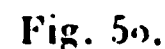
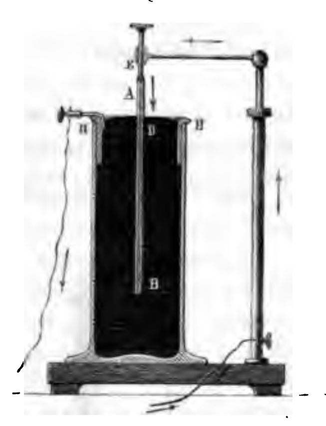


Fig. 50.



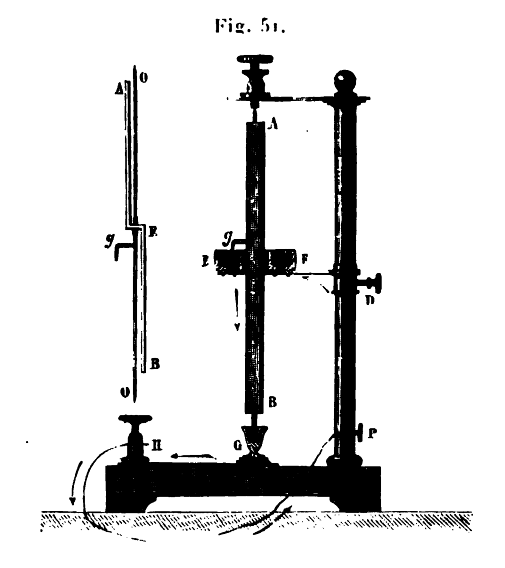
forme et égal à $2\mu i$; par conséquent, si l'on dirige le courant d'une pile à travers l'aimant, en le faisant entrer par le point M et sortir par M′, il déterminera un moment de rotation égal à $-2\mu i$.

Ampère a réalisé ces conditions en plongeant dans l'axe d'une éprouvette pleine de mercure un aimant AB (*fig.* 50), lesté en B par un poids de platine qui le prolonge, et terminé en A par un godet dans lequel on verse une goutte de mercure. Le courant arrive en A par une vis pointue qu'on règle convenablement; il descend d'abord de E jusqu'à la surface du bain en D, et, dans cette portion de son parcours, il n'influe pas sur l'aimant; il s'échappe ensuite en rayonnant vers les bords de l'éprouvette, où il rencontre un anneau métallique HH en communication avec le pôle négatif. Tout se passe donc comme si l'aimant était sollicité par un courant non fermé, terminé en deux points de l'axe, l'un E au-dessus de pôles, l'autre D placé entre les deux.

On peut employer encore un appareil plus commode, construit par M. Breton (*fig.* 51). L'aimant peut tourner autour de deux pointes A et B ; le courant monte par une colonne PD, et arrive dans un vase annulaire EF, qui est rempli de mercure ; il pénètre, par un crochet *g*, dans l'aimant qu'il suit jusqu'au godet G, et il retourne au pôle négatif par H. Sauf la différence de construction, cet appareil est identique à celui d'Ampère.

ROTATION D'UN AIMANT PARALLÈLEMENT A SON AXE. — L'action résultante totale d'un courant sur un aimant se réduit nécessairement à un couple et à une force. Or nous venons de voir que le moment de rotation est nul, si le courant est fermé et l'aimant mobile autour de son axe AB : cela veut dire que le

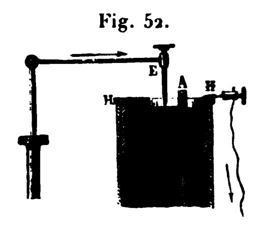
Fig. 51.



couple est dans un plan passant par AB, et que la force est appliquée en un point de cette ligne. Par conséquent, si l'aimant était mobile autour d'un axe parallèle à AB, mais non confondu avec cette ligne, le couple serait encore détruit ; mais la force agirait, et, comme elle changerait nécessairement de direction avec la position de l'aimant, elle pourrait lui imprimer un mouvement de rotation.

C'est ce qu'on vérifie avec un aimant dans l'appareil de la *fig.* 50, en faisant arriver le courant par la pointe E, abaissée

Fig. 52.



jusqu'au niveau du mercure ; et, en plaçant l'aimant excentriquement en A (*fig.* 52), il se met à tourner.

L'ACTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE S'EXERCE SUR LE CONDUCTEUR DU COURANT. — Remplaçons dans l'expérience de la *fig.* 49 le conducteur linéaire par un conducteur creux, une sorte de vase de cuivre renversé. Le courant est amené par le pivot sur lequel le vase métallique repose en équilibre, et s'échappe par ses bords dans une cuvette annulaire. On peut se demander si l'introduction de l'aimant N'S' produira ou non la rotation électromagnétique du vase dans les conditions où le conducteur linéaire se mettrait à tourner. De deux choses l'une, ou bien les actions électromagnétiques agissent sur la matière du conducteur traversé par un courant, et alors le conducteur creux doit tourner sur son pivot comme le ferait individuellement chacun des conducteurs dans lesquels on peut le décomposer par des plans infiniment voisins, passant par l'axe ; ou bien ces forces ne s'exercent que sur l'électricité en mouvement, et n'entraînent d'ordinaire les conducteurs que parce que l'électricité ne peut s'échapper dans la direction normale à leur surface : comme cette impossibilité n'existe plus dans l'expérience actuelle, le vase devrait alors demeurer immobile. L'expérience prouve qu'il tourne et justifie ainsi la première hypothèse. Le moment de la force qui sollicite le conducteur creux ne diffère pas du moment de la force qui s'exercerait sur un conducteur linéaire réunissant tout le courant et appliqué arbitrairement sur la surface du conducteur creux.

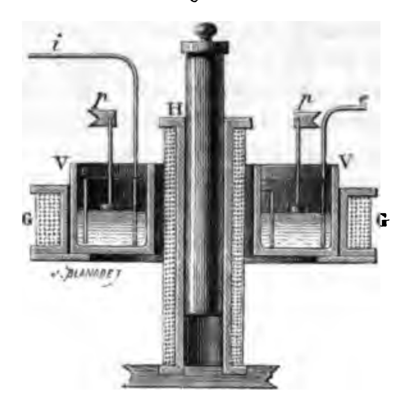
Il y a lieu d'insister sur la différence absolue de nature des

actions électrostatiques qui tendent seulement à déplacer l'électricité dans les conducteurs, et des actions électromagnétiques qui s'exercent sur les conducteurs mêmes du courant.

ROTATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DES ÉLECTROLYTES. — De même qu'un conducteur a deux ou trois dimensions, un liquide peut aussi tourner sous l'influence d'un aimant ou d'un courant. C'est ce qui a été établi d'abord par Davy ([1]) pour le mercure, ensuite par Schweigger ([2]) pour les électrolytes. Les rotations électromagnétiques des liquides ont été étudiées spécialement par Bertin ([3]), à l'aide de l'appareil suivant :

Un vase annulaire V (*fig.* 53), destiné à recevoir le liquide sur lequel on veut expérimenter, par exemple une dissolution

Fig. 53.



de sulfate de cuivre, contient deux électrodes annulaires concentriques *i* et *e* dont on peut à volonté intervertir le rôle par le moyen d'un commutateur. La cavité centrale du vase peut

([1]) DAVY, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXV, p. 64; 1823.

([2]) SCHWEIGGER, *Journal de Schweigger*, t. XLVIII, p. 344; 1826.

([3]) BERTIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LV, p. 304, 1859; t. LVIII, p. 90, 1860; 4e série, t. XVI, p. 71, 1869, et *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 151, 1878.

recevoir un aimant permanent ou un électro-aimant H. Enfin on voit autour du vase une bobine horizontale G destinée à produire les rotations électrodynamiques. Des flotteurs, portant de petits pavillons *p*, demeurent immobiles dans le vase quand on fait passer à travers le liquide des courants centripètes ou centrifuges, mais se mettent à tourner autour de l'axe de l'appareil dès qu'on anime l'électro-aimant intérieur. Le sens de la rotation change avec la direction centripète ou centrifuge du courant et s'effectue toujours vers la droite de l'observateur d'Ampère placé dans le courant et regardant le pôle austral de l'aimant.

CHAPITRE IV.

ÉLECTRODYNAMIQUE.

Cas particulier des solénoïdes. — Nouvelle expression de l'action d'un feuillet magnétique ou d'un courant fermé sur un pôle. — Action d'un champ magnétique sur un élément de courant. — Action réciproque de deux éléments de courants. — Formule de Reynard. — Formule d'Ampère.

Méthode d'Ampère. — Description des appareils. — Action des courants parallèles, angulaires. — Courants quelconques. — Portions d'un même courant rectiligne. — Courants sinueux. — Changement de sens de la force avec celui du courant. — Établissement de la formule fondamentale. — Détermination des constantes de la formule d'Ampère.

Propriétés d'un courant indéfini. — Action sur un courant fini. — Composante parallèle. — Composante perpendiculaire. — Résultante. — Courants croisés. — Courants perpendiculaires. — Courants parallèles. — Rotation d'un courant horizontal. — Courant fermé mobile autour d'un axe vertical. — Conducteurs astatiques. — Courant fermé mobile autour d'un axe horizontal. — Action de la terre sur les courants.

Travail électrodynamique. — Transformation de la formule d'Ampère. Expression du travail électrodynamique. — Formule de Neumann. — Action de deux circuits rectangulaires parallèles.

CAS PARTICULIER DES SOLÉNOÏDES. — Nous avons prouvé que les actions extérieures d'un courant fermé d'intensité i sont identiques à celles d'un feuillet magnétique de puissance i, limité au même contour.

On doit donc pouvoir, en toute circonstance, remplacer un courant par un feuillet ou réciproquement, sans altérer les actions extérieures. Or, deux feuillets magnétiques exercent l'un sur l'autre des actions attractives ou répulsives que nous sommes en mesure de calculer; il doit en être de même de deux courants. Nous allons prouver, en effet, que les courants

agissent les uns sur les autres comme des feuillets, et, pour cela, nous nous placerons d'abord dans des cas particuliers où le sens des actions produites est plus particulièrement facile à prévoir.

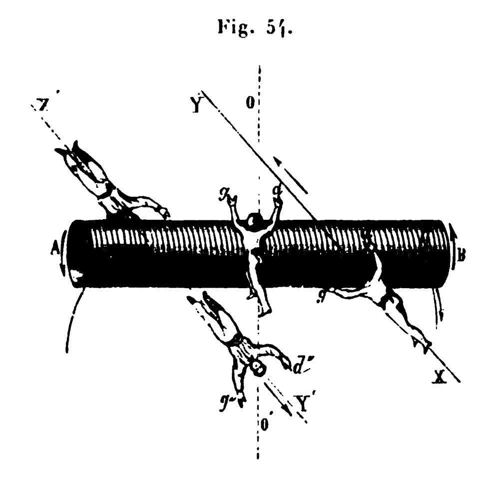
Ainsi, dans l'expérience de Gauss, nous avons remplacé l'aimant fixe de moment M par un petit courant de surface S et d'intensité i, telle que

$$M = Si.$$

On peut aussi répéter l'expérience en substituant à la fois des courants à l'aimant fixe et à l'aimant mobile. Les résultats sont identiques. *Deux courants infiniment petits, dont les axes occupent les positions de Gauss, exercent les mêmes actions réciproques que les aimants équivalents.*

On peut encore, dans l'expérience d'Œrsted, remplacer l'aiguille aimantée par un solénoïde électromagnétique. Soient XY (*fig.* 54) un courant indéfini et AB un solénoïde placé au-

Fig. 54.

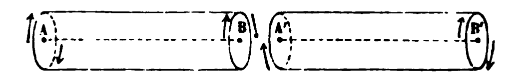


dessous de XY et mobile autour d'un axe vertical OO'. L'axe AB du solénoïde se dispose perpendiculairement à XY et l'on reconnaît de plus que le sens des courants est le même dans XY et dans les parties de chaque cercle les plus rapprochées de lui comme l'indique la figure. Si l'on transporte le courant

indéfini au-dessous du solénoïde en X'Y', l'équilibre persiste comme cela aurait lieu si l'expérience était faite avec le courant XY et un aimant AB.

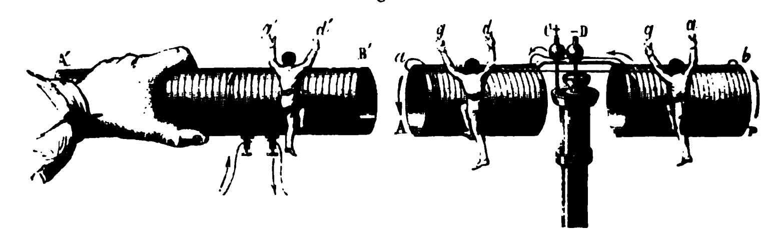
Nous pouvons enfin étudier l'action exercée par un solénoïde électromagnétique fixe AB sur un solénoïde électromagnétique mobile A'B' (*fig* 55).

Fig. 55.



Si les axes des deux appareils sont confondus, et que les pôles de nom contraire B et A' soient approchés l'un de l'autre, les courants circulaires des deux solénoïdes seront parallèles et l'on constate qu'ils s'attirent; si, au contraire, on retourne le solénoïde A'B', de manière à placer B' vis-à-vis de B, les parties antérieures des courants qui sont figurées par des lignes pleines se placeront derrière le tableau, celles qui étaient postérieures et représentées en lignes ponctuées se mettront en avant, les cercles seront parcourus par des courants de sens opposé et se repousseront. On peut d'ailleurs donner aux axes des solénoïdes des positions relatives quelconques; ils se comportent toujours comme les aimants équivalents, c'est-à-dire que leurs pôles de même nom se repoussent et que leurs pôles de nom contraire s'attirent (*fig.* 56).

Fig. 56.

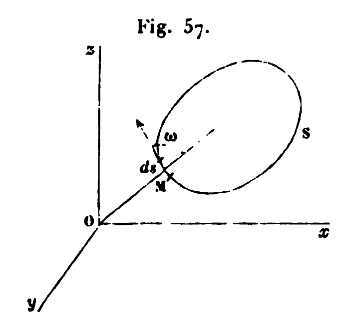


A ces expériences, purement qualitatives, on pourrait substituer des mesures précises; les résultats confirmeraient de la manière la plus parfaite l'identification sur laquelle nous nous sommes appuyés.

La marche à suivre pour trouver l'action d'un courant fermé sur un autre semble donc toute tracée. Il faut substituer à ces courants les feuillets équivalents, décomposer ceux-ci en éléments de surface infiniment petits, et faire l'intégrale des actions exercées par chaque élément du premier feuillet sur tous les éléments du second. On opère, en effet, de cette façon dans certains cas particuliers; mais habituellement on trouve plus avantageux de transformer les équations du problème et d'exprimer l'action d'un courant sur un autre par des intégrales que l'on étend, non plus à la surface embrassée, mais au contour de chaque courant. En d'autres termes, on rapporte l'action d'un courant sur un autre à des actions élémentaires qu'on suppose exercées entre les éléments infiniment petits dans lesquels on peut décomposer les conducteurs des deux courants.

NOUVELLE EXPRESSION DE L'ACTION D'UN FEUILLET MAGNÉTIQUE OU D'UN COURANT FERMÉ SUR UN POLE. — Soient une masse magnétique égale à l'unité, placée à l'origine O des coordonnées (*fig.* 57) et un feuillet magnétique S de puissance i, ou, ce

Fig. 57.



qui revient au même, un courant d'intensité i coïncidant avec le contour du feuillet. Nous désignerons par ds l'élément M de contour dont les coordonnées sont x, y, z, par λ, μ, ν les cosinus des angles que fait avec les axes la force exercée par le pôle sur l'élément de courant. Nous nous proposons de calculer les composantes de cette force suivant les trois axes de coordonnées et d'abord les cosinus λ, μ, ν.

A cet effet, remarquons que, la force élémentaire étant à la

fois perpendiculaire à la droite OM et à l'élément *ds*, on a les deux relations

$$\lambda\ x + \mu\ y + \nu\ z = 0,$$
$$\lambda\, dx + \mu\, dy + \nu\, dz = 0;$$

d'où

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\lambda}{y\,dz - z\,dy} &= \frac{\mu}{z\,dx - x\,dz} = \frac{\nu}{x\,dy - y\,dx} \\ &= \frac{1}{\sqrt{(y\,dz - z\,dy)^2 + (z\,dx - x\,dz)^2 + (x\,dy - y\,dx)^2}}. \end{aligned} \right.$$

Désignons par ω l'angle de OM avec *ds*,

$$\cos\omega = \frac{x\,dx + y\,dy + z\,dz}{r\,ds},$$

$$(2)\quad \left\{ \begin{aligned} r^2\,ds^2 \sin^2\omega &= r^2\,ds^2 - (x\,dx + y\,dy + z\,dz)^2 \\ &= (y\,dz - z\,dy)^2 + (z\,dx - x\,dz)^2 + (x\,dy - y\,dx)^2. \end{aligned} \right.$$

Donc le radical du dernier membre des équations (1) a pour valeur $r\,ds\sin\omega$. On a donc

$$(3)\quad \left\{ \begin{aligned} \lambda &= \frac{y\,dz - z\,dy}{r\,ds\sin\omega}, \\ \mu &= \frac{z\,dx - x\,dz}{r\,ds\sin\omega}, \\ \nu &= \frac{x\,dy - y\,dx}{r\,ds\sin\omega}. \end{aligned} \right.$$

La force exercée sur l'élément de courant est [formule (10), p. 58]

$$(4)\qquad f = \frac{i}{r^2}\,ds\sin\omega.$$

Ses composantes, que nous désignerons par ξ, η, ζ, sont

$$(5)\quad \left\{ \begin{aligned} \xi &= \lambda f = \frac{i}{r^3}(y\,dz - z\,dy) = \frac{i}{r^3}y^2 d\left(\frac{z}{y}\right) = -\frac{i}{r^3}z^2 d\left(\frac{y}{z}\right), \\ \eta &= \mu f = \frac{i}{r^3}z^2 d\left(\frac{x}{z}\right) = -\frac{i}{r^3}x^2 d\left(\frac{z}{x}\right), \\ \zeta &= \nu f = \frac{i}{r^3}x^2 d\left(\frac{y}{x}\right) = -\frac{i}{r^3}y^2 d\left(\frac{x}{y}\right). \end{aligned} \right.$$

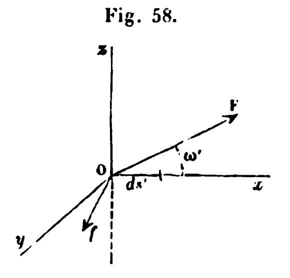
Les composantes ξ, η, ζ se rapportent à l'action du pôle sur l'élément ds. L'action du pôle sur le feuillet tout entier aura pour composantes les intégrales de ξ, η, ζ; enfin l'action du feuillet sur le pôle, égale et directement opposée à celle du pôle sur le feuillet, aura pour composantes

$$(6)\quad \begin{cases} X = -i\int \frac{y^2}{r^3}\, d\left(\frac{z}{y}\right) = i\int \frac{z^2}{r^3}\, d\left(\frac{y}{z}\right), \\ Y = -i\int \frac{z^2}{r^3}\, d\left(\frac{x}{z}\right) = i\int \frac{x^2}{r^3}\, d\left(\frac{z}{x}\right), \\ Z = -i\int \frac{x^2}{r^3}\, d\left(\frac{y}{x}\right) = i\int \frac{y^2}{r^3}\, d\left(\frac{x}{y}\right). \end{cases}$$

ACTION D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE SUR UN ÉLÉMENT DE COURANT. — Un champ magnétique est défini en chaque point tel que O par la grandeur et la direction de la force F exercée sur un pôle austral égal à l'unité, placé en ce point. Nous appellerons F la *force magnétique*.

Plaçons au point O (*fig.* 58) un élément ds' d'un courant d'intensité i', dont la direction Ox fait un angle ω' avec celle de la force F, et proposons-nous de trouver la grandeur et la direction de la force électromagnétique f à laquelle cet élément de courant est soumis. A cet effet, nous supposerons d'abord que la force F provient d'un pôle magnétique austral P, contenant une quantité de magnétisme μ et placé à la distance r dans la direction FO. La force magnétique a pour valeur

Fig. 58.



$$(7)\qquad F = \frac{\mu}{r^2}.$$

D'autre part, l'action électromagnétique f du pôle P sur l'élément de courant est dirigée vers la droite du courant en assignant à l'observateur d'Ampère une position telle qu'il regarde le pôle; elle est d'ailleurs perpendiculaire au plan xOF

contenant l'élément et la force F et a pour valeur

$$f = \frac{\mu i' \sin\omega' ds'}{r^2} = F i' ds' \sin\omega',$$

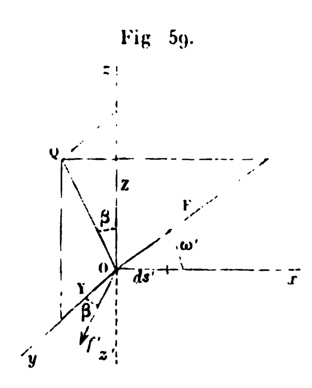
c'est-à-dire que le rapport de la force électromagnétique à la force magnétique est

$$(8) \qquad \frac{f}{F} = i' ds' \sin\omega'.$$

Or ce rapport est évidemment indépendant de la manière dont la force F est produite par l'action d'un ou de plusieurs pôles. La relation (8) est donc générale, et *l'action électromagnétique en un point d'un champ dont l'intensité est* F *a pour valeur* $F i' ds' \sin\omega'$; *elle est dirigée perpendiculairement au plan de la force magnétique et de l'élément de courant; enfin, elle est à la droite de l'observateur d'Ampère regardant un pôle austral placé de manière à exercer la force magnétique* F.

Action réciproque de deux éléments de courant. — Cela posé, considérons deux feuillets magnétiques S et S', et faisons un choix d'axes, tel que l'un des éléments du contour de S' passe par l'origine et soit dirigé suivant l'axe des x (*fig.* 59). La force magnétique F exercée par le feuillet S à l'origine O des coordonnées, c'est-à-dire l'intensité en O du champ magnétique produit par le feuillet, a ses composantes X, Y, Z exprimées par les équations (6). Il reste à calculer les composantes ξ', η', ζ' de la force électromagnétique correspondante.

Fig. 59.



Nous venons de voir que cette force a pour expression $F i' ds' \sin\omega'$. Elle est perpendiculaire à Ox, par suite contenue dans le plan zOy et elle fait avec Oy un angle β. Ses compo-

santes sont donc

$$(9)\qquad \begin{cases} \xi' = 0, \\ \eta' = i'\mathrm{F}\,ds' \sin\omega' \cos\beta, \\ \zeta' = -\,i'\mathrm{F}\,ds' \sin\omega' \sin\beta. \end{cases}$$

Mais on voit sur la figure que

$$\mathrm{F}\sin\omega' = \overline{\mathrm{OQ}},$$
$$\mathrm{F}\sin\omega' \cos\beta = \mathrm{Z},$$
$$\mathrm{F}\sin\omega' \sin\beta = \mathrm{Y};$$

donc

$$\xi' = 0,$$
$$\eta' = i'\,ds'\,\mathrm{Z},$$
$$\zeta' = -\,i'\,ds'\,\mathrm{Y},$$

ou, d'après les valeurs (6) de X, Y, Z,

$$(10)\qquad \begin{cases} \xi' = 0, \\ \eta' = -\,ii'\,ds' \displaystyle\int \frac{x^2}{r^3}\, d\left(\frac{y}{x}\right), \\ \zeta' = -\,ii'\,ds' \displaystyle\int \frac{x^2}{r^3}\, d\left(\frac{z}{x}\right). \end{cases}$$

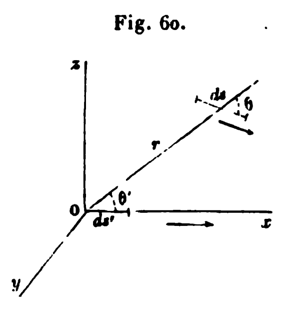
Si l'on attribue l'action réciproque de deux courants à des actions élémentaires s'exerçant entre leurs éléments ds, ds', on peut assigner à la force élémentaire les composantes f_x, f_y, f_z, telles que

$$(11)\qquad \begin{cases} f_x = 0, \\ f_y = -\,ii'\,ds' \dfrac{x^2}{r^3}\, d\left(\dfrac{y}{x}\right) = -\,ii'\,ds' \dfrac{x\,dy - y\,dx}{r^3}, \\ f_z = -\,ii'\,ds' \dfrac{x^2}{r^2}\, d\left(\dfrac{z}{x}\right) = -\,ii'\,ds' \dfrac{x\,dz - z\,dx}{r^3}; \end{cases}$$

car, en faisant la somme de ces expressions, étendues au contour fermé S, on retombe sur les valeurs de ξ', η', ζ'.

FORMULE DE REYNARD (¹). — Il est intéressant de savoir comment cette force élémentaire est placée, par rapport aux éléments *ds*, *ds'*, entre lesquels nous pouvons admettre qu'elle

Fig. 60.



s'exerce. D'abord elle est normale à *ds'*, puisque $f_x = 0$; nous allons montrer de plus qu'elle est comprise dans le plan contenant le centre O de l'élément *ds'* et l'élément *ds*. Ce plan a pour équation

$$(12) \quad X(y\,dz - z\,dy) + Y(z\,dx - x\,dz) + Z(x\,dy - y\,dx) = 0,$$

dans laquelle X, Y, Z sont les coordonnées d'un point quelconque du plan. En effet, cette équation est celle d'un plan passant par l'origine et par les points dont les coordonnées sont x, y, z; $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$. Ce plan coupe celui des zy suivant la droite

$$(13) \qquad Y(z\,dx - x\,dz) + Z(x\,dy - y\,dx) = 0,$$

c'est-à-dire que l'on a, d'après les équations (11),

$$(14) \qquad \frac{Y}{f_y} = \frac{Z}{f_z};$$

d'où il résulte que la droite (13) et la direction de l'action élémentaire coïncident.

(¹) Reynard, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. LXVII, p. 996; 1868.

Il reste à trouver une expression directe de la force f dont es composantes sont

$$f_x = 0,$$
$$f_y = -ii'ds' \frac{x\,dy - y\,dx}{r^3},$$
$$f_z = -ii'ds' \frac{x\,dz - z\,dx}{r^3}.$$

Désignons par θ l'angle ([1]) de r et de ds (*fig.* 60), on trouve aisément ([2])

$$f^2 = f_y^2 + f_z^2,$$
$$r^2 ds^2 \sin^2\theta = (y\,dz - z\,dy)^2 + (z\,dx - x\,dz)^2 + (x\,dy - y\,dx)^2$$
$$= \frac{r^6}{i^2 i'^2 ds'^2} f^2 + (y\,dz - z\,dy)^2,$$
$$f^2 = \frac{i^2 i'^2 ds'^2 ds^2 \sin^2\theta}{r^4} \left[1 - \frac{(y\,dz - z\,dy)^2}{r^2 ds^2 \sin^2\theta}\right].$$

Le terme entre parenthèses est le carré du sinus de l'angle que fait avec l'axe des x la normale au plan $r\,ds$ ([3]), ou encore de l'angle du plan des xy avec le plan $r\,ds$, ou enfin le carré du cosinus de l'angle μ' que fait l'axe des x avec le plan $r\,ds$; donc

(15) $$f = \frac{ii'\,ds\,ds'}{r^2} \sin\theta \cos\mu'.$$

Cette force élémentaire est donc proportionnelle au sinus de l'angle de r et de ds et au cosinus de l'angle de ds' avec le plan $r\,ds$.

En remarquant que $\frac{ds \sin\theta}{r}$ est l'angle $d\beta$ sous lequel ds est vu du centre de ds', on peut encore écrire la formule (15)

(16) $$f = \frac{ii'\,ds'}{r} \cos\mu'\,d\beta.$$

([1]) C'est le même angle qui est désigné par ω dans la *fig.* 57 et dans les formules (2), (3) et (4).

([2]) *Voir* formule (2).

([3]) *Voir* formule (3).

Réciproquement l'action f' de ds' sur ds serait

(17) $$f = \frac{ii'ds}{r} \cos\mu \, d\beta';$$

elle n'est ni égale ni directement opposée à f.

FORMULE D'AMPÈRE. — Quand on admet l'action directe à distance, s'exerçant sans l'intermédiaire d'un milieu, il est naturel de supposer que l'action de deux corps est dirigée suivant la ligne qui les joint, et alors l'action et la réaction sont nécessairement égales. Cherchons donc si la formule de Reynard ne pourrait pas être modifiée de manière à satisfaire à cette condition.

D'après la manière dont nous avons obtenu l'action d'un élément de courant sur un autre, il est évident que, si l'action réelle diffère de celle que nous avons calculée, ce ne peut être que par l'adjonction d'un terme qui s'annule quand on cherche la résultante des actions d'un courant fermé sur un élément de courant; or cette condition sera toujours remplie si l'on ajoute arbitrairement, aux composantes f_x, f_y, f_z de la force cherchée, les dérivées de fonctions des coordonnées n'admettant qu'une seule détermination; car alors les fonctions obtenues par l'intégration reprennent la même valeur quand on revient au point de départ en cheminant le long du conducteur du courant : elles ne donnent à la force résultante aucun accroissement.

Nous désignerons donc par X, Y, Z trois fonctions des coordonnées que nous nous réservons de déterminer ultérieurement, et nous poserons

(18) $$\begin{cases} f_x = ii'ds'\,dX, \\ f_y = ii'ds'\left[dY - \frac{x^2}{r^3}\,d\left(\frac{y}{x}\right)\right], \\ f_z = ii'ds'\left[dZ - \frac{x^2}{r^3}\,d\left(\frac{z}{x}\right)\right]. \end{cases}$$

Pour que la force f soit dirigée suivant la droite qui joint les deux éléments de courant, on doit avoir

(19) $$\frac{f_x}{x} = \frac{f_y}{y} = \frac{f_z}{z} = \frac{f}{r},$$

d'où l'on tire

$$dY = \frac{y}{x}\,dX + \frac{x^2}{r^3}\,d\left(\frac{y}{x}\right),$$

$$dZ = \frac{z}{x}\,dX + \frac{x^2}{r^3}\,d\left(\frac{z}{x}\right).$$

Les seconds membres de ces expressions doivent être des différentielles exactes. Il faut donc que

$$(20) \qquad dX = d\left(\frac{x^2}{r^3}\right),$$

et alors

$$(21) \qquad \begin{cases} dY = d\left(\dfrac{xy}{r^3}\right), \\ dZ = d\left(\dfrac{xz}{r^3}\right). \end{cases}$$

La valeur de f_x est

$$(22) \qquad f_x = ii'\,ds'\,d\left(\frac{x^2}{r^3}\right),$$

et puisque, d'après (19),

$$\frac{f_x}{x} = \frac{f}{r},$$

$$(23) \qquad \begin{cases} f = \dfrac{r}{x} f_x = ii'\,ds'\,\dfrac{r}{x}\,d\left(\dfrac{x^2}{r^3}\right) = \dfrac{2\,ii'\,ds'}{r^2}\left(dx - \dfrac{3}{2}\,\dfrac{x}{r}\,dr\right) \\ \quad = \dfrac{2\,ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\dfrac{dx}{ds} - \dfrac{3}{2}\,\dfrac{x}{r}\,\dfrac{dr}{ds}\right). \end{cases}$$

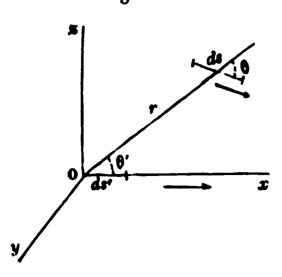
Désignons par θ et θ' les angles que font les éléments ds, ds' avec la droite qui les joint, par ω l'angle des deux éléments; on voit immédiatement sur la *fig.* 61 que l'on a

$$(24) \qquad \begin{cases} \dfrac{dx}{ds} = \cos\omega, \\ \dfrac{x}{r} = \cos\theta', \\ \dfrac{dr}{ds} = \cos\theta; \end{cases}$$

grâce à ces relations, la formule (23) se réduit à

$$(25)\qquad f = \frac{2\,ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right):$$

Fig. 61.



c'est l'action de ds sur ds'; l'action de ds' sur ds est

$$(26)\qquad f' = -f = -\frac{2\,ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right),$$

elle est égale et directement opposée à la précédente [1].

---

[1] L'hypothèse que nous avons faite relativement à la direction de l'action élémentaire entre les éléments ds et ds' n'est pas la seule qui ait été proposée. On peut, d'après M. Grassmann (*Pogg. Ann.*, t. LXIV, p. 1), attribuer aux fonctions dX, dY, dZ, que l'on ajoute aux composantes de la force de Reynard, les valeurs

$$dX \quad ii'\,ds\,d(xf),$$
$$dY \quad ii'\,ds\,d(yf),$$
$$dZ \quad ii'\,ds\,d(zf),$$

f étant une fonction de la distance. Si l'on astreint la force f_1, dont les composantes sont dX, dY, dZ, à être perpendiculaire à la droite qui joint les éléments, on trouve que l'on satisfait aux conditions du problème, en posant

[illegible] $ii'\,ds\,ds'$ [illegible] $\sin\theta$.

A est une constante [illegible] que la force f_1 fait avec l'élément [illegible] un angle [illegible]

[illegible] M. [illegible] exercée par l'élément ds

Quand f' est positif, les deux éléments se repoussent; quand il est négatif, ils s'attirent.

La marche synthétique que nous avons suivie a été indiquée par Sir W. Thomson et adoptée par Maxwell. Mais la formule (26) avait été donnée bien longtemps auparavant par Ampère ([1]). L'expérience d'Œrsted, qui venait d'être réalisée, semblait révéler une relation intime entre l'électricité et le magnétisme. Sans autres données que le Mémoire d'Œrsted, très succinct et purement descriptif, Ampère se mit aussitôt à l'œuvre, découvrit l'action des courants sur les courants, en détermina les lois et parvint enfin à composer des conducteurs de forme telle que, étant traversés par un courant, ils possèdent toutes les propriétés des aimants. Ce sont les solénoïdes électromagnétiques que nous avons déjà étudiés.

Avant de faire des applications particulières de la formule d'Ampère, il convient d'exposer en détail la méthode qui amena ce savant à la découvrir. Il fit d'abord des expériences générales destinées à constater l'action des courants sur les courants et à en reconnaître le sens général. Il interpréta ensuite ces expériences et les compléta de manière à formuler la loi fondamentale des actions électrodynamiques et à déterminer les constantes qui y figurent.

MÉTHODE D'AMPÈRE.

DESCRIPTION DES APPAREILS. — Pour constater les actions mécaniques des courants entre eux, il fallait faire agir un courant fixe sur un autre courant mobile. Ampère avait imaginé dans ce but des appareils généraux qui ont été souvent modifiés depuis. Ceux que nous emploierons ont été disposés par Obelliane. Décrivons d'abord le support des courants mobiles (*fig.* 62).

Sur une base de bois sont fixées deux poupées A et B. La

---

sur ds' est la résultante de deux forces, dont l'une (force de Reynard) varie en raison inverse du carré de la distance, l'autre en raison inverse de la distance.

([1]) AMPÈRE, *Théorie des phénomènes électrodynamiques*. *Voir* la collection des Mémoires d'Ampère, t. II et III des *Mémoires publiés par la Société française de Physique*.

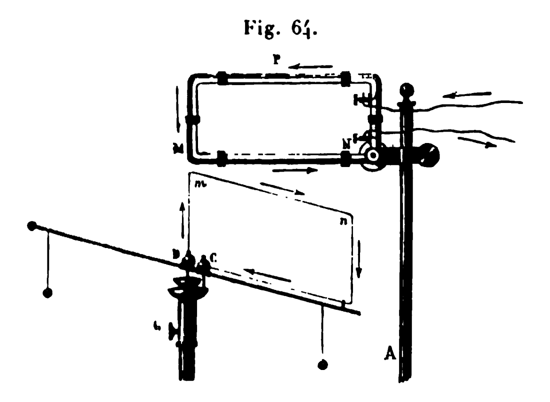
dans l'autre, suivant la position qu'on donne à ce commutateur; enfin il revient au pôle négatif. On voit que c'est le courant d'une même pile qui traverse les parties fixes et mobiles dans des directions qu'on est maître de changer et de fixer à volonté. Cinq éléments de Bunsen suffisent pour faire toutes les expériences.

Nous allons d'abord constater l'existence des actions réciproques exercées par deux courants voisins et déterminer leur sens.

COURANTS PARALLÈLES. — L'expérience étant disposée comme nous venons de le dire (*fig.* 63), on trouve que les parties MN et *mn* se rapprochent ou s'éloignent, si le courant les traverse dans la même direction ou dans deux directions contraires. Or ces parties, étant plus voisines que toutes les autres, doivent exercer entre elles une action prépondérante, qui détermine le sens du mouvement. On peut, dès lors, dire que « deux courants parallèles s'attirent ou se repoussent, s'ils vont dans le même sens ou dans des sens contraires ».

COURANTS ANGULAIRES. — Mettons en présence deux courants rectangulaires PMN et D *mn* C (*fig.* 64), ayant deux côtés

Fig. 64.



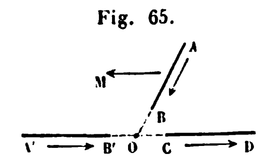
verticaux M et D*m* situés sur l'axe de rotation, et deux autres côtés horizontaux MN et *mn* placés dans un même plan horizontal, faisant un angle quelconque, et qui, à cause de leur rapprochement, exerceront encore une action prédominante :

nous trouverons que « MN et *mn* s'attirent, si tous deux vont en s'éloignant ou en se rapprochant du sommet de l'angle qu'ils forment, et se repoussent quand l'un s'éloigne et que l'autre s'approche de ce même sommet ». L'équilibre aura lieu quand les deux courants seront devenus parallèles en direction et de même sens.

COURANTS QUELCONQUES. — Sans rien changer aux conditions de l'expérience précédente, élevons le cadre MNP en le faisant glisser parallèlement à lui-même le long de la colonne qui le porte; les deux courants MN et *mn* ne seront plus dans le même plan; ils se trouveront dans une position quelconque, auront pour perpendiculaire commune l'axe D*m*M, et l'un d'eux *mn* sera mobile autour de cette ligne. On reconnaît, dans ce cas, qu'ils s'attirent ou se repoussent comme s'ils étaient dans le même plan et si la distance M *m* était nulle : donc « deux courants quelconques agissent comme deux courants angulaires et comme si leur perpendiculaire commune était le sommet de leur angle ».

PORTIONS D'UN MÊME COURANT RECTILIGNE. — Quand un courant mobile AB va en s'approchant du sommet O de l'angle qu'il forme avec le courant fixe CD, et que celui-ci s'éloigne de O (*fig.* 65), AB est repoussé; il tourne autour de O et vient se placer dans la position d'équilibre A′B′, située dans le prolongement de CD; alors A′ B′ et CD sont deux portions d'un même courant rectiligne. On peut conclure de là que la force qui agit sur AB a une composante M parallèle à CD; il est probable que celle-ci n'est pas nulle entre les deux portions A′ B′ et CD d'ün même courant, et qu'elle tendrait à les éloigner si elles étaient mobiles. Ampère a cru vérifier cette induction au moyen de l'appareil suivant (*fig.* 66).

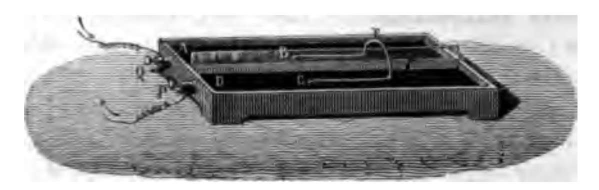
Fig. 65.



Une auge de bois est divisée par une lame verticale de verre en deux compartiments remplis de mercure et communiquant avec les pôles d'une pile par les poupées Q et P. Un petit conducteur de cuivre BEC, verni dans toute sa longueur, à l'ex-

ception de ses extrémités B et C, nage sur le mercure des deux compartiments qu'il réunit par un arc E passant en forme de pont par-dessus la cloison : le courant suit la route ABECD. L'expérience montre que le conducteur mobile recule; mais il n'est pas légitime d'en tirer une conclusion quelconque

Fig. 66.



relative à l'action de deux éléments de courant consécutifs, puisque le courant fixe agit non seulement sur les branches rectilignes B et C, mais encore sur l'arc E et que cette dernière action est répulsive d'après les expériences sur les courants angulaires. Elle pourrait donc suffire à expliquer le mouvement observé [1].

COURANTS SINUEUX. — Plaçons sur le support des courants mobiles (*fig.* 67) le conducteur C*ghk*D, qui offre une branche descendante rectiligne *gh* et une partie remontante *hk*, laquelle est sinueuse, dont la figure est absolument quelconque, mais qui s'éloigne très peu de *gh*; puis opposons à ce système un courant fixe MN : il n'y aura aucune action. D'où l'on conclut que le courant sinueux inverse *hk* détruit l'effet du courant rectiligne *gh*, et, par conséquent, « que l'on pourra tou-

---

[1] On peut jusqu'à un certain point lever cette objection, ainsi que l'a montré M. Izarn (*Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 171). On associe deux appareils semblables à celui de la *fig.* 66, mais parcourus en sens inverse par le courant, et on rend les flotteurs solidaires. Le système astatique ainsi constitué fonctionne presque aussi bien quand on introduit le courant dans les auges par l'extrémité opposée à QP. Or, dans ces conditions, l'action exercée sur chacun des arcs E, E′ est renversée; elle se retranche de l'action invoquée par Ampère au lieu de s'y ajouter; comme elle est la plus faible, le mouvement se produit toujours dans le même sens, c'est-à-dire que les flotteurs reculent vers l'extrémité opposée à QP.

jours remplacer un courant rectiligne par un courant sinueux quelconque de même sens, pourvu qu'il s'écarte très peu du premier ».

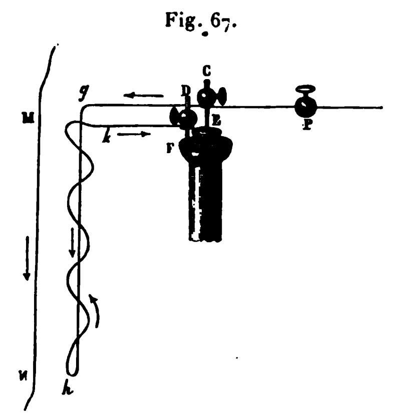


Fig. 67.

EFFET D'UN CHANGEMENT DE SENS. — Toutes les expériences montrent que, si l'on change le sens de l'un des deux courants, on ne fait rien que changer le signe de l'action qu'ils exercent entre eux.

ÉTABLISSEMENT DE LA FORMULE FONDAMENTALE. — Il convient maintenant de voir par quelle série de raisonnements et d'expériences remarquables Ampère est parvenu à la formule fondamentale que nous avons obtenue ci-dessus d'une manière synthétique. Voici les principes sur lesquels il s'appuie :

1° Deux éléments de courant AB et A'B' situés sur une même ligne droite agissent suivant cette ligne par raison de symétrie (*fig.* 68).

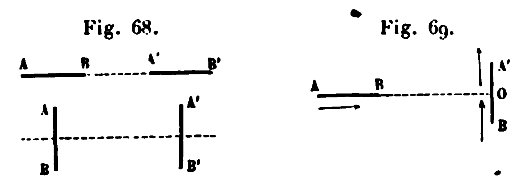


Fig. 68. Fig. 69.

2° Deux éléments de courant AB, A'B', perpendiculaires à la ligne qui joint leurs milieux, agissent également suivant cette ligne, par la même raison de symétrie (*fig.* 68).

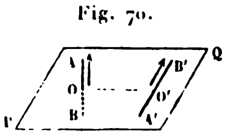
3° Il n'y a pas d'action entre deux éléments AB, A'B' situés dans un même plan, et dont l'un AB est perpendiculaire sur le milieu de l'autre (*fig.* 69).

D'abord il n'y aura pas d'action suivant BO; car, s'il y en avait une et qu'elle fût attractive, elle devrait devenir répulsive si le sens de A'B' changeait. Mais ce changement de sens de A'B' n'apporte aucune variation dans sa position relativement à AB : donc la force ne peut changer, donc elle est nulle.

Examinons, en second lieu, s'il peut y avoir entre AB et A'B' une action directrice. Les deux moitiés de A'B' agissent sur AB comme deux courants angulaires : B'O est attirée, OA' est repoussée et toutes deux tendent à tourner autour de O et à se placer parallèlement à AB. Mais le bras de levier du couple auquel A'B' se trouve soumis étant infiniment petit, son moment est un infiniment petit du second et doit être négligé. En résumé, il n'y a ni force motrice, ni force directrice entre les deux éléments.

4° Lorsque deux éléments AB et A'B' (*fig.* 70) ont une perpendiculaire commune OO', et que chacun d'eux est normal au plan passant par l'autre et par OO', leur action réciproque est nulle.

Fig. 70.



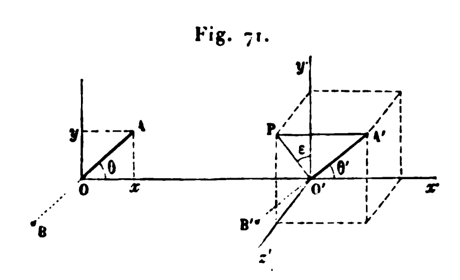
En effet, cette action ne pourra pas être dirigée suivant OO'; car, si l'on changeait le sens du courant A'B', le signe de l'action devrait être changé, et de répulsive elle deviendrait attractive ou inversement. Mais la seule modification apportée au courant A'B' par cette inversion serait que, après avoir marché vers la gauche de AB, il se dirigerait ensuite vers sa droite : il faudrait donc que la droite et la gauche de AB eussent des propriétés différentes, c'est-à-dire que ce courant fût dissymétrique autour de son axe, ce qui ne peut être. Il est donc impossible qu'il y ait une action attractive ou répulsive entre les deux éléments.

Reste à savoir s'il y a une action directrice : il y en a une en effet, car les courants considérés ont une perpendiculaire commune OO', et les deux moitiés de A'B' tendent à tourner autour de cette ligne pour se placer parallèlement à AB. Mais

le bras de levier étant infiniment petit, le moment du couple est un infiniment petit du second ordre et doit être négligé.

5° Un courant $\overrightarrow{O'A'}$ (*fig.* 71) peut se remplacer par ses projections sur trois axes rectangulaires.

Fig. 71.



En effet, on peut substituer à $\overrightarrow{O'A'}$ le courant sinueux très voisin $O'z'PA'$, allant de O' à A'. Ce dernier se compose de trois parties, l'une $O'z'$, et les deux autres $z'P$ et PA', qui peuvent être remplacées par les projections $O'y'$ et $O'x$, puisqu'elles leur sont parallèles et égales en longueur, et qu'elles n'en sont éloignées que de quantités infiniment petites. En définitive, $\overrightarrow{O'A'}$ se trouve remplacé par ses projections $\overrightarrow{O'x'}$, $O'y'$, $O'z'$.

Ces principes admis, cherchons l'action d'un élément de courant $BA = ds$ sur un autre élément $B'A' = ds'$. Soit θ l'angle que le premier fait avec $OO'x'$; cet angle sera égal à zéro si le courant va de O en x, à 90° s'il marche de O en y et à $180° + AOx$ s'il est dirigé suivant OB. Soient θ' l'angle, compté de la même manière, de $O'A'$ avec $O'x'$, r la distance des deux points O, O', et ε l'angle des deux plans AOx, $A'O'x'$. Nous pourrons remplacer OA et O'A' par leurs projections x, y; x', y', z', et nous aurons à considérer l'action des deux éléments x et y sur chacun des trois autres x', y', z'.

y n'aura d'effet ni sur x', ni sur z', d'après les troisième et quatrième principes; mais il attirera y' si la direction des deux courants est la même, puisque tous deux sont parallèles.

D'après le troisième principe, l'action de x sera nulle sur y'

et z'; elle sera répulsive ou attractive sur x' si le sens de x et de x' est le même ou inverse, puisque x et x' sont en ligne droite, et que, d'après Ampère, deux portions d'un même courant rectiligne se repoussent.

En définitive, il n'y aura à exprimer que l'action de y sur y' et de x sur x', c'est-à-dire :

De

$$y = ds \sin\theta \quad \text{sur} \quad y' = ds' \sin\theta' \cos\varepsilon$$

et de

$$x = ds \cos\theta \quad \text{sur} \quad x' = ds' \cos\theta'.$$

Si θ et θ' sont plus petits que 90°, la première sera attractive et la deuxième répulsive.

Nous admettrons, avec Ampère, que ces deux actions sont proportionnelles aux intensités i et i' des deux courants, aux longueurs de leurs projections y, y', x, x' et à deux fonctions inconnues de leurs distances, qui seront $-f(r)$ pour la première action et $+F(r)$ pour la seconde. On aura donc

$$f = -ii'ds\,ds'[\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon f(r) - \cos\theta\cos\theta' F(r)].$$

Quand f est positif, les deux éléments se repoussent; quand il est négatif, ils s'attirent.

Il ne reste plus qu'à déterminer $f(r)$ et $F(r)$. Pour cela, on s'adresse à l'expérience. On imagine des systèmes de deux courants de forme et de position déterminées; on intègre la formule précédente, et l'on trouve une expression de la résultante, qui est fonction de $F(r)$ et de $f(r)$. D'autre part, l'expérience donne la loi de cette résultante; on identifie le résultat du calcul et celui de l'observation, et l'on a une équation de condition pour trouver $F(r)$ et $f(r)$. Si donc on traite la question dans deux cas particuliers, on obtient deux équations de condition qui peuvent suffire pour déterminer la forme des fonctions inconnues.

Ampère avait supposé tout d'abord que les deux forces attractive ou répulsive précédentes sont en raison inverse d'une certaine puissance de la distance r. Cela n'est point évident *a priori*. Mais, Demontferrand ayant prouvé que cela est exact, nous accepterons l'hypothèse d'Ampère, afin de simplifier les

calculs, et nous remplacerons $f(r)$ par $\frac{A}{r^n}$ et $F(r)$ par $\frac{kA}{r^n}$, ce qui réduira la valeur de f à

$$(27) \quad f = -\frac{Aii'\,ds\,ds'}{r^n}(\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon - k\cos\theta\cos\theta').$$

Il reste à déterminer n, k et A.

DÉTERMINATION DES CONSTANTES. — I. On place sur le support des courants mobiles un système de deux rectangles FEAB, FCDH (*fig.* 72) faisant entre eux un angle quelconque, dont les hauteurs sont différentes et les bases égales : ils prennent sous l'action de la terre une position d'équilibre fixe. Puis on

Fig. 72.

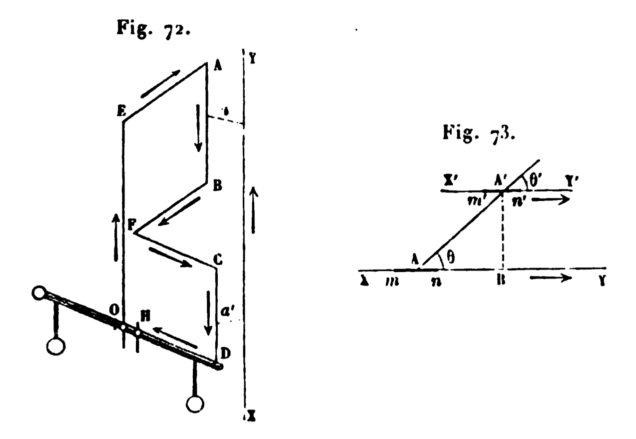


Fig. 73.

dispose entre les deux branches AB et CD un courant vertical indéfini XY de sens opposé, qui les repousse toutes deux, et l'on parvient aisément à les maintenir dans leur position première en plaçant le courant indéfini à des distances convenables a et a' de chacune d'elles. On mesure ces distances, et l'on trouve qu'elles sont proportionnelles aux longueurs l et l' de AB et de CD,

$$\frac{l}{l'} = \frac{a}{a'}.$$

Appliquons maintenant le calcul à ce cas particulier. Soient (*fig.* 73) deux courants parallèles, l'un indéfini XY, l'autre

fini X'Y', dont la distance A'B est a. Si nous examinons en particulier deux éléments mn et $m'n'$, nous voyons que $\theta = \theta'$ et que $\varepsilon = 0$. La formule devient

$$f = -\frac{A ii' ds ds'}{r^n} (\sin^2\theta - k\cos^2\theta);$$

la distance r ou AA' est

$$r = \frac{\overline{A'B}}{\sin\theta} = \frac{a}{\sin\theta}.$$

Si nous comptons s à partir de B,

$$s = \overline{AB} = a\cot\theta, \qquad ds = -a\frac{d\theta}{\sin^2\theta},$$

et, en remplaçant s et r,

$$(28) \qquad f = -\frac{A ii' ds'}{a^{n-1}} \sin^{n-2}\theta(\sin^2\theta - k\cos^2\theta)\, d\theta.$$

f peut se partager en deux composantes, l'une parallèle à XY, qu'il est inutile de considérer, l'autre $f\sin\theta$ perpendiculaire aux deux courants, qui produira leur attraction et qui est

$$f\sin\theta = -\frac{A ii' ds'}{a^{n-1}} [\sin^{n-1}\theta(\sin^2\theta - k\cos^2\theta)]\, d\theta.$$

En intégrant cette expression d'abord entre $\theta_1 = 0°$ et $\theta_2 = 180°$, et ensuite entre $s' = 0$ et $s' = l$, on trouvera la force attractive totale Ψ de XY sur X'Y'. Comme la parenthèse est indépendante de a, son intégrale, d'ailleurs différente de zéro, sera constante et peut se représenter par $-$ B : on aura donc

$$\Psi = -AB ii' \frac{l}{a^{n-1}}.$$

Donc, pour que les attractions ou les répulsions de deux courants finis de longueur l, l', sur un courant parallèle indéfini placé entre eux à des distances a et a', soient égales, il faut que

$$\frac{l}{l'} = \frac{a^{n-1}}{a'^{n-1}}.$$

D'un autre côté, l'expérience a montré que l'on devait avoir la relation

$$\frac{l}{l'} = \frac{a}{a'}.$$

Il faut donc que n soit égal à 2. Dès lors la formule de la loi élémentaire devient

$$(29)\qquad f = -\frac{\mathrm{A}\,ii'\,ds\,ds'}{r^2}(\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon - k\cos\theta\cos\theta').$$

Mais l'angle ω de ds et de ds' est donné par

$$\cos\omega = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon;$$

donc

$$(30)\qquad f = -\frac{\mathrm{A}\,ii'\,ds\,ds'}{r^2}[\cos\omega - (k+1)\cos\theta\cos\theta'].$$

II. Nous allons déterminer k par l'application de la même méthode à un deuxième cas d'équilibre. A cet effet, calculons la composante tangentielle de l'action d'un courant rectiligne sur un élément de courant parallèle. L'action tangentielle élémentaire est $f\cos\theta$. En faisant $n = 2$ dans l'expression (28), on trouve

$$f\cos\theta = -\frac{\mathrm{A}\,ii'\,ds'}{a}[k - (k+1)\sin^2\theta]\cos\theta\,d\theta,$$

dont l'intégrale est

$$\int f\cos\theta = -\frac{\mathrm{A}\,ii'\,ds'}{a}\sin\theta\left[k - (k+1)\frac{\sin^2\theta}{3}\right].$$

En prenant 90° et 0° pour limites de l'intégration, on trouve

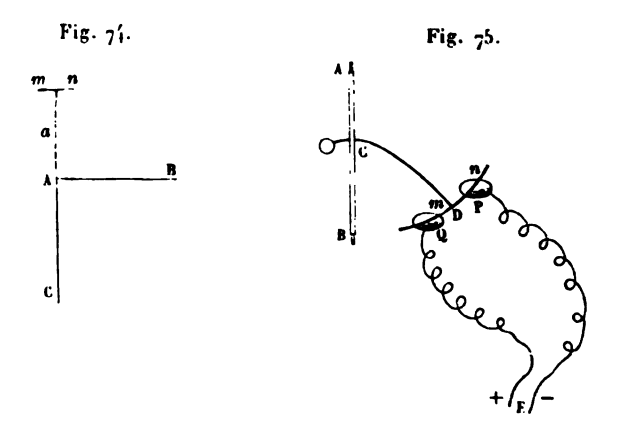
$$(31)\qquad \int_{\frac{\pi}{2}}^{0} f\cos\theta = -\frac{\mathrm{A}\,ii'\,ds'}{a}\,\frac{1-2k}{3}.$$

Or il est facile de prouver par l'expérience que l'action tangentielle d'un courant indéfini CAB (*fig.* 74), formé de deux branches rectangulaires, est nulle; et, comme l'action tangentielle de CA sur mn est évidemment nulle, il faut que celle de AB le soit également, c'est-à-dire que l'intégrale (31) soit

nulle, ce qui exige $k = \frac{1}{2}$. Cette méthode, pour la détermination de la constante k, est due à Jamin ([1]).

Ampère avait choisi, pour le même objet, un cas d'équilibre différent, qu'il est intéressant de connaître.

On fixe à un axe vertical mobile AB (*fig.* 75), par une tige isolante CD, un fil horizontal de cuivre *mn*, dont les extrémi-



tés affleurent sur deux globules de mercure P et Q, disposés dans deux petites auges. Le courant d'une pile arrive en Q, traverse *mn* et revient par P au pôle négatif; *mn* se trouve alors soumis à l'action d'un courant fermé EQPE, dont la forme est quelconque, et l'expérience prouve que *mn* ne se déplace jamais. Par conséquent, il faut que la composante tangentielle de toutes les actions exercées sur un élément *mn* par tous les éléments d'un circuit fermé soit nulle. Ampère exprime cette condition par le calcul, et il en résulte une équation de condition d'où il tire k ([2]).

([1]) Jamin, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 264.

([2]) Soient $OA = ds$, $O'A' = ds'$, $OO' = r$ (*fig.* 76). Autour du centre O décrivons une sphère avec le rayon r, elle coupera la ligne OA en B, OA′ en C; prenons $BC' = BC$, alors l'angle $CO'C' = \varepsilon$, $CA'O' = \theta'$, et $CC'O' = O'CA' = 90°$. Il s'ensuit que

$$CA' = ds' \cos\theta' \quad \text{et} \quad C'O' = CO' \cos\varepsilon = ds' \sin\theta' \cos\varepsilon.$$

Or

$$CA = dr \quad \text{et} \quad C'O' = BO' - BC = r(BOO' - BOC) = -r\,d'\theta,$$

ı formule qui exprime l'action de deux éléments de cou-
sera donc

$$f = -\frac{A\,ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon - \frac{1}{2}\cos\theta\cos\theta'\right)$$

ésignant par d' une différentielle prise par rapport à s', de sorte que
$= \frac{\partial r}{\partial s'}\,ds'$. Donc

$$ds'\cos\theta' = d'r \qquad \text{et} \qquad ds'\sin\theta'\cos\varepsilon = -\,r\,d'\theta.$$

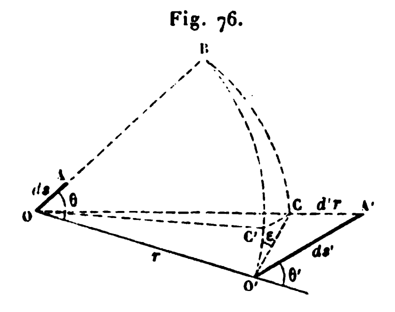
:onséquent,

$$f = -\frac{A\,ii'\,ds}{r^2}(-\,r\sin\theta\,d'\theta - k\cos\theta\,d'r)$$

en, en laissant de côté le facteur $A\,ii'\,ds$,

$$f = -\left[\frac{1}{r}\,d\,\cos\theta + k\cos\theta\,d'\left(\frac{1}{r}\right)\right].$$

Fig. 76.



composante tangentielle est, d'après cela,

$$f\cos\theta = -\left[\frac{1}{2r}\,d'(\cos^2\theta) + k\cos^2\theta\,d'\left(\frac{1}{r}\right)\right].$$

intégrant par parties,

$$\int f\cos\theta = -\left[\frac{\cos^2\theta}{2r} + \left(k - \frac{1}{2}\right)\int\cos^2\theta\,d'\left(\frac{1}{r}\right)\right].$$

ci est la composante tangentielle de l'action du circuit sur ds, com-
ote dont la valeur est zéro, d'après l'observation.
ntégrale devant être prise d'une valeur de θ à la même, puisque le
iit est fermé, le premier terme sera nécessairement nul, et, pour que
cond le soit dans tous les cas possibles, il faut que $k - \frac{1}{2}$ soit nul ou

$$k = \frac{1}{2}.$$

ou bien

$$(33) \qquad f = -\frac{A ii' ds ds'}{r^2}\left(\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right).$$

III. Pour déterminer la constante A, on ne peut plus avoir recours à une expérience d'équilibre. Il faut faire choix d'une unité de courant, et mesurer en valeur absolue, dans un cas particulier, la force que deux courants de forme et de position convenables exercent l'un sur l'autre, par exemple, l'attraction de deux courants circulaires égaux et parallèles. On en déduira la constante A.

Nous nous bornerons à remarquer ici que pour identifier la valeur f donnée par la formule (33) à la valeur f' (formule (25) obtenue par voie synthétique, il faut faire $A = 2$. Quand on prend pour unité de courant l'unité électromagnétique C. G. S., la constante A est donc égale à 2.

On a, en définitive,

$$(34) \qquad f = -\frac{2 ii' ds ds'}{r^2}\left(\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right).$$

La force f agit suivant la droite qui réunit les deux éléments : quand f est négatif, elle est attractive et tend, par conséquent, à diminuer la distance r; elle est répulsive et tend à augmenter r quand f est positif.

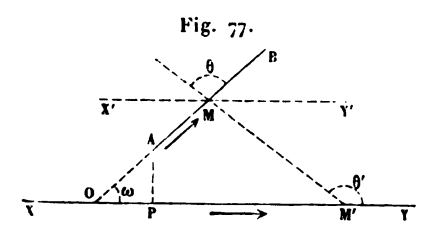
Une fois que l'action de deux éléments est connue, celle que deux courants de forme et de position déterminées exercent l'une sur l'autre peut être trouvée par le calcul, sans autres difficultés que celles du calcul lui-même.

On exprime, en effet, l'action de deux éléments quelconques, on la décompose en trois composantes parallèles aux axes coordonnés, et, en les intégrant, on obtient les trois composantes de l'action totale, qui se réduit toujours à un couple et à une force uniques. Pour donner une idée des calculs que l'on a à effectuer, nous allons étudier en détail le plus simple et le plus important de tous les cas que l'on peut se proposer, celui d'un courant indéfini agissant sur un courant fini situé dans le même plan.

PROPRIÉTÉS D'UN COURANT INDÉFINI.

ACTION SUR UN COURANT FINI. — Soient XY (*fig.* 77) le courant indéfini, AB un courant fini faisant un angle ω avec le

Fig. 77.



premier. Supposons que OY et AB aillent en s'éloignant du sommet O; considérons les éléments M et M', et comptons les valeurs de s et de s' à partir de O, de façon que $\overline{OM} = s$ et que $\overline{OM'} = s'$: nous aurons

$$\theta' = \theta + \omega, \qquad \frac{s'}{s} = \frac{\sin\theta}{\sin(\theta+\omega)};$$

et, en différentiant cette dernière expression par rapport à s',

$$ds' = s\,\frac{\sin(\theta+\omega)\cos\theta - \sin\theta\cos(\theta+\omega)}{\sin^2(\theta+\omega)}\,d\theta,$$

$$ds' = s\,\frac{\sin\omega}{\sin^2(\theta+\omega)}\,d\theta.$$

D'un autre côté, dans le triangle MOM',

$$\frac{\overline{MM'}}{\overline{OM}} = \frac{r}{s} = \frac{\sin\omega}{\sin(\theta+\omega)}.$$

En remplaçant θ', ds' et r^2 dans l'équation (33) et observant que $2\cos\theta\cos(\theta+\omega) = \cos\omega + \cos(2\theta+\omega)$, il vient

$$(35) \qquad f = -\frac{ii'\,ds}{2s\sin\omega}[\cos\omega - 3\cos(2\theta+\omega)]\,d\theta.$$

ette force qui agit suivant MM' se décompose en deux autres,

$\frac{ds}{s}$ s'intègre comme dans le cas précédent. La parenthèse peut s'écrire

$$\cos\omega \sin\theta - \tfrac{3}{2}[\sin(3\theta + \omega) - \sin(\theta + \omega)];$$

ce qui donne pour intégrale générale

$$-\cos\omega \cos\theta + \tfrac{1}{2}\cos(3\theta + \omega) - \tfrac{3}{2}\cos(\theta + \omega);$$

pour $\theta = \theta_1 = 180^\circ - \omega$, on a

$$+\cos^2\omega - \tfrac{1}{2}\cos 2\omega + \tfrac{3}{2} = 2;$$

pour $\theta = \theta_2 = 0^\circ$,

$$-\cos\omega + \tfrac{1}{2}\cos\omega - \tfrac{3}{2}\cos\omega = -2\cos\omega;$$

enfin, pour $\theta = \theta_3 = -\omega$,

$$-\cos^2\omega + \tfrac{1}{2}\cos 2\omega - \tfrac{3}{2} = -2.$$

I. L'intégrale étant prise entre $\theta_2 = 0$ et $\theta_1 = 180^\circ - \omega$, c'est-à-dire dans l'angle BOY, il vient

$$(10)\quad F_1 = -\int_{\theta_2}^{\theta_1} f \sin\theta = \frac{2ii'}{\sin\omega} \log\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \frac{1}{2}(1 + \cos\omega) = -ii' \log\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} \cot\frac{\omega}{2}$$

Par conséquent, quand les deux courants vont en s'éloignant du sommet O de l'angle qu'ils forment, outre la force F qui tend à faire glisser AB dans sa direction, il en existe une autre F_1 normale à AB et attractive, c'est-à-dire qu'elle tend à diminuer l'angle BOY. Lorsque AB est assujetti à tourner en O, F_1 est proportionnelle à cot $\frac{\omega}{2}$; elle est nulle si l'angle $\omega = 180^\circ$, elle augmente quand ω décroît, elle devient infinie quand $\omega = 0$ et que les courants sont confondus. L'équilibre aura lieu quand AB sera appliqué sur OX ou sur OY; il sera instable dans le premier cas et stable dans le second. La même chose aurait lieu si les deux courants s'approchaient du sommet O.

II. Si l'on prend l'intégrale entre $\theta_3 = -\omega$ et $\theta_2 = 0$, c'est-

à-dire dans l'angle XOB où l'un des courants s'approche et l'autre s'éloigne du sommet,

$$(41)\qquad F'_1 = -\int_{\theta_2}^{\theta_1} f \sin\theta = -\frac{2ii'}{\sin\omega}\log\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}\frac{1}{2}(1-\cos\omega)$$
$$= -ii'\log\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}\cot\frac{180-\omega}{2};$$

F'_1 est une force qui est de même sens que F_1, qui tend à augmenter l'angle $180° - \omega$ des deux courants, et qui est encore proportionnelle à la cotangente de la moitié de cet angle. Elle est infinie et l'équilibre est instable quand $\omega = 180°$, elle devient nulle et l'équilibre est stable si $\omega = 0$. Cela est conforme à l'expérience.

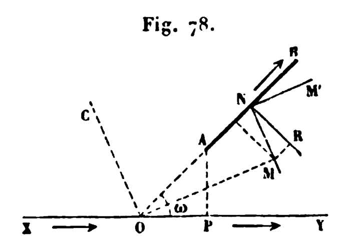
III. Enfin, lorsque l'intégrale est prise entre les limites $\theta_2 = -\omega$ et $\theta_1 = 180° - \omega$, les deux valeurs des intégrales s'ajoutent, et l'on obtient

$$(42)\qquad F_1 + F'_1 = R_1 = -\int_{\theta_2}^{\theta_1} f\sin\theta = -\frac{2ii'}{\sin\omega}\log\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}.$$

Les deux forces normales concourent pour appliquer OB sur OY; alors les deux courants coïncident et adhèrent avec une force qui devient infinie.

Résultante. — Puisque le courant OY fait naître sur AB deux composantes, l'une F dirigée de B en A, l'autre F_1 agis-

Fig. 78.



sant suivant la perpendiculaire NR, et appliquée en un point déterminé N (*fig.* 78), la résultante M fera avec NA un angle

lui, situé tout entier au-dessus, et s'éloignant de XY, il est sollicité par une force unique R parallèle à $\overrightarrow{XY}$, et dont l'intensité est exprimée par la formule (46) en y remplaçant ω par $\frac{\pi}{2}$,

$$R = -2ii'\left(\frac{l}{h} - \frac{1}{2}\frac{l^2}{h^2} + \ldots\right),$$

et, si BB' a une longueur l très petite par rapport à h,

$$R = -\frac{2ii'l}{h}.$$

La force est en raison inverse de la simple distance h.

Si l'on considère un deuxième courant AA' égal à BB', placé à la même distance au-dessous et s'approchant de XY, il éprouvera un effet égal et opposé; d'où il résulte qu'un courant AB coupé en deux parties égales par XY et assujetti à se mouvoir parallèlement à cette ligne sera astatique.

L'action de XY sur un courant vertical et fini O'C, situé dans un plan quelconque, se réduit encore à une force $\overrightarrow{NR}$ parallèle à XY (*fig.* 80) : car deux éléments m et m' pris à droite et à gauche, et à égale distance de la perpendiculaire commune OO', développent sur N des forces répulsive et attractive égales entre elles, agissant dans le plan Nmm' et dont la résultante NR est évidemment horizontale : d'où il suit que CO' marchera de X vers Y s'il est au-dessus de OO', en sens opposé s'il est au-dessous, et qu'il est astatique si, étant assujetti à rester parallèle à lui-même, il est divisé par OO' en deux parties égales.

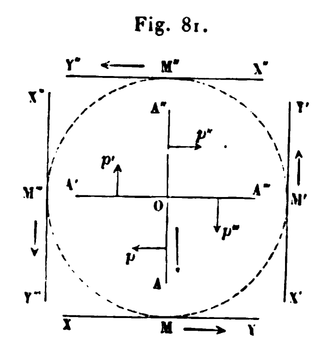
3° **COURANTS PARALLÈLES.** — Si un courant fini X'Y' est parallèle à XY, l'action se réduit encore à une force R qui est perpendiculaire à XY (*fig.* 73), attractive si les deux courants vont dans le même sens et répulsive dans le cas contraire. Pour en trouver la valeur, il faut faire $\omega = 0$ dans la formule (46)

$$R = -2ii'\frac{l}{h}.$$

Par conséquent, cette force est proportionnelle à la longueur du courant fini, quelle que soit cette longueur, et en raison inverse de sa distance à XY.

4° **ROTATION D'UN COURANT HORIZONTAL.** — Sous l'influence de XY (*fig.* 81), un courant $\overrightarrow{OA}$ horizontal et mobile autour d'un axe vertical O prendra un mouvement de rotation continue. En effet, s'il est d'abord placé en OA, il sera sollicité par la force normale p qui l'amènera en OA′. Arrivé dans cette direction, il continuera d'être soumis à une force encore perpendiculaire à lui-même, et, puisque OA′ et XY marchent en sens opposé, elle agira suivant p' et transportera le courant en OA″. Là, il éprouvera une action dirigée suivant p'', et, quand il sera en OA‴, il sera attiré par p'''. Dans ces quatre situations du courant, ainsi que dans ses positions intermédiaires, la force est toujours normale au courant mobile, et son intensité est donnée par la formule (46)

Fig. 81.



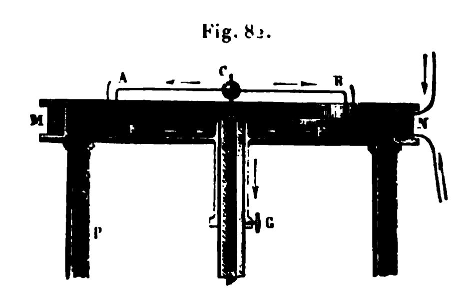
$$R = -2ii'\left(\frac{l}{h} - \frac{l^2 \sin\omega}{h^2} + \ldots\right),$$

dans laquelle h exprime la distance OM, et l la longueur OA; si h est grande et l petite, R et son moment de rotation sont indépendants de ω. Dans le cas général, l'intensité et le point d'application de R sur OA changent avec ω, et, par conséquent aussi, le moment de rotation; mais la force agit toujours dans le même sens pour continuer la rotation.

Le même effet serait produit si le courant XY prenait les positions X′Y′, X″Y″, X‴Y‴, ou bien si on le remplaçait par l'enveloppe de toutes les positions successives qu'il peut prendre, c'est-à-dire par le cercle MM′M″M‴. C'est en effet avec un courant circulaire que nous ferons l'expérience (*fig.* 82).

Le support du courant mobile ne diffère de celui de la *fig.* 62 que par la cuvette extérieure, qui est remplacée par une large coupe de fer EF remplie de mercure. L'équipage mobile est composé de deux fils horizontaux CA, CB, recour-

Fig. 82.



bés verticalement en A et B, et que le courant traverse en s'éloignant ou en se rapprochant de C; enfin le conducteur fixe est un fil de cuivre faisant un nombre considérable de tours sur un cadre circulaire extérieur MN.

Il est évident que les actions exercées sur les branches verticales AE, BF se font équilibre. Tout se réduit donc à l'effet du courant circulaire sur CA et CB, et l'on voit se produire le mouvement de rotation continue, dans le sens indiqué par la théorie.

On pourrait maintenant se proposer de déterminer par le calcul l'action de XY sur des courants mobiles de forme quelconque, mais ces questions deviennent beaucoup plus complexes; nous nous contenterons de traiter quelques exemples simples qui rentrent dans les cas précédents.

3° **COURANT FERMÉ, MOBILE AUTOUR D'UN AXE VERTICAL.** — Considérons un courant rectangulaire *abcd* (*fig.* 83), mobile autour d'un axe vertical OO'; les parties *bc* et *da* étant, par rapport à XY, dans le cas de la *fig.* 79, seront sollicitées chacune par un couple et tendront à se placer parallèlement à XY. Si XY est très rapproché, l'action sur *bc* l'emportera; si XY est à l'infini, les deux couples seront égaux et se détruiront.

cd et *ab*, étant perpendiculaires au plan horizontal qui passe par XY (comme O'C dans la *fig.* 80), seront sollicitées par

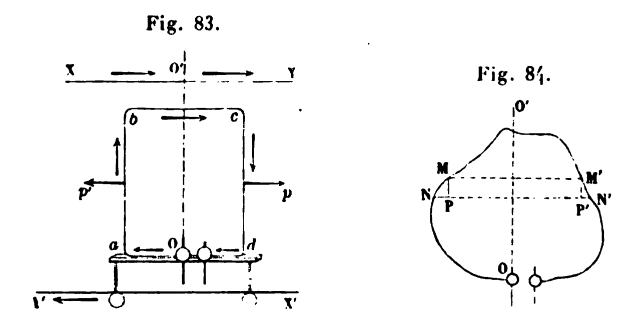
des forces horizontales opposées p, p', qui formeront un couple, lequel tendra à placer le rectangle parallèlement à XY.

Si la distance à XY est infinie, les effets de *bc* ou de *ad* se détruisant, ce couple agira seul; son moment sera proportionnel aux longueurs *ab* et *cd*, et au bras de levier *bc*; il pourra se représenter par la surface du rectangle. Quand XY sera très rapproché, il faudra ajouter au couple précédent la différence de ceux qui sont produits sur *bc* et *ad* : cette différence sera de même signe que ce couple.

La même position d'équilibre serait atteinte si XY était remplacé par un autre courant X′Y′ situé en sens opposé au-dessous du rectangle. On peut donc dire que celui-ci se pla-

Fig. 83.

Fig. 84.



cera parallèlement à XY ou à X′Y′, et que le sens du courant dans la branche horizontale, la plus voisine du conducteur indéfini, sera le même que dans celui-ci.

Si l'on fait la même expérience avec un courant fermé de forme quelconque (*fig.* 84), on pourra le décomposer en tranches par des plans parallèles et remplacer ses éléments MN, M′N′ par leurs projections horizontale et verticale. Quand XY sera à l'infini, son effet sur les parties horizontales sera nul et se réduira sur les éléments verticaux à une infinité de couples proportionnels à la surface des rectangles, tels que MNM′N′, ou à un couple unique proportionnel à la surface totale du courant mobile.

6° **CONDUCTEURS ASTATIQUES.** — Il est facile d'imaginer des conducteurs sur lesquels XY n'exerce aucune action direc-

trice : tel est AB dans la *fig.* 80; tels sont aussi les deux conducteurs (*fig.* 85 et 86), qui se composent de rectangles égaux traversés en sens inverse par le même courant.

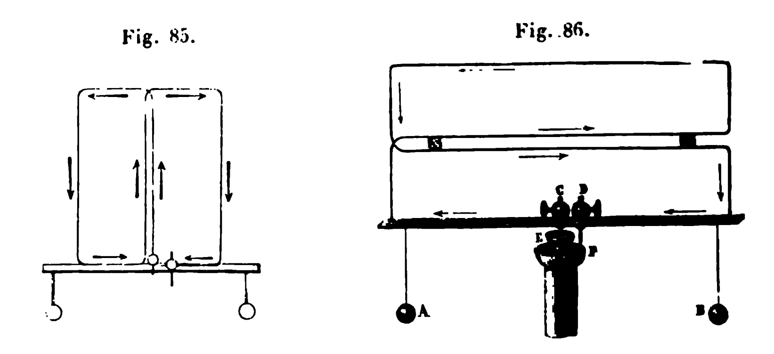


Fig. 85. Fig. 86.

7° COURANT FERMÉ, MOBILE AUTOUR D'UN AXE HORIZONTAL. — Soit un conducteur rectangulaire fermé DCFE (*fig.* 87), mobile autour de l'axe AB par lequel le courant entre et sort, et soumis à l'action d'un autre courant indéfini XY, qui est parallèle à AB. Les branches DE, CF sont sollicitées par des

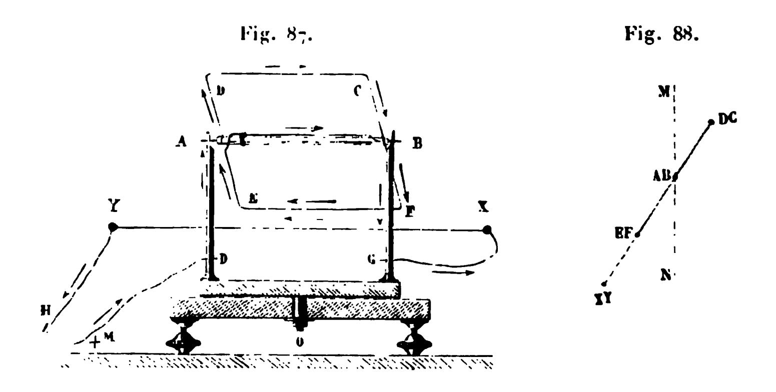


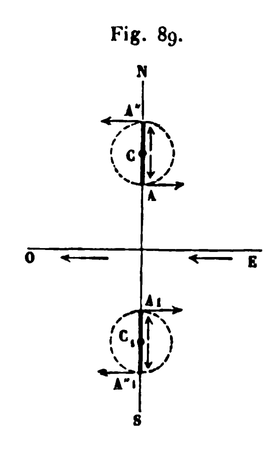
Fig. 87. Fig. 88.

forces égales et contraires, parallèles à XY et à l'axe AB, et qui sont sans action ; mais les parties EF et DC sont soumises à deux autres forces attractive et répulsive, égales entre elles si XY est à l'infini et constituant un couple qui placera le rectangle dans le plan ABXY. Cette position d'équilibre est

représentée par la *fig.* 88 qui indique une coupe de l'appareil perpendiculaire à AB.

ACTION DE LA TERRE SUR LES COURANTS. — Reprenons l'expérience de la rotation d'un courant horizontal (*fig.* 82); mais supprimons le conducteur circulaire MN, de façon que l'équipage mobile ne soit soumis à l'influence d'aucun courant voisin; nous le verrons néanmoins tourner, moins rapidement il est vrai que précédemment, mais dans un sens qui est déterminé. Si le centre C (*fig.* 89), c'est-à-dire le lieu de l'observation, est situé dans l'hémisphère boréal, la rotation se fait dans le sens des flèches A′ et A″; s'il est placé dans l'hémisphère austral en C_1, le mouvement a lieu dans la direction des flèches A_1, A''_1. Tout se passe comme s'il y avait dans l'équateur magnétique un courant indéfini allant de E en O, de l'est à l'ouest. On peut donc attribuer l'existence du champ magnétique terrestre à un *courant terrestre* dirigé de l'est à l'ouest.

Fig. 89.



Cette conclusion se confirme par les deux expériences suivantes :

Le conducteur *abcd* (*fig.* 83), suspendu autour d'un axe vertical, se dirige dans le plan perpendiculaire au méridien magnétique, et le courant marche dans *da* de l'est à l'ouest, absolument comme il le ferait si l'on avait placé au-dessous de lui un courant X′Y′ allant de l'est à l'ouest.

Enfin, si l'on fait tourner l'appareil de la *fig.* 87 autour du bouton O, de manière à placer l'axe AB perpendiculaire au méridien magnétique, et si l'on supprime le conducteur indéfini XY, on voit le rectangle DCFE s'incliner à l'horizon, prendre une position fixe et se diriger de telle sorte que la partie inférieure EF pointe vers le sud et soit traversée par le courant de l'est à l'ouest. Il faut donc que le courant terrestre XY soit au sud des lieux que nous occupons dans l'hémisphère boréal. La même expérience faite dans l'hémisphère

austral prouve que le courant terrestre est situé au nord de la station.

Rappelons enfin qu'un solénoïde d'Ampère librement suspendu prend en un lieu quelconque du globe la direction de l'aiguille d'inclinaison, et peut servir, comme une aiguille aimantée, à déterminer la direction et l'intensité du champ magnétique terrestre, et par suite la situation qu'il faudrait assigner à un courant rectiligne pour produire ce champ.

Toutes les expériences concourent à démontrer que ce courant est perpendiculaire au méridien magnétique et qu'il circule dans l'équateur magnétique de l'est à l'ouest. Nous reviendrons sur ce sujet avec plus d'étendue à propos du magnétisme terrestre.

TRAVAIL ÉLECTRODYNAMIQUE.

TRANSFORMATION DE LA FORMULE D'AMPÈRE. — On peut donner à la formule d'Ampère une forme plus commode pour l'évaluation du travail électrodynamique.

La force qui s'exerce entre deux éléments est

$$f = -\frac{2ii'ds\,ds'}{r^2}\left(\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right),$$

et elle est considérée comme positive, si elle tend à écarter ces deux éléments, c'est-à-dire à faire croître r. Pour la transformer, considérons (*fig.* 90) la direction PA d'un élément ds (c'est-à-dire la direction de la tangente en P au circuit S), parcouru par un courant d'intensité i. Projetons en AA' l'élément $P'P'' = ds'$ du circuit S' sur cette tangente. On a évidemment

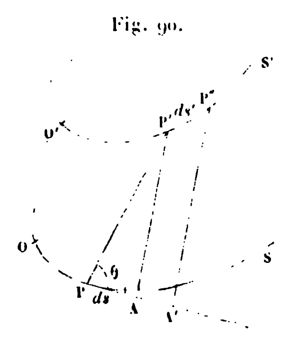


Fig. 90.

$$AA' = ds'\cos\omega;$$

d'autre part, $PA = r\cos\theta$,

$$AA' = \frac{\partial(r\cos\theta)}{\partial s'}ds'.$$

En égalant les valeurs de AA′, on voit que

$$(47)\qquad \cos\omega = \frac{\partial(r\cos\theta)}{\partial s'}.$$

D'ailleurs,

$$(48)\qquad \cos\theta = -\frac{\partial r}{\partial s},$$

$$(49)\qquad \cos\theta' = \frac{\partial r}{\partial s'},$$

et, par suite,

$$(50)\qquad \cos\omega = -\frac{\partial\left(r\frac{\partial r}{\partial s}\right)}{\partial s'} = -\frac{\partial r}{\partial s'}\frac{\partial r}{\partial s} - r\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'}.$$

En portant les valeurs (48), (49) et (50) dans la formule d'Ampère, il vient

$$(51)\qquad \begin{cases} f = \dfrac{2ii'ds\,ds'}{r^2}\left(\dfrac{\partial r}{\partial s}\dfrac{\partial r}{\partial s'} + r\dfrac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} - \dfrac{3}{2}\dfrac{\partial r}{\partial s}\dfrac{\partial r}{\partial s'}\right) \\[2ex] \quad = \dfrac{2ii'ds\,ds'}{r^2}\left(r\dfrac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} - \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial r}{\partial s}\dfrac{\partial r}{\partial s'}\right). \end{cases}$$

D'ailleurs,

$$(52)\qquad \frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s\,\partial s'} = \frac{1}{2r\sqrt{r}}\left(r\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} - \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial s'}\right).$$

Donc, enfin,

$$(53)\qquad f = \frac{4ii'ds\,ds'}{\sqrt{r}}\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s\,\partial s'}.$$

EXPRESSION DU TRAVAIL ÉLECTRODYNAMIQUE. — FORMULE DE NEUMANN. — L'expression (53) de f que nous venons de trouver est négative quand elle tend à diminuer r, positive quand elle tend à l'augmenter. Quand r varie de $\frac{\partial r}{\partial t}dt = 2\sqrt{r}\,\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}dt$, le travail de la force f est donc $f\frac{\partial r}{\partial t}dt$, et le travail total

relatif à l'action du circuit S' sur l'élément *ds*, pendant le temps *dt*, est

$$(54)\qquad d^2\mathrm{T} = 8ii'\,dt\,ds\int \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s\,\partial s'}\,ds'.$$

Intégrant par parties, on a

$$\int \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s\,\partial s'} = \left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial t}\,\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\right) - \int \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s'\,\partial t}\,ds'.$$

Le premier terme du second membre est nul pour un contour fermé S' quelconque; par suite,

$$(55)\qquad d^2\mathrm{T} = -\,8ii'\,dt\,ds\int \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s'\,\partial t}\,ds'.$$

Le travail élémentaire total relatif à l'ensemble des deux courants est donc

$$(56)\qquad d\mathrm{T} = -\,8ii'\,dt\int\int \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s'\,\partial t}\,ds'\,ds.$$

Mais on peut aussi, par simple raison de symétrie, écrire cette valeur

$$(57)\qquad d\mathrm{T} = -\,8ii'\,dt\int\int \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s'}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s\,\partial t}\,ds\,ds'\;;$$

d'où, faisant la demi-somme des expressions (56) et (57),

$$(58)\qquad \left\{\begin{aligned} d\mathrm{T} &= -\,4ii'\,dt\int\int\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s'\,\partial t} + \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s'}\,\frac{\partial^2\sqrt{r}}{\partial s\,\partial t}\right)ds\,ds' \\ &= -\,4ii'\,dt\int\int\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\,\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s'}\right)ds\,ds' \\ &= -\,4ii'\,d\int\int\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s}\,\frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s'}\,ds\,ds'. \end{aligned}\right.$$

Le travail élémentaire $d\mathrm{T}$ des forces électromagnétiques

est donc la différentielle exacte d'une certaine fonction que nous désignerons par W.

$$(59) \qquad W = -4ii' \int\int \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s} \frac{\partial\sqrt{r}}{\partial s'} ds\, ds',$$

et l'on a

$$dT = dW.$$

On peut transformer l'expression de W et lui donner une forme fréquemment employée. En effectuant les différentiations indiquées,

$$(60) \qquad W = -ii' \int\int \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \frac{\partial r}{\partial s'} ds\, ds',$$

ou, d'après la valeur (50) de $\cos\omega$,

$$W = ii' \int\int \frac{1}{r}\left(\cos\omega + r\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'}\right) ds\, ds'$$
$$= ii' \int\int \frac{\cos\omega}{r} ds\, ds' + ii' \int\int \frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} ds\, ds'.$$

Mais la dernière intégrale est identiquement nulle pour un circuit fermé, puisque la quantité sous les signes $\int\int$ est une différentielle exacte. On a donc simplement

$$(61) \qquad W = ii' \int\int \frac{\cos\omega}{r} ds\, ds'.$$

C'est la formule de Neumann (¹).

Action de deux circuits rectangulaires parallèles. — Si l'on veut calculer la composante X de la force exercée par un conducteur fermé sur un autre, évaluée dans une certaine direction x, il suffit maintenant d'observer que le travail élémentaire correspondant est

$$dT = dW = X\,dx,$$

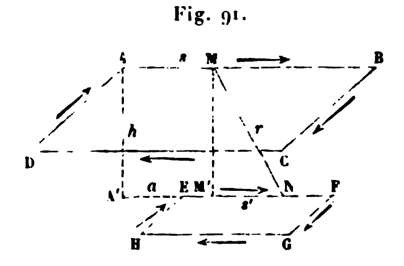
(¹) Neumann, *Ann. Pogg.*, t. LXVII, p. 31.

d'où

$$X = \frac{dT}{dx} = \frac{dW}{dx}.$$

Comme application, nous allons chercher l'action de deux courants rectangulaires, dont les plans sont parallèles (*fig.* 91).

Fig. 91.



L'énergie W du système

$$W = ii' \int\int \frac{\cos\omega}{r} ds ds'$$

ne contient que des termes fournis par les côtés parallèles; car, pour deux côtés perpendiculaires, tels que AB et FG ou HE, $\omega = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$, $\cos\omega = 0$. W se compose donc de huit termes relatifs à l'action des côtés parallèles. Pour les côtés parallèles parcourus par des courants de même sens (AB, EF), $\omega = 0$, $\cos\omega = 1$; pour les côtés parcourus par des courants de sens contraire, $\omega = \pi$, $\cos\omega = -1$. On aura donc quatre termes positifs de la forme

$$ii' \int\int \frac{ds ds'}{r} = ii' \int ds \int \frac{ds'}{r}$$

et quatre termes négatifs de la même forme. Il suffit d'en calculer un relatif, par exemple, aux côtés AB et EF. Soit h la distance MM' des deux côtés, et comptons les longueurs s et s', à partir de A et de E. Pour un élément quelconque, ayant son centre en M, il faut effectuer l'intégration $\int \frac{ds'}{r}$; mais,

en désignant par a la longueur A'E, par p la longueur EF, par q la longueur AB, $r^2 = h^2 + (s' - s + a)^2$,

$$\int_0^p \frac{ds'}{r} = \int_0^p \frac{ds'}{\sqrt{h^2 + (s' - s + a)^2}}$$
$$= \log \frac{\sqrt{h^2 + (p - s + a)^2} + p - s + a}{\sqrt{h^2 + (a - s)^2} + a - s}.$$

Il faut maintenant prendre l'intégrale

$$(1) \qquad \int_0^q \log \frac{\sqrt{h^2 + (p - s + a)^2} + p - s + a}{\sqrt{h^2 + (a - s)^2} + a - s} ds;$$

mais on a, en général,

$$\int \log\left(u + \sqrt{h^2 + u^2}\right) du = \left[u \log\left(u + \sqrt{h^2 + u^2}\right)\right] - \left(\sqrt{h^2 + u^2}\right);$$

par suite, la valeur de l'intégrale définie (1) est, en posant $u = -(p - s + a)$,

$$\begin{aligned}
&-(p - q + a) \log\left[(p - q + a) + \sqrt{h^2 + (p - q + a)^2}\right] \\
&+ (p + a) \log\left[(p + a) + \sqrt{h^2 + (p + a)^2}\right] \\
&+ (a - q) \log\left[(a - q) + \sqrt{h^2 + (a - q)^2}\right] \\
&- a \log\left(a + \sqrt{h^2 + a^2}\right) + \sqrt{h^2 + (p - q + a)^2} \\
&- \sqrt{h^2 + (p + a)^2} - \sqrt{h^2 + (a - q)^2} + \sqrt{h^2 + a^2},
\end{aligned}$$

et la valeur de W comprend huit termes analogues.

Dans le cas particulier de deux courants carrés, ayant leurs centres sur un même axe, $a = 0, p = q$ et l'intégrale (1) se réduit à

$$2\left(p \log \frac{h}{-p + \sqrt{h^2 + p^2}} - \sqrt{h^2 + p^2} + h\right)$$
$$= 2\left(p \log \frac{p + \sqrt{h^2 + p^2}}{h} - \sqrt{h^2 + p^2} + h\right).$$

Elle doit être prise quatre fois pour les couples de côtés

centre de gravité du système suspendu se relève de o en o', et le corps est sollicité vers sa position primitive par un couple, dont nous nous proposons de déterminer le moment M.

A cet effet, remarquons que, les deux fils étant par hypothèse également tendus, on peut remplacer le poids P par deux poids égaux à $\frac{P}{2}$, appliqués en b' et f'. Le poids $\frac{P}{2}$ placé en b' se décompose en deux forces : l'une $b'm$, dirigée suivant le prolongement du fil, en mesure la tension; l'autre $b'n$ est située dans le plan bab' et dirigée horizontalement. Soit β l'angle dont le fil est dévié, on a $\overline{b'n} = \frac{P}{2}\tan\beta$. Le moment de cette force par rapport à l'axe est $\overline{b'n} \times \overline{o'i}$. Mais le triangle $o'kb'$ est isoscèle, son angle au sommet est α, enfin l'apothème $o'i$ est $2\frac{d}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$; le moment de $b'n$ a donc pour valeur

$$\frac{Pd}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\tan\beta.$$

En f' est appliquée une force symétrique de $b'n$ par rapport au point c', dont le moment a la même valeur. Le moment total est donc

$$M = Pd\cos\frac{\alpha}{2}\tan\beta.$$

Mais le triangle isoscèle $ko'b$ donne encore

$$l\sin\beta = d\sin\frac{\alpha}{2};$$

$$\tan\beta = \frac{d\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{l^2 - d^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}};$$

on a donc enfin

$$(1) \qquad M = \frac{Pd^2}{2}\frac{\sin\alpha}{\sqrt{l^2 - d^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}}.$$

En général, on rend d très petit par rapport à l, et, de plus, les déviations sont toujours très faibles ; $d^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}$ est donc une quantité négligeable, et l'on a pratiquement

$$M = \frac{Pd^2}{2l} \sin\alpha, \tag{1 bis}$$

c'est-à-dire que le moment du couple de torsion bifilaire est proportionnel au sinus de l'angle d'écart. Le corps soutenu bifilairement est donc sollicité vers sa position d'équilibre comme le serait un aimant dont le couple directeur serait $\frac{Pd^2}{2l}$.

La suspension bifilaire est d'autant plus sensible que la valeur de α, correspondant à une valeur donnée de M, est plus grande, ou que $\frac{Pd^2}{l}$ est plus petit ; c'est-à-dire que les fils sont plus longs et plus rapprochés, et le poids du système moins considérable.

BOUSSOLES DES TANGENTES. — On désigne sous le nom générique de *boussoles* des appareils de mesures électromagnétiques dans lesquels l'organe mobile est une aiguille aimantée.

Quand l'aiguille, suspendue à un fil sans torsion, est soumise à l'action d'un cadre fixe parallèle au méridien magnétique, l'appareil prend le nom de *boussole des tangentes*. Si l'aiguille est très courte par rapport aux dimensions du cadre, la tangente de la déviation de l'aiguille est proportionnelle à l'intensité du courant. En particulier, nous avons démontré (p. 45) que si le cadre est une bobine circulaire comprenant n tours de rayon R, et si l'aiguille est suspendue au centre du cadre, on a

$$i = \frac{RH}{2n\pi} \operatorname{tang}\theta. \tag{2}$$

Dans le cas où l'aiguille est excentrique et placée à la distance a sur la normale au plan du cadre,

$$i = \frac{Hu^3}{2n\pi R^2} \operatorname{tang}\theta, \quad u = \sqrt{R^2 + a^2}. \tag{3}$$

En général, la distance a n'est pas assez grande, par rapport à la longueur l de l'aiguille, pour que la formule (3) soit rigoureusement applicable. Blanchet ([1]) a démontré que cette expression doit être remplacée par

$$(4)\qquad i = \frac{\mathrm{H}a^3}{2n\pi\mathrm{R}^2}\operatorname{tang}\theta\left[1 - \frac{3}{16}\,\frac{\mathrm{R}^2 - 4a^2}{a^4}\,\mathrm{L}^2(1 - 5\sin^2\theta)\right],$$

dans laquelle L représente la longueur de l'aiguille. Quand la suspension est centrale, cette formule se réduit à

$$(5)\qquad i = \frac{\mathrm{RH}}{2n\pi}\operatorname{tang}\theta\left[1 - \frac{3}{16}\,\frac{\mathrm{L}^2}{\mathrm{R}^2}(1 - 5\sin^2\theta)\right].$$

Pour éviter la correction dépendant de L, Gaugain ([2]) avait imaginé une boussole dans laquelle l'aiguille était suspendue excentriquement à une distance $a = \frac{\mathrm{R}}{2}$ du centre du cercle. Alors le facteur $\mathrm{R}^2 - 4a^2$ s'annule, et l'on doit appliquer la formule (2). Comme l'on emploie plusieurs tours de fil dans la boussole, Gaugain enroulait celui-ci sur un support conique, de hauteur égale à la moitié de son rayon, et dont le sommet était le point de suspension de l'aiguille. L'intensité du courant était alors rigoureusement proportionnelle à la tangente de la déviation. Quant au facteur de proportionnalité, si l'on désigne par R le rayon moyen du tronc de cône sur lequel est enroulé le fil, il est égal à $\frac{5\sqrt{5}}{16}\,\frac{\mathrm{HR}}{n}$.

M. Helmholtz a substitué à la boussole de Gaugain une boussole symétrique dans laquelle l'aiguille se trouve placée entre deux bobines parallèles, séparées par une distance égale à leur rayon (*voir* la *fig.* 104, p. 140). On peut se dispenser d'enrouler les bobines sur des troncs de cône, en leur donnant une section rectangulaire très petite. Au reste, M. Helmholtz a démontré que la bobine à section rectangulaire satisfait ri-

---

([1]) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 222, une démonstration simple de la formule de Blanchet, par M. Mascart.

([2]) GAUGAIN, *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXVI, p. 191; 1853.

goureusement à la condition imposée, si sa hauteur est à sa largeur dans le rapport $\frac{36}{31}$. Des dispositions plus compliquées pourraient encore être employées ([1]).

M. Lippmann a proposé de remplacer le cadre plat de la boussole des tangentes ordinaires par une bobine très allongée, dont l'axe est perpendiculaire au méridien magnétique, et de suspendre l'aiguille mobile au centre de la bobine.

Proposons-nous de déterminer la force à laquelle se trouve soumis un pôle austral égal à l'unité placé en O (*fig.* 93), au

Fig. 93.

centre de la bobine. Soient n le nombre de tours de fil par unité de longueur, R le rayon de la bobine, $2l$ sa longueur, x la distance d'une section normale MN au centre O. Une tranche MNM'N', d'épaisseur dx, contient $n dx$ tours de fil. L'angle solide total $d\Omega$, sous-tendu en O par l'ensemble des feuillets magnétiques équivalents à la tranche, est

$$2n\pi dx\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right),$$

et l'angle solide Ω sous-tendu par l'ensemble des feuillets équivalent à la bobine tout entière,

$$(6)\qquad \Omega = 2n\pi\int_{-l}^{+l}\left(1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)dx.$$

Le potentiel V en O est

$$(7)\qquad V = i\Omega,$$

([1]) *Voir* MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, t. II, p. 319, 320.

et la force exercée sur le pôle austral unité, qui, par raison de symétrie, est dirigée suivant l'axe de la bobine, est

$$(8)\quad f = -\frac{\partial V}{\partial x} = -2n\pi i\frac{d}{dx}\int_{-l}^{+l}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)dx$$
$$= 4n\pi i\frac{l}{\sqrt{R^2+l^2}}.$$

Si l'aiguille suspendue en O est assez courte, on peut répéter les raisonnements que nous avons faits pour la boussole des tangentes ordinaires, et l'on trouve que la déviation θ de l'aiguille est donnée par la formule

$$(9)\qquad \tang\theta = \frac{4n\pi i}{H}\frac{l}{\sqrt{R^2+l^2}};\qquad i = \frac{H}{4n\pi}\frac{\sqrt{R^2+l^2}}{l}.$$

Pour une bobine de longueur infinie, on aurait simplement

$$f = 4n\pi i,$$

$$(10)\qquad \begin{cases} \tang\theta = \dfrac{4n\pi i}{H}, \\ i = \dfrac{H}{4n\pi}\tang\theta. \end{cases}$$

Si l'aiguille a une longueur notable par rapport à la longueur l de la bobine, la formule (9) comprendra un terme correctif dont le calcul est compliqué ; mais l'influence de ce terme est d'autant moindre que l est plus grand. Il ne paraît pas très difficile de disposer un appareil dans des conditions telles que la formule (10) lui soit pratiquement applicable [1].

---

[1] Pouillet avait proposé de rendre mobile le cadre de la boussole et de le faire tourner dans le sens de la déviation de l'aiguille jusqu'à ce que celle-ci se trouvât en équilibre dans le plan du cadre. La force $f\mu$ exercée par le cadre sur le pôle A', par exemple, est alors normale à A'B', et la condition d'équilibre est donnée par la formule

$$\sin\theta = \frac{f}{H},$$

qui ne diffère de celle qui a été trouvée page 44 que par la substitution de $\sin\theta$ à $\tang\theta$. L'intensité du courant est donc proportionnelle au sinus

CONDITION DE SENSIBILITÉ MAXIMUM. — Nous avons vu ([1]) que la sensibilité d'un galvanomètre dépend de la résistance extérieure. Quand celle-ci est connue, au moins d'une manière approximative, comme cela peut arriver, par exemple, dans le cas d'appareils télégraphiques, on disposera le galvanomètre de telle sorte que sa sensibilité soit maximum. Nous supposons que le rayon du cadre est donné et que l'épaisseur totale de la couche de fil portée par l'appareil est petite par rapport à ce rayon. Soient alors l la longueur du fil, y son rayon, b l'épaisseur de son enveloppe isolante, ρ sa résistance spécifique, r la résistance extérieure. La résistance du galvanomètre est

$$R = \frac{\rho}{\pi}\frac{l}{y^2}; \tag{11}$$

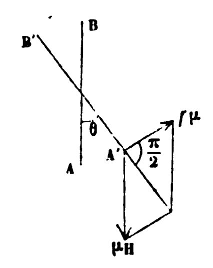
son action électromagnétique est proportionnelle à la longueur l du fil et à l'intensité $\frac{E}{R+r}$ du courant. Il faut donc rendre maximum l'expression

$$\frac{l}{R+r} = \frac{l}{\frac{l\rho}{\pi y^2} + r},$$

---

de la déviation, d'où le nom de *boussole des sinus,* donné à ces appareils. Cette disposition, applicable à toutes les boussoles, a été rarement employée, parce qu'elle exige une manipulation particulière, en outre de la mesure d'un angle; d'ailleurs la boussole des sinus ne permet pas la mesure de l'intensité d'un courant rapidement variable.

Fig. 94.



([1]) *Voir* 2e fascicule.

ou minimum l'expression

$$\frac{\rho}{\pi y^2} + \frac{r}{l};$$

on a donc

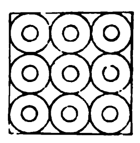
$$(12) \qquad \frac{2\rho}{\pi y^3}\, dy + \frac{r\,dl}{l^2} = 0.$$

On peut, par exemple, astreindre le volume de la bobine à être constant. Ce volume est

$$(13) \qquad V = 4l(y+b)^2,$$

en supposant que les tours de fil passent exactement l'un au-dessus de l'autre, comme le représente la *fig.* 95. On exprime

Fig. 95.



que V ne change pas, en écrivant que sa différentielle est nulle :

$$(14) \qquad (y+b)^2 dl + 2l(y+b)\,dy = 0.$$

Éliminant $\frac{dy}{dl}$ entre les équations (12) et (14), puis tirant l de la formule (13), on trouve

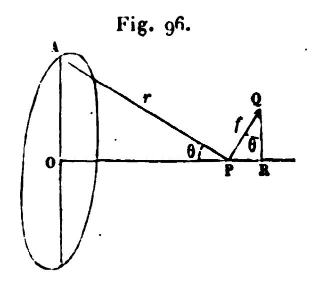
$$(15) \qquad \frac{r}{R} = \frac{y+b}{y}.$$

L'épaisseur du fil couvert doit donc être à celle du fil nu dans le rapport de la résistance extérieure à la résistance intérieure. Quand on suppose l'épaisseur de la couche isolante absolument négligeable, la résistance intérieure doit être égale à la résistance extérieure.

Si l'on ne se propose pas de faire des mesures absolues, mais seulement de rendre le galvanomètre extrêmement sen-

on a intérêt à diminuer le rayon intérieur du cadre sur l le fil est enroulé. Plus les cercles s'éloignent, moins ιction est grande, et, comme chaque spire introduit une ɘlle. résistance, que celle-ci est même d'autant plus le que le rayon de la spire est plus grand, l'effet de la ιution d'intensité du courant finit par l'emporter sur nentation du coefficient électromagnétique de la bo- et l'action exercée sur l'aiguille diminue au lieu d'aug- er. Le calcul établit qu'il out avantage à employer, la confection du galvano- ɘ, du fil de plus en plus à mesure qu'on s'écarte ιtage du centre. C'est une ɉue employée depuis long- s par les bons construc- .

Fig. 96.



pposons que les spires du nomètre sont des cercles le rayon OA est $r \sin\theta$ (*fig.* 96), la distance de leur e O au pôle P de l'aiguille est $r\cos\theta$. L'action électro- ιétique d'un élément ds de fil sur un pôle égal à l'unité, en P, est

$$f = \frac{i\,ds}{r^2}.$$

le est dirigée suivant PQ; sa composante PR suivant OP est $\frac{i\,ds}{r^2}\sin\theta$, et la composante, suivant le même axe, ction d'une longueur l de fil,

$$F = \frac{il}{r^2}\sin\theta.$$

la posé, si l'on construit une surface de révolution, ayant équation polaire

$$r^2 = k^2 \sin\theta,$$

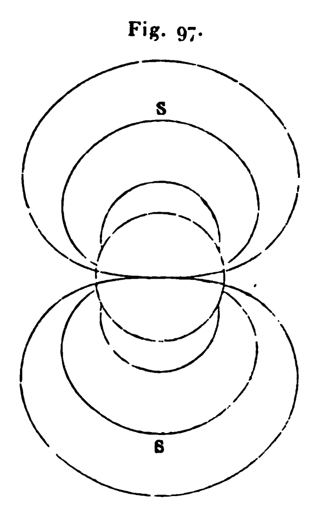
' est une constante choisie arbitrairement, l'action F re-

lative à une longueur l de fil enroulée sur un cercle OA, qui appartient à la surface (17), est

$$(18) \qquad F = \frac{il}{k^2}.$$

Elle est d'autant plus grande que b est plus petit. Si donc un tour de fil passe de l'extérieur de l'une des surfaces (17) à son intérieur, son action électromagnétique augmente. Il y a donc intérêt à limiter extérieurement l'enroulement du galvanomètre par une surface représentée par l'équation (17). Quant à la limite intérieure, on a, nous l'avons vu, tout intérêt à la prendre très voisine de l'aiguille.

Fig. 97.



La *fig.* 97 représente les surfaces

$$r^3 = k^2 \sin\theta.$$

Sir William Thomson, à qui sont dues les remarques précédentes, les a mises à profit dans la construction d'un galvanomètre que nous avons déjà décrit ([1]). L'enroulement à l'intérieur d'un cadre à section rectangulaire est limité à l'intérieur par une surface bombée, se rapprochant autant que cela est pratiquement possible, de l'une des surfaces (17). Si l'on juge à propos de former le galvanomètre de plusieurs couches de fils de grosseur différente, chaque couche doit aussi se limiter à l'une des surfaces (17).

Électrodynamomètre. — On nomme *électrodynamomètres* des appareils de mesures électromagnétiques dans lesquels l'organe mobile est une bobine. Le moment du couple exercé par la bobine fixe sur la bobine mobile est proportionnel au produit ii' des intensités des courants qui les animent, et,

---

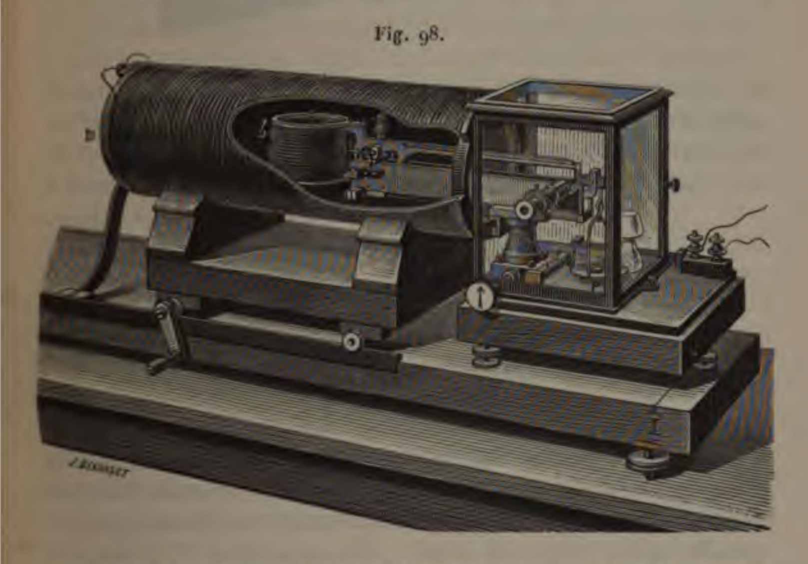
([1]) Voir 2e fascicule.

dans le cas particulier où toutes deux sont traversées par le même courant, au carré de l'intensité i de ce courant.

1° *Électrodynamomètres absolus.* — Dans ce dernier cas, si l'on peut soustraire la bobine suspendue à l'action électromagnétique de la Terre, et mesurer le moment du couple auquel elle est soumise de la part de la bobine fixe, on en déduira la valeur absolue de l'intensité électromagnétique i, en fonction de données qui ne dépendent que de la construction même des bobines. Divers électrodynamomètres absolus ont été proposés; nous ne décrirons que celui de M. Pellat (¹).

Cet appareil (*fig.* 98 et 99) se compose de deux bobines

Fig. 98.

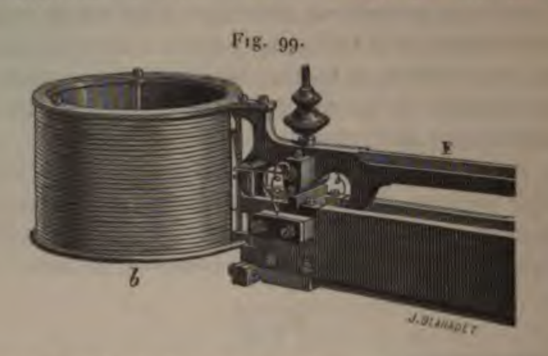


concentriques à axes rectangulaires, parcourues par le courant à mesurer; de ces deux bobines, l'une, longue et grosse, a son axe horizontal; l'autre, placée à l'intérieur de la première, a son axe vertical; elle fait corps avec un fléau de balance en aluminium, qui porte à son extrémité opposée un plateau suspendu à la façon ordinaire. On dirige l'axe de l'appareil perpendiculairement au méridien magnétique, afin de soustraire la bobine mobile à l'action terrestre.

(¹) PELLAT, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VI, p. 175; 1887.

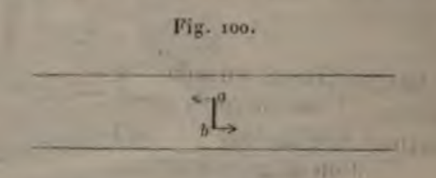
Pour nous rendre compte de la théorie de l'électrodynamomètre, supposons d'abord la bobine fixe infiniment longue et

Fig. 99.



la bobine mobile infiniment petite. On peut substituer à celle-ci (*fig.* 100) un petit aimant ab de même axe, dont le moment magnétique M est facile à calculer; soient, en effet, n le nombre de tours de la bobine, S la surface embrassée

Fig. 100.



par chacun d'eux, on sait que $M = nSi$. Soient encore f la force exercée par la bobine fixe sur un pôle austral égal à l'unité, placé en son centre, N le nombre de tours de fil de la bobine par unité de longueur. Nous avons démontré (p. 128) que l'on a

$$f = 4\pi N i.$$

Or le champ magnétique à l'intérieur d'une bobine de longueur infinie est très sensiblement constant; la force exercée possède donc la même valeur aux points où se trouvent les deux pôles du petit aimant, et, par conséquent, cet aimant est soumis à un couple de moment $Mf = 4\pi N n S i^2$. On fait équilibre à ce couple par des poids p que l'on ajoute sur le plateau et qui, agissant à l'extrémité d'un bras de levier de longueur A, produisent un couple antagoniste de moment

pgA. L'équation d'équilibre est donc

$$4\pi N n S i^2 = pgA,$$

d'où

$$(19) \qquad i = \sqrt{\frac{pgA}{4\pi N n S}}.$$

L'avantage essentiel que présente l'électrodynamomètre absolu par rapport à la boussole des tangentes, c'est d'éviter la mesure longue et délicate de l'intensité horizontale H du magnétisme terrestre. L'évaluation de l'intensité, déduite de la mesure d'un poids, s'obtiendra avec une précision extrême et par une seule opération; elle n'exige d'autres mesures que celles des nombres de tours des deux bobines, de la longueur de la bobine fixe et du diamètre de la bobine mobile.

Pratiquement la longueur de la bobine fixe est finie, et il n'est pas permis de confondre la bobine mobile avec un aimant infiniment petit. Le moment du couple agissant sur la bobine mobile renferme donc un facteur correctif $(1 - a)$, dont la valeur, assez pénible à calculer, n'exige d'ailleurs que la connaissance des dimensions des deux bobines. La valeur de l'intensité est de la forme

$$(20) \qquad i = \sqrt{\frac{pgA}{4\pi N n S(1-a)}};$$

elle demeure proportionnelle à la racine carrée du poids compensateur.

Après avoir construit, avec toutes les précautions désirables, un électrodynamomètre étalon de cette espèce, et calculé le facteur correctif a correspondant, on peut se borner, pour des appareils secondaires, à employer la formule

$$(21) \qquad i = B\sqrt{p}$$

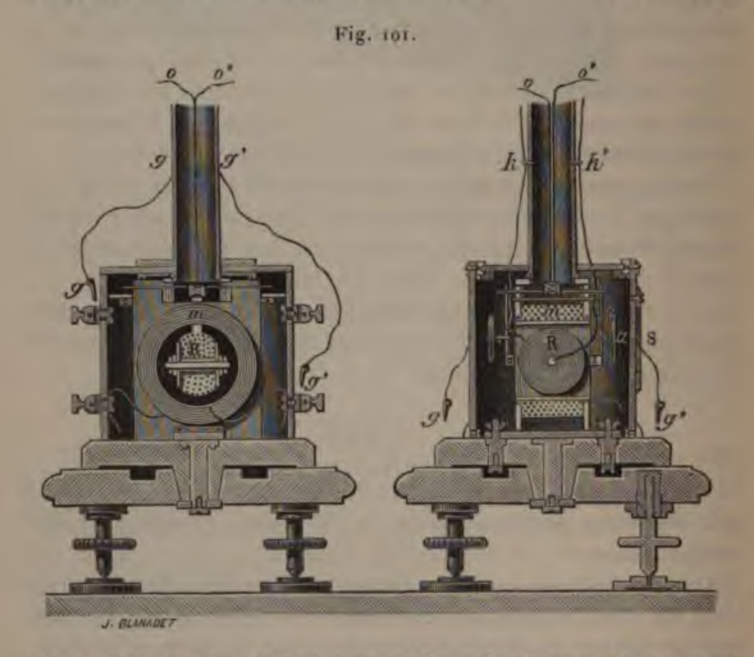
et à déterminer le facteur numérique B par comparaison avec l'électrodynamomètre étalon.

2° *Électrodynamomètres ordinaires.* — Dans une boussole des tangentes, on pourrait remplacer l'aiguille aimantée par une petite bobine plate ayant pour axe l'axe de l'aiguille, et,

comme elle, dirigée par l'action terrestre. Le moment magnétique M de l'aiguille n'intervient pas dans la formule de la boussole des tangentes; il en serait de même du moment nSi de la bobine mobile, et, par suite, la formule de la boussole s'appliquerait sans modification. Cette disposition, qui ne présenterait aucun avantage théorique spécial et dont la réalisation serait incommode, n'a pas été employée.

L'électrodynamomètre de Weber [1] est constitué (*fig.* 101 et 102) par deux bobines, l'une fixe m, l'autre R beaucoup

Fig. 101.



plus petite et suspendue à l'intérieur de la première par un système bifilaire; les deux bobines sont traversées par des courants et tendent à se placer parallèlement entre elles. Pour rendre maximum le moment de leur action électrodynamique, on a disposé l'appareil de telle sorte que le plan d'équilibre de la bobine mobile R est perpendiculaire au plan

(1) W. Weber, *Electrodynamische Maassbestimmungen*, 1846; *Pogg. Ann.*, t. LXXIII, p. 193.

des spires de la bobine fixe. De plus, le plan d'équilibre est perpendiculaire au méridien magnétique.

Quand des courants d'intensité i et i' passent dans les deux bobines, la bobine mobile se déplace d'un angle α que nous allons calculer. Supposons que le sens du courant dans R est tel que l'action terrestre s'ajoute à la torsion bifilaire pour solliciter la bobine vers sa position primitive; l'action électrodynamique des deux bobines agit en sens contraire. Elle est proportionnelle au produit ii' des intensités des courants, et nous pouvons désigner son moment, dans la position non déviée de la bobine, par $Ggii'$. G et g ne dépendent respectivement que des dimensions de l'une et de l'autre bobine : ce sont des constantes caractéristiques. La bobine mobile étant supposée très petite, on peut admettre que les forces du couple qui lui est appliqué conservent leur grandeur et leur direction dans la position déviée de celle-ci. Le moment de l'action électrodynamique des bobines dans la position déviée est donc

Fig. 102.

$$Ggii'\cos\alpha,$$

celui de l'action terrestre

$$gHi'\sin\alpha,$$

enfin le moment de la torsion bifilaire

$$\frac{Pd^2}{2l}\sin\alpha.$$

L'équation d'équilibre est donc

$$Ggii'\cos\alpha - gHi'\sin\alpha - \frac{Pd^2}{2l}\sin\alpha = 0; \qquad (22)$$

on s'en sert pour calculer i' si l'on connaît H et i.

On pourrait déterminer H en faisant osciller la bobine mo-

bile R, d'abord en circuit ouvert, sous l'influence de la torsion bifilaire seule, puis en circuit fermé, sous la double influence de l'action terrestre et de la torsion; mais il vaut mieux renverser le sens des courants des deux bobines; l'action électrodynamique demeure invariable, mais l'action de la terre change de signe, et l'on observe alors une nouvelle déviation α', telle que

$$(23)\qquad Ggii'\cos\alpha' + gHi'\sin\alpha' - \frac{Pd^2}{2l}\sin\alpha' = 0;$$

on élimine gHi' entre les équations (22) et (23), ce qui donne

$$(24)\qquad ii' = \frac{Pd^2}{lGg}\frac{1}{\cot\alpha + \cot\alpha'} = \frac{Pd^2}{lGg}\frac{\tan\alpha\tan\alpha'}{\tan\alpha + \tan\alpha'}.$$

Pratiquement l'action terrestre est très faible par rapport à la torsion bifilaire, de sorte que α et α' sont très voisins, et l'on a sensiblement

$$(25)\qquad ii' = \frac{Pd^2}{lGg}\frac{\tan\alpha\tan\alpha'}{\tan\alpha + \tan\alpha'} = \frac{Pd^2}{2lGg}(\tan\alpha + \tan\alpha');$$

c'est la formule employée d'ordinaire.

On peut lancer le même courant dans les deux bobines, et alors la formule (25) détermine i^2.

Les *fig.* 101 et 102 représentent l'électrodynamomètre de Weber et les *fig.* 103 et 104 reproduisent l'électrodynamomètre de l'Association britannique. Dans ce dernier, le système fixe est formé de deux bobines parallèles A, A' placées à $0^m,25$ de distance l'une de l'autre et de $0^m,50$ de diamètre; elles contiennent chacune quinze couches de fil de quinze tours chacune. La bobine mobile est aussi formée de deux bobines B, B' parallèles. Toutes les pièces de l'appareil sont en cuivre rouge.

Pour assurer l'égalité de tension des fils de la suspension bifilaire (*fig.* 103) on les a attachés aux extrémités d'un fil de soie F' qui passe sur une poulie; leur distance est réglée par deux poulies-guides. On peut donner à la bobine suspendue un mouvement vertical au moyen d'une vis agissant sur

la roue de suspension et un mouvement horizontal à l'aide de deux pièces glissant à coulisse. Une vis horizontale *t* permet aussi de communiquer une torsion au système bifilaire et

Fig. 103.



d'éliminer ainsi l'action terrestre en ramenant, dans chaque expérience, la déviation à être nulle. Soit β l'angle de torsion : on aura simplement

$$(26) \qquad \mathrm{G}gii' = \frac{\mathrm{P}d^2}{2l}\sin\beta.$$

MESURE ÉLECTROMAGNÉTIQUE D'UNE QUANTITÉ D'ÉLECTRICITÉ. — Quand la durée d'un courant est excessivement faible et qu'on le fait agir sur un galvanomètre ou un électrodynamomètre, le système mobile reçoit une impulsion et revient à sa posi-

tion d'équilibre primitive par une série d'oscillations. Considérons d'abord le cas du galvanomètre. Nous allons établir

Fig. 104.



que, si la durée du courant est négligeable par rapport à la durée de vibration de l'aiguille, la quantité d'électricité trans-

portée par le courant instantané est proportionnelle au sinus du demi-arc d'impulsion de l'aiguille.

Désignons par i l'intensité du courant au temps t, la quantité d'électricité qu'il transporte pendant sa durée τ est

$$(27) \qquad Q = \int_0^\tau i\,dt.$$

Soient M le moment magnétique de l'aiguille, H la composante horizontale du magnétisme terrestre, G la constante du galvanomètre, A le moment d'inertie de l'aiguille, θ la déviation au temps t; l'équation du mouvement de l'aiguille est

$$(28) \qquad A\frac{d^2\theta}{dt^2} + MH\sin\theta = MGi\cos\theta;$$

mais, à cause de la très faible durée du courant, nous pouvons intégrer par rapport à t, en considérant θ comme constant pendant cette durée,

$$A\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 - MG\cos\theta_0\int i\,dt + C = MGQ\cos\theta_0 + C.$$

La valeur de θ_0 et la constante C sont nulles, puisque l'aiguille part de sa position d'équilibre. On a donc simplement

$$(29) \qquad A\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0 = MGQ.$$

Soit θ_1 l'angle d'élongation maximum, le travail effectué, à l'encontre des forces magnétiques, pendant que l'aiguille parcourt son arc d'impulsion, est $MH(1-\cos\theta_1)$ et sa valeur est précisément égale à la force vive $\frac{1}{2}A\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0^2$ communiquée par le courant. On a donc, d'après (29),

$$MH(1-\cos\theta_1) = \frac{1}{2}A\left(\frac{d\theta}{dt}\right)_0^2 = \frac{1}{2}\frac{M^2G^2Q^2}{A},$$

$$(30) \qquad Q = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{2AH}{M}(1-\cos\theta_1)} = \frac{2}{G}\sqrt{\frac{AH}{M}}\sin\frac{\theta_1}{2}.$$

D'ailleurs la durée d'oscillation de l'aimant sous l'action de la terre est

$$T = \pi\sqrt{\frac{A}{MH}};$$

par suite,

$$(31)\qquad Q = \frac{H}{G}\frac{T}{\pi}\,2\sin\frac{\theta_1}{2}.$$

Cette formule donne, en mesure électromagnétique absolue, la quantité Q d'électricité qui a passé dans le circuit.

Si l'on veut seulement comparer, à l'aide d'un même galvanomètre, la quantité d'électricité transportée par divers courants instantanés, le coefficient de la formule (31) est constant, et les quantités d'électricité sont entre elles comme les sinus des demi-arcs d'impulsion. Quand l'impulsion est très faible, Q peut être considéré comme proportionnel à l'arc d'impulsion lui-même.

EMPLOI COMBINÉ DE L'ÉLECTRODYNAMOMÈTRE ET DU GALVANOMÈTRE. — Si, au lieu de se servir du galvanomètre, on lui substitue l'électrodynamomètre, on obtient une équation du même genre; mais cet appareil jouit d'une propriété remarquable, qui permet de l'employer dans un cas réalisé par un grand nombre d'électromoteurs, à savoir dans le cas d'une série continue de courants alternativement de sens contraires et mettant en jeu des quantités d'électricité égales. Ces courants produisent des déviations de même signe de l'électrodynamomètre; la bobine mobile éprouve donc une déviation permanente α. On l'évalue par la condition que, pour la position d'équilibre considérée, la somme des travaux virtuels soit nulle.

Or, le travail élémentaire des forces électrodynamiques correspondant à un déplacement angulaire $d\alpha$ est

$$Ggi^2\cos\alpha\,dt\,d\alpha;$$

le travail élémentaire de l'action terrestre,

$$Hgi\sin\alpha\,dt;$$

enfin, celui de la torsion,

$$\frac{P d^2}{2 l} \sin\alpha \, dt \, d\alpha,$$

et l'on doit avoir, pour l'équilibre,

$$(32) \quad G g \cos\alpha \int i^2 \, dt + H g \sin\alpha \int i \, dt = \frac{P d^2}{2 l} \sin\alpha \int dt.$$

Étendons l'intégration à une période entière de durée θ, comprenant un courant direct et un courant inverse de quantités égales

$$\int i \, dt = 0,$$

et l'équation se réduit à

$$(33) \qquad G g \cos\alpha \int_0^\theta i^2 \, dt = \frac{P d^2}{2 l} \theta \sin\alpha.$$

La durée θ est très petite. L'unité de temps comprend un nombre très grand de périodes que nous pouvons toujours supposer entier (¹); l'intégration, étendue à l'unité de temps, donne alors

$$(34) \qquad \int_0^1 i^2 \, dt = \frac{P d^2}{2 G g l} \operatorname{tang}\alpha.$$

Le galvanomètre, employé de la même manière, donnerait

$$(35) \qquad G' \cos\alpha' \int i \, dt = H \sin\alpha' \int dt,$$

et l'intégration étendue à une période entière donnerait au premier membre une valeur nulle, c'est-à-dire que le galvanomètre doit rester au zéro. Mais, si l'on a soin de disposer un commutateur qui n'envoie dans le galvanomètre que des cou-

---

(¹) Le deuxième terme de l'équation (32) a pour valeurs maximum et minimum $QHg \sin\alpha$ et o. La quantité Q d'électricité transportée individuellement par chacun des courants est toujours très faible, et la valeur du deuxième terme de l'équation, étendue à l'unité de temps, est négligeable par rapport au premier.

rants redressés, et si l'on désigne par i l'intensité du courant, abstraction faite de son signe, l'équation (35) subsiste et fournit une valeur de la déviation différente de o. En étendant l'intégration à l'unité de temps, on a

$$(36) \qquad \int_0^1 i\,dt = \frac{H}{G'} \operatorname{tang}\alpha'.$$

L'intégrale $\int_0^1 i\,dt$ représente l'*intensité moyenne* du courant périodique, $\int_0^1 i^2\,dt$ est l'*énergie moyenne* du courant. Cette dernière intégrale, fournie par l'électrodynamomètre, est proportionnelle à la quantité de chaleur dégagée par le courant périodique dans une résistance donnée.

CHAPITRE VI.

INDUCTION DANS LES CIRCUITS LINÉAIRES.

Découverte de Faraday. — Induction par le mouvement. — Cas des courants constants : 1° Courants induits réciproques des rotations électromagnétiques; 2° Courants induits réciproques du galvanomètre à mercure. — Application du principe de la conservation de l'énergie. — Loi de Lenz. — Calcul de $\mathcal{E}$. — Cas des courants variables. — Introduction du flux de force. — Application. — Généralité de la loi de Lenz.

Induction par variation d'intensité. — Expériences de Faraday. — Lois expérimentales des courants induits par variation d'intensité. — Relation des deux sortes de courants induits. — Expression du flux de force d'un courant à travers un circuit fermé. — Expression générale de la force électromotrice d'induction. — Extra-courants. — Application générale du principe de la conservation de l'énergie. — Énergie potentielle des courants. — Induction mutuelle de deux courants. — Courant de fermeture. — Extra-courant inverse. — Courant de rupture. — Extra-courant de rupture. — Cas des courants dérivés. — Interprétation de l'expérience de Faraday sur l'extra-courant.

Mesure des coefficients d'induction : 1° comparaison des coefficients de self-induction; 2° comparaison d'un coefficient de self-induction et d'un coefficient d'induction mutuelle; 3° comparaison de deux coefficients d'induction mutuelle; 4° comparaison d'un coefficient de self-induction et de la capacité d'un condensateur.

Induction par la terre.— Courant produit par les décharges électriques.— Décharges continue et oscillante.— Courants induits d'ordre supérieur. — Courants induits par les décharges électriques.

Découverte de Faraday. — En 1831, Faraday [1] découvrait qu'un courant qui commence ou qui finit développe dans un circuit fermé voisin, ne renfermant aucune pile, des courants instantanés qu'il nomma *courants d'induction* ou *courants in-*

[1] Faraday, *Experimental researches*, I.

lants. Il reconnut aussi que des courants induits s'établissent dans un circuit fermé que l'on déplace au voisinage de courants ou d'aimants, et il précisa le sens dans lequel tous ces courants circulent.

Ces précieuses découvertes ont été reliées depuis aux phénomènes électromagnétiques, dont elles paraissaient d'abord indépendantes. C'est un progrès immense qui a son origine dans les recherches expérimentales de Lenz (1). Ce physicien prouva que les courants induits par le déplacement d'un conducteur dans un champ magnétique sont toujours dans un sens tel que leur action électromagnétique gêne le mouvement. Plus tard, M. von Helmholtz (2) et Sir W. Thomson (3), par une heureuse application du principe de la conservation de l'énergie, établirent numériquement la relation des deux sortes de phénomènes et leur réciprocité.

Dans l'exposé synthétique qui va suivre, nous laisserons absolument de côté l'ordre historique généralement adopté dans l'enseignement élémentaire, et suffisamment connu de tous nos lecteurs.

INDUCTION PAR LE MOUVEMENT.

CAS DES COURANTS CONSTANTS. — 1° *Courants induits réciproques des rotations électromagnétiques.* — Considérons un conducteur de courant en mouvement dans un champ magnétique, et dans des conditions telles que l'intensité *i* du courant qui l'anime soit constante. Ces conditions sont aisées à réaliser. Prenons, par exemple, l'un des appareils décrits à propos des rotations électromagnétiques ou électrodynamiques (*fig.* 49, 82, 83), et plaçons-le dans un circuit contenant une pile suffisamment puissante et une boussole des tangentes. Nous observerons que l'équipage mobile entre en mouvement. Sa rotation, d'abord accélérée, devient bientôt uniforme; un travail mécanique déterminé se produit, absorbé à chaque instant par les frottements ou utilisé à l'extérieur.

---

(1) Lenz, *Pogg. Ann.*, t. XXXI, p. 483; 1834.
(2) Helmholtz, *Erhaltung der Kraft*, p. 60; 1847.
(3) W. Thomson, *Nichol's Cyclopedia*; 1860.

Or, dès que ce régime uniforme est établi, on constate que l'intensité du courant, mesurée à la boussole, demeure parfaitement constante. Si la vitesse de rotation augmente, l'intensité du courant diminue; si la vitesse diminue, l'intensité augmente. Enfin si, par l'emploi d'une énergie extérieure, on oblige le conducteur mobile à tourner dans le sens opposé à l'action électromagnétique, l'intensité du courant augmente au delà de ce qu'elle serait si le conducteur demeurait immobile, et, par un accroissement suffisant de la vitesse de rotation, on peut rendre l'intensité du courant aussi grande que l'on veut.

Il y a plus, et l'on peut supprimer absolument la pile. Si l'on fait alors tourner l'équipage mobile et qu'on lui communique une vitesse uniforme dans un certain sens, la boussole des tangentes, d'abord au zéro, dévie et indique l'existence d'un courant constant. L'intensité de ce courant croît avec la vitesse de rotation; le sens dans lequel il circule est tel qu'il tendrait, s'il agissait seul, à entraîner l'équipage dans le sens opposé à celui de la rotation.

Il est impossible de méconnaître, dans ces expériences, l'effet de forces électromotrices corrélatives du mouvement : ce sont les *forces électromotrices d'induction*. L'aperçu sommaire qu'on vient de lire fait déjà pressentir ce qu'établiraient au besoin des mesures précises de travail mécanique et d'intensité. On trouverait :

1° Que la force électromotrice d'induction développée dans un appareil donné ne dépend que de la vitesse et du sens de la rotation; elle est indépendante de la force électromotrice des piles qui entretiennent le courant, et de la résistance totale du circuit : pour des appareils différents, elle change avec les dimensions de l'équipage mobile et avec l'intensité du champ magnétique dans lequel il se meut;

2° Que la force électromotrice d'induction est proportionnelle au travail mécanique mis en jeu pendant l'unité de temps. Elle est négative si l'appareil est une source de travail mécanique, c'est-à-dire quand la rotation s'effectue dans le sens des actions électromagnétiques; positive quand l'appareil est une source d'électricité, c'est-à-dire quand la rotation se fait en sens contraire des actions électromagnétiques.

L'induction agit toujours dans un sens tel qu'elle gêne le mouvement. C'est la loi de Lenz.

2° *Courants induits réciproques du galvanomètre à mercure.* — On retrouve les mêmes circonstances dans tous les appareils électriques susceptibles de fournir un travail uniforme. En voici un nouvel exemple, où l'on fait usage du dispositif adopté par M. Lippmann pour son galvanomètre à mercure.

Nous supposerons les deux branches du tube en U (*fig.* 42 et 43, p. 62) en relation avec des réservoirs de mercure de très large surface et de même niveau; nous mettrons l'appareil dans le circuit d'une forte pile avec une boussole des tangentes. L'action électrodynamique entraîne le mercure, à travers la chambre capillaire de l'appareil, de l'un des réservoirs dans l'autre, sans produire de dénivellation sensible; bientôt un régime uniforme s'établit, dans lequel tout le travail électromagnétique est absorbé par les frottements. On reconnaît alors que l'intensité du courant, mesurée à la boussole, est constante. Si, par l'emploi de réservoirs à air comprimé, on accélère ou on ralentit le mouvement du mercure, l'intensité du courant diminue ou augmente; elle augmente bien davantage si l'on chasse le mercure à travers la chambre capillaire en sens contraire de l'action électrodynamique; enfin, si l'on supprime la pile, la boussole accuse un courant de sens contraire à celui qui devrait circuler dans l'appareil pour entraîner le mercure dans la direction où on le fait mouvoir.

Ce sont, point par point, les conditions que nous présentaient les appareils à rotation électromagnétique.

APPLICATION DU PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE. — LOI DE LENZ. — Voici maintenant comment on peut se rendre compte de l'ensemble de ces phénomènes.

Soient i l'intensité constante du courant quand le régime permanent est établi, R la résistance totale du circuit, E la force électromotrice résultante de toutes les piles que le circuit peut contenir, enfin $i\mathfrak{E}$ le travail électromagnétique, proportionnel à l'intensité i du courant, dépensé pendant l'unité de temps dans le système des conducteurs mobiles.

Les forces électromotrices E fournissent dans le temps dt

une énergie disponible $\mathrm{E}\,i\,dt$, dont une partie $\mathrm{R}\,i^2\,dt$ est employée à échauffer les résistances, conformément à la loi de Joule; le reste est consommé à produire le travail mécanique disponible extérieurement et dont la valeur est $i\,\mathfrak{T}\,dt$. On a donc

$$\mathrm{E}\,i\,dt - \mathrm{R}\,i^2\,dt - i\,\mathfrak{T}\,dt = 0 \tag{1}$$

ou, puisque i n'est pas supposé nul,

$$\mathrm{E} - \mathrm{R}\,i - \mathfrak{T} = 0,$$

$$i = \frac{\mathrm{E} - \mathfrak{T}}{\mathrm{R}}. \tag{2}$$

La formule (2), considérée comme l'expression de la loi d'Ohm, nous apprend que la production d'un travail uniforme de $i\mathfrak{T}$ par seconde entraîne l'introduction d'une force électromotrice

$$e = -\mathfrak{T}. \tag{3}$$

Celle-ci est négative si $\mathfrak{T}$ est positif, c'est-à-dire s'il y a du travail rendu disponible extérieurement, en d'autres termes *si l'appareil électromagnétique est une source de travail mécanique*. La force électromotrice e agit donc pour affaiblir le courant, et par suite pour *gêner le mouvement* (*loi de Lenz*)

On peut aussi supposer $\mathfrak{T}$ négatif. Alors il faut dépenser du travail emprunté à une source extérieure pour entretenir le mouvement, qui s'effectue en sens inverse des actions électromagnétiques. La force électromotrice $e = -\mathfrak{T}$ est positive, c'est-à-dire qu'elle agit pour augmenter l'intensité du courant, et par conséquent pour gêner le mouvement (*loi de Lenz*).

Dans le second cas, *l'appareil électromagnétique est devenu une source d'électricité*. Nous voyons ainsi que les appareils de cette espèce sont essentiellement réversibles. Cette propriété précieuse n'a été clairement aperçue que depuis un petit nombre d'années; nous la retrouverons dans tous les *moteurs électriques*, quel qu'en soit le mécanisme.

La valeur de la force électromotrice d'induction e donnée par

la formule (3) est parfaitement indépendante de celle de E. On peut donc supposer E aussi petit que l'on voudra, le raisonnement et la conclusion demeurent également légitimes.

Pratiquement, on peut supposer E nul, ce qui revient à dire qu'il n'y a dans le circuit d'autres forces électromotrices que celles qui résultent des différences de température et de structure inévitables. L'induction subsistera toujours; la valeur $\mathcal{E}$ de la force électromotrice correspondante ne sera pas altérée. Toutes ces conclusions de la théorie sont en conformité parfaite avec les résultats de l'expérience.

Observons enfin que l'expression numérique de la force électromotrice $e = -\mathcal{E}$ est celle du travail électromagnétique par seconde $i\mathcal{E}$, rapporté à l'unité d'intensité de courant; elle est donc proportionnelle au travail électromagnétique, c'est-à-dire, dans les appareils que nous avons étudiés, proportionnelle à l'intensité magnétique moyenne du champ dans lequel se déplace le conducteur mobile, et proportionnelle à la vitesse du déplacement. C'est aussi ce que prouvent les expériences que nous avons indiquées plus haut.

CALCUL DE $\mathcal{E}$. — Proposons-nous de calculer la valeur numérique $\mathcal{E}$ de la force électromotrice induite dans ces expériences.

Dans le cas d'une rotation électromagnétique produite par un aimant dont les pôles possèdent des quantités de magnétisme μ et $-\mu$, nous savons (p. 67) que le travail $\mathcal{E} i$ des forces électromagnétiques, pour une vitesse angulaire ω, est $2\mu i\omega$; donc $\mathcal{E} = 2\mu\omega$. Faisons, par exemple, $\mu = 1000$ C.G.S. et supposons que la vitesse de rotation est de 100 tours par seconde; $\omega = 2\pi.100$.

$$\mathcal{E} = 2\pi.100.2000 = 1,257.10^6,$$

et, puisqu'un volt représente 10^8 unités C.G.S. de force électromotrice,

$$\mathcal{E} = 0^{\text{volt}},01257.$$

Dans le galvanomètre à mercure, la force électromagnétique a pour expression Hil, H désignant l'intensité du champ

magnétique, l la longueur de l'élément. Soit v la vitesse avec laquelle le mercure s'écoule; le travail $\mathcal{E}\, i$ est $\mathrm{H}\, ilv$.

$$\mathcal{E} = \mathrm{H}\, lv.$$

Soit un champ de 20000 unités C.G.S, et faisons $l = 1^{cm}$, $v = 1000^{cm}$. On aura

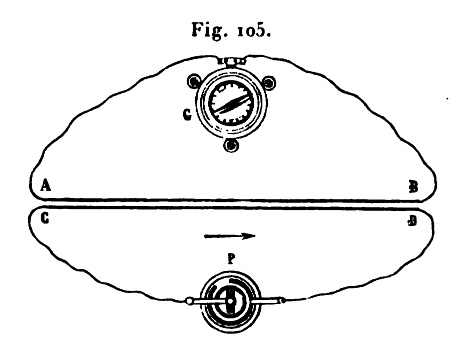
$$\mathcal{E} = 20000 . 1000 = 2 . 10^7 \text{ C.G.S} = 0^{volt},2.$$

CAS DES COURANTS VARIABLES. — Dans les exemples précédents, le mouvement du conducteur mobile est tel que la résultante des actions électromagnétiques est invariable : le travail électromagnétique est proportionnel au temps et la force électromotrice d'induction est constante.

Il n'en est plus de même dans le cas général où un conducteur éprouve un déplacement quelconque dans un champ magnétique arbitrairement donné. Le courant qui traverse le conducteur éprouve des variations déterminées par la nature du champ et par les conditions du déplacement : on peut dire qu'il en reflète exactement toutes les circonstances. Nous allons établir expérimentalement que la loi de Lenz est toujours applicable.

1° Faraday disposait parallèlement deux fils rectilignes appartenant, le premier AB (*fig.* 105) au circuit d'une pile P,

Fig. 105.



l'autre CD au circuit d'un galvanomètre G. Quand on rapproche vivement AB de CD, le galvanomètre reçoit une impulsion révélant un courant qui circule de B en A, c'est-à-dire

dont la direction dans le fil AB est opposée à celle du courant inducteur. Si l'on éloigne AB de CD, le galvanomètre accuse un courant de sens contraire au précédent, c'est-à-dire dans le sens du courant inducteur. D'où la loi qualitative suivante énoncée par Faraday :

Un courant qui s'approche fait naître dans un circuit voisin un courant induit de sens contraire. Un courant qui s'éloigne développe un courant induit de même sens.

Lenz fit observer que le travail électrodynamique correspondant au déplacement est précisément tel que dans les deux cas le mouvement se trouve gêné, car le courant induit pendant l'approche, parallèle et de sens contraire au courant inducteur, repousse ce dernier d'après la loi d'Ampère, et le courant induit pendant l'éloignement, parallèle et de même sens, est attiré. Telle est l'origine historique de la loi de Lenz.

2° Faraday disposait, en relation avec un galvanomètre, une bobine creuse dans laquelle on pouvait introduire l'une des extrémités d'un barreau aimanté. Il constata que l'introduction et l'extraction d'une même extrémité du barreau sont accompagnées de courants induits inverses l'un de l'autre. Si l'on retourne le barreau et que l'on recommence l'expérience, le sens des courants induits est encore interverti. Ce sens est déterminé par la condition suivante, énoncée par Faraday :

Un aimant qui s'approche développe dans un circuit voisin un courant de sens contraire à celui du solénoïde électromagnétique qui remplacerait l'aimant. Un aimant qui s'éloigne développe un courant de même sens.

Cet énoncé, comme le précédent, rentre dans la loi de Lenz.

On constate, par la mesure des impulsions du galvanomètre, que le courant induit correspondant à un déplacement donné transporte une quantité d'électricité Q en raison inverse de la résistance r du circuit induit.

Les deux courants induits inverses qui correspondent à un même déplacement, exécuté dans les deux sens contraires, transportent la même quantité d'électricité. Cette quantité est indépendante de la vitesse et des circonstances du mouve-

ment; mais elle dépend essentiellement de la position initiale et de la position finale; elle est proportionnelle à l'intensité du courant inducteur et plus généralement à l'intensité moyenne du champ magnétique dans la région considérée.

Soient i l'intensité que possède à un moment quelconque le courant induit, e la force électromotrice d'induction correspondante,

$$Q = \int_0^t i\,dt = \frac{1}{r}\int_0^t e\,dt.$$

1° Puisque l'expérience prouve que Q est en raison inverse de r, il en résulte que *la force électromotrice e est indépendante de la résistance du circuit induit.*

2° Considérons, en particulier, un déplacement infiniment petit; Q étant indépendant de la vitesse, et par suite de dt, il faut que e soit en raison inverse de dt. *La force électromotrice d'induction est donc proportionnelle à la vitesse.*

3° Remarquons d'ailleurs que, si le fil induit est parcouru par un courant, le déplacement entraîne un travail électromagnétique dont la valeur, à un moment donné, rapportée à l'unité de temps, est proportionnelle à l'intensité du champ magnétique et à la vitesse du déplacement. On est donc amené à penser que la relation démontrée ci-dessus pour les courants constants est encore applicable aux expériences actuelles, et qu'il doit y avoir à un instant quelconque égalité numérique entre la force électromotrice induite résultant du déplacement et le travail électromagnétique rapporté à l'unité de courant et à l'unité de temps. Ces deux quantités sont d'ailleurs de signe contraire d'après la loi de Lenz.

Admettons qu'il en est ainsi et désignons par $i\,d\mathfrak{T}$ la variation infiniment petite du travail électromagnétique pendant le temps dt; sa valeur, rapportée à l'unité de courant et à l'unité de temps, est $\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t}$. On a donc

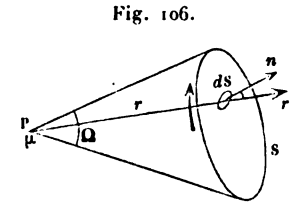
$$e = -\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t},$$

$$Q = \frac{1}{r}\int_0^t -\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t}\,dt = \frac{1}{r}(\mathfrak{T}_0 - \mathfrak{T}).$$

La quantité d'électricité induite correspondant à un déplacement donné est égale à la variation résultante de $\mathfrak{T}$ changée de signe et divisée par r; elle est indépendante des conditions du déplacement et ne dépend que de la position initiale et de la position finale, conformément aux résultats de l'expérience.

INTRODUCTION DU FLUX DE FORCE. — Pour les calculs de l'induction, il est, en général, commode d'introduire le flux de force dans l'expression de la force électromotrice.

Fig. 106.



Soit (*fig.* 106) un circuit fermé S traversé par un courant constant d'intensité i et mobile dans le champ magnétique d'un pôle μ placé en P à la gauche du courant.

Le potentiel du courant en P est $i\Omega$, et le travail *produit* par un déplacement infiniment petit du courant est égal et de signe contraire à l'accroissement du potentiel multiplié par μ :

$$i\,d\mathfrak{T} = -\,i\mu\,d\Omega,$$

$$(1) \qquad \frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t} = -\,\mu\,\frac{\partial\Omega}{\partial t}.$$

Décomposons la surface S limitée par le courant en éléments dS. Soient r le rayon vecteur de P en dS, n la normale à dS. On a, d'après la définition de l'angle solide et la convention faite sur son signe (p. 11),

$$\Omega = \int \frac{dS}{r^2}\cos(r, n),$$

$$\mu\Omega = \int \frac{\mu}{r^2}\cos(r, n)\,dS.$$

Mais $\frac{\mu}{r^2}$ est l'intensité du champ magnétique en dS; $\frac{\mu}{r^2}\cos(r, n)$ la composante F_n de ce champ normale à dS; donc

$$\mu\Omega = \int F_n\,dS.$$

L'intégrale $\int F_n\,dS$ représente en valeur absolue le flux de force magnétique à travers la surface S. Mais nous sommes convenus (p. 56) de considérer un flux de force comme positif quand il est dirigé de la face boréale vers la face australe du feuillet; dans le cas actuel, ce flux est au contraire dirigé de la face australe vers la face boréale. On a donc

$$(2)\qquad \mu\Omega = -\mathcal{F};$$

$\mathcal{F}$ représente, en grandeur et en signe, le flux de force total à travers la surface S. De cette équation on tire

$$\mu\frac{\partial\Omega}{\partial t} = -\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t},$$

et par comparaison avec (1)

$$(3)\qquad \frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t} = \frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t},$$

$$(4)\qquad e = -\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t} = -\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t}.$$

La force électromotrice d'induction due au mouvement est égale et de signe contraire à la dérivée du flux de force par rapport au temps.

Cette propriété est générale. Un champ magnétique quelconque peut en effet être considéré comme produit par une distribution convenable de pôles magnétiques. Le travail électromagnétique sera la somme des travaux correspondant individuellement à chaque pôle; le flux de force total, la somme de tous les flux de force. On aura toujours

$$\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t} = \sum\left(-\mu\frac{\partial\Omega}{\partial t}\right) = \frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t},$$

$$e = -\frac{\partial\mathfrak{T}}{\partial t} = -\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t}.$$

Pour un déplacement fini, la quantité d'électricité induite sera

$$(5)\qquad Q = \frac{1}{r}\int_0^t e\,dt = \frac{1}{r}\int_0^t -\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t}\,dt = -\frac{1}{r}(\mathcal{F}-\mathcal{F}_0);$$

elle est égale et de signe contraire à l'accroissement total du flux de force, divisé par la résistance.

APPLICATION. — Soit une bobine plate de n tours placée dans un champ magnétique uniforme d'intensité H parallèlement aux lignes de force du champ. Le flux de force $\mathcal{F}_0$ à travers la bobine est nul. Si l'on fait tourner le cadre de 90°, le flux de force $\mathcal{F}_1$ devient HnS; la quantité d'électricité induite est

$$Q_1 = -\frac{HnS}{r}.$$

Si, pour arriver à la même position finale, le cadre avait tourné de 180°, les faces australe et boréale du feuillet se seraient échangées; on aurait eu $\mathcal{F}_0 = -HnS$, $\mathcal{F} = HnS$ et la quantité d'électricité induite aurait été

$$Q_2 = -\frac{2HnS}{r}.$$

Faisons $nS = 100$ mètres carrés $= 10^6$ C.G.S; $H = 0,1942$ (intensité horizontale du champ magnétique terrestre à Paris); $r = 1^{ohm} = 10^9$ C.G.S. On aurait, en valeur absolue,

$$Q_2 = \frac{2.1,942.10^5}{10^9} \text{ C.G.S} = 0^{coulomb},0003884.$$

GÉNÉRALITÉ DE LA LOI DE LENZ. — La force électromotrice d'induction

$$e = -\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t}$$

est toujours négative quand le travail électromagnétique $i\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t}dt$ est positif. Le courant induit est donc toujours dans un sens tel qu'il gêne le mouvement, conformément à la loi de Lenz.

Cette proposition, prise dans toute sa généralité, conduit aux corollaires suivants, que Lenz a vérifiés par l'expérience.

1° Si un courant fixe imprime un mouvement quelconque à un autre qui est mobile, il se développe dans les deux conducteurs, par suite de leur déplacement, des courants induits

opposés qui diminuent l'intensité des courants primitifs. L'effet du mouvement est donc le même que celui qui résulterait de l'introduction dans chacun des circuits de forces électromotrices de signe contraire à celle de la pile employée.

2° Un conducteur soumis à des conditions déterminées de déplacement n'éprouve aucune induction quand on le fait mouvoir devant un courant fixe par rapport auquel il est astatique.

Exemples. — Un conducteur CD, qui se meut perpendiculairement à sa direction devant un courant indéfini XY, qui le coupe en deux parties égales (*fig.* 107).

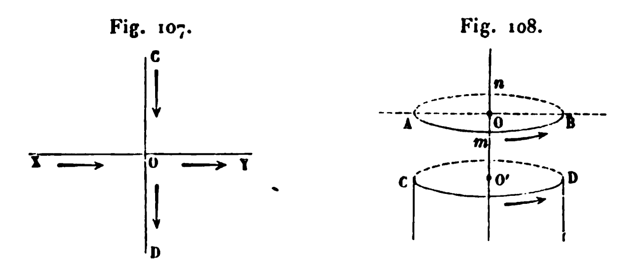


Fig. 107. Fig. 108.

Un conducteur circulaire AmBn mobile autour d'un axe vertical OO', devant un courant également circulaire et parallèle CD dont le centre est sur OO' (*fig.* 108), ou un solénoïde MN mobile autour de son axe AB sur lequel est placé un autre solénoïde fixe ou un aimant AB (*fig.* 109).

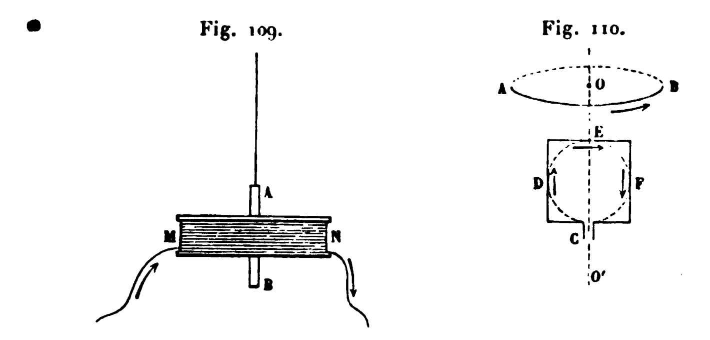


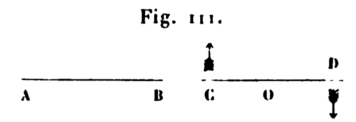
Fig. 109. Fig. 110.

Un conducteur rectangulaire ou circulaire CDEF vertical et tournant autour de l'axe OO' qui passe par son centre, devant

un courant circulaire horizontal AB, ou devant un solénoïde, dont l'axe coïncide avec OO′ (*fig.* 110).

3° Il arrive souvent qu'un circuit fermé mobile autour d'un axe et traversé par un courant se fixe devant un système de courants ou d'aimants invariables dans une position déterminée, et qu'il se retourne de 180° quand le sens de l'un des mouvements électriques change. C'est ce qui arrive pour un solénoïde CD en présence d'un aimant AB (*fig.* 111).

Fig. 111.



Supposons maintenant que le circuit mobile soit à l'état naturel et qu'on l'éloigne de la première position d'équilibre, il sera traversé par un courant induit qui l'y ramènerait. Si ensuite on le rapproche de la première position en l'éloignant de la seconde, on obtiendra un courant d'induction inverse du précédent. Il suit de là qu'en faisant tourner continûment ce circuit autour de son axe, il s'éloignera d'abord de la première position pour venir se confondre avec la seconde, puis il s'éloignera de celle-ci pour revenir à la première : par conséquent, le sens du courant changera à chaque demi-révolution au moment où le circuit passera par l'une ou l'autre de ses positions d'équilibre.

Exemples. — Un solénoïde CD (*fig.* 111) qui est à l'état naturel, qui est fermé et qui tourne autour de O dans le sens indiqué par les flèches, en présence d'un aimant ou d'un solénoïde AB, engendre, pendant la première demi-révolution, des courants parallèles à ceux de AB, et des courants inverses pendant la seconde.

La même chose a lieu quand une spirale A′B′ recourbée en U est mobile autour de OO′ (*fig.* 112) devant un aimant en fer à cheval AB. Ce principe intervient dans les machines magnéto-électriques dont nous nous occuperons par la suite.

Un courant A*m*B*n* (*fig.* 108) mobile autour d'un axe AB devant un courant circulaire CD ou devant un aimant dont l'axe est vertical, se place parallèlement à CD ; donc le circuit

A *m*B*n*, quand il sera à l'état naturel et qu'il tournera autour de AB, sera traversé par des courants d'induction qui changeront de sens toutes les fois qu'il passera par le plan parallèle à CD.

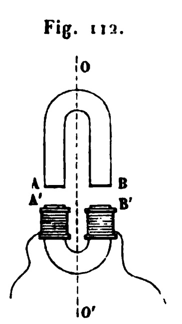


Fig. 112.

Il serait prématuré de vouloir, dès maintenant, traiter par le calcul des cas aussi complexes, car de nouvelles expériences vont nous prouver que nous ne connaissons pas encore toutes les circonstances essentielles du phénomène de l'induction.

INDUCTION PAR VARIATION D'INTENSITÉ.

EXPÉRIENCES DE FARADAY. — Reprenons le dispositif de la *fig.* 105, fixons invariablement les fils AB et CD et plaçons un interrupteur sur le circuit de la pile P. Aussi longtemps que le courant conserve dans AB une intensité invariable, l'aiguille du galvanomètre de CD reste au repos. Mais, si l'on vient à rompre le circuit de P, l'aiguille reçoit une impulsion indiquant un courant instantané qui traverse CD dans le sens du courant inducteur AB. Si l'on rétablit ensuite le courant de P, l'aiguille du galvanomètre reçoit en sens contraire une impulsion égale; un courant induit traverse le fil CD en sens inverse du courant inducteur AB. De là l'énoncé suivant, dû à Faraday :

Un courant qui commence produit dans un circuit voisin un courant induit de sens contraire; un courant qui finit produit un courant induit de même sens.

Au lieu d'un interrupteur sur le circuit PAB, on peut y disposer un rhéostat permettant de faire varier rapidement la résistance du circuit et par conséquent l'intensité du courant inducteur. On observe encore des courants induits dans le sens prévu par l'énoncé suivant de Faraday :

Un courant qui augmente produit dans un circuit voisin un courant induit de sens contraire; un courant qui diminue produit un courant induit de même sens.

s rectilignes de la fig.
entrant l'une dans l'au



plus longues les parties actives
exagère beaucoup les effets. Si
inductrice A un paquet de fils de
effets augmentent encore bien da
le B commence, le fer doux C
Faraday que C est *un aimant*
courant cesse, *l'aimant C finit.* Sul
nant le solénoïde électromagnéti
ion des aimants aux solénoïdes
as, le sens de l'induction dévelop
celui de l'induction produite pa

mence ou qui augmente dévelo
courant induit de sens contr
électromagnétique équivalent.
inue développe un courant de m
le.

nt qui commence ou qui augment
elles expériences comme un com

d'intensité constante qui approche; un courant qui finit ou qui diminue comme un courant qui s'éloigne, et il en est de même pour les aimants. On peut envisager cette analogie à un point de vue plus général et dire que la création d'un champ magnétique autour d'un conducteur immobile équivaut, sous le rapport de l'induction, au transport du conducteur d'une région où le champ magnétique serait nul (de l'infini) dans la situation qu'il occupe et inversement. Nous ne tarderons pas à constater que ce point de vue est pleinement justifié.

LOIS EXPÉRIMENTALES DES COURANTS INDUITS PAR VARIATION D'INTENSITÉ. — Avant d'identifier les deux sortes de courants induits, il convient d'étudier avec plus de détail les propriétés des courants induits par variation d'intensité. Afin de varier les méthodes, nous suivrons une voie absolument différente de celle que nous avons employée pour les courants induits par le mouvement.

En premier lieu, on reconnaîtra que les deux courants induits inverses transportent des quantités égales d'électricité. En effet, si l'on ouvre et qu'on referme assez rapidement le circuit inducteur, le galvanomètre placé dans le circuit induit reste au zéro. C'est donc que la quantité totale d'électricité qui a passé est nulle. On peut répéter la même expérience en posant et enlevant assez rapidement une même clef sur une boîte de résistance placée dans le circuit inducteur : on produit ainsi une succession rapide de variations d'intensité égales et contraires et l'on constate que la quantité totale d'électricité induite est nulle.

Nous ne considérerons dans ce qui suit que des courants induits de même espèce, correspondant tous par exemple à la fermeture du courant inducteur. Leur étude, comme l'a montré M. Felici [1], peut être faite expérimentalement, en suivant une marche analogue à celle qui a été employée par Ampère pour la découverte des actions électrodynamiques.

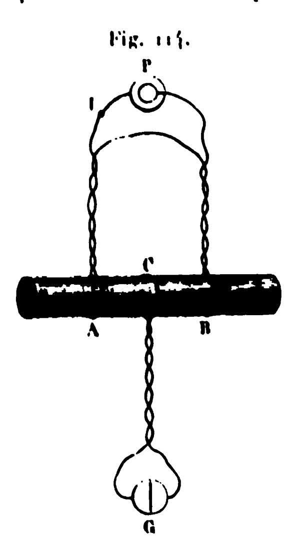
I. *L'induction produite par un courant sinueux est la*

[1] FELICI, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXIV, p. 64; t. XXXIX, p. 222; t. XLIV, p. 323; t. LI, p. 378 et 506; t. LVI, p. 106: 1852-1859.

même que celle qui résulte d'un courant rectiligne de n intensité. Elle est indépendante de la nature des conduct et proportionnelle à l'intensité du courant.

Pour démontrer cette proposition, M. Felici emploie un lindre de bois sur lequel sont enroulés parallèlement anneaux A, B, C; les deux anneaux extrêmes A et B sont courus par le courant d'une même pile P, sur le trajet d quelle se trouve disposé un interrupteur I; mais le cou possède dans les deux anneaux direction opposée, comme o voit sur la *fig.* 114. L'anneau in médiaire C communique à un vanomètre G. Les fils qui arri en A, B, C sont isolés et tordus sur l'autre, de manière à élim l'action inductrice qu'ils pourra exercer. Dans ces conditions, qu on interrompt ou qu'on rétabl circuit principal, les courants duits excités dans l'anneau C p et B sont de sens contraire, et peut régler les distances AC de manière qu'ils s'annulent. trouve que ces distances égales; ce qui est d'ailleurs évi par raison de symétrie. Si, moment, on remplaçait le galvanomètre par un électrod momètre, donnant $\int i^2 dt$ au lieu de $\int i dt$, on trouverait qu a encore équilibre. Non seulement la quantité totale d'é tricité $\int i dt$ mise en jeu dans le circuit induit est nulle, est nulle à chaque instant infiniment petit.

Fig. 114.



Au reste, on peut disposer un rhéotome de manière à in rompre et rétablir un grand nombre de fois le circuit pri pal, mais à ne recevoir dans le galvanomètre que les cour directs par exemple. Si, à partir de la situation d'équili on déplace tant soit peu C vers A, le galvanomètre prend déviation permanente dans un certain sens; si l'on dépla vers B, on constate une déviation permanente de sens c traire. A la condition d'employer quatre à cinq éléments I

sen et un galvanomètre très sensible, l'expérience réussit parfaitement en formant les circuits A, B, C chacun d'un seul fil.

Cela posé, si l'on remplace l'anneau B par un anneau sinueux B' et qu'on recommence l'expérience, on constate que la position d'équilibre de l'anneau C est exactement la même, ce qui démontre le théorème relatif aux courants sinueux.

La même disposition permet de montrer, comme l'avait déjà établi Faraday, que l'induction est indépendante de la *nature* des conducteurs traversés par le courant. Après avoir réalisé l'équilibre à l'aide d'anneaux A et B de cuivre, on peut remplacer l'un d'eux, A par exemple, par un anneau de zinc, de laiton, etc. La position d'équilibre ne se trouve pas modifiée.

On peut encore établir sans difficulté, comme cela est d'ailleurs presque évident, *a priori*, que la force électromotrice d'induction est proportionnelle à l'intensité du courant; car, si l'on associe à un même anneau A successivement deux anneaux de cuivre B, formés l'un d'un fil unique de section s, l'autre de n fils de section $\frac{s}{n}$ isolés entre eux, sauf à leurs extrémités où ils se réunissent, on reconnaît que la même position d'équilibre convient à l'anneau C, c'est-à-dire que l'induction produite par un seul courant d'intensité i est égale à la somme des inductions produites par n courants d'intensité $\frac{i}{n}$, ou enfin que l'induction produite par un courant unique est proportionnelle à son intensité.

L'induction ne dépend donc que de l'intensité du courant inducteur et de sa position par rapport au courant induit. On peut admettre que la force électromotrice d'induction totale est la somme des forces électromotrices d'induction exercées par chacun des éléments du circuit inducteur sur chacun des éléments du circuit induit, et il ne reste qu'à trouver la loi de l'action inductrice élémentaire d'un élément sur un autre.

D'après le théorème des circuits sinueux, on pourra remplacer chacun des éléments de courant par un courant infiniment voisin. Soient θ et θ' (*fig.* 115) les angles des éléments ds, ds', avec la direction OO' du rayon vecteur r joignant

leurs milieux, ε l'angle des plans formés par chacun des éléments avec le rayon. Nous pouvons remplacer l'élément ds par ses deux projections

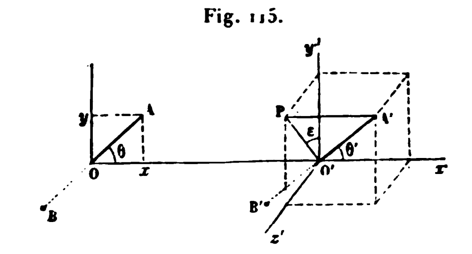
$$ds\cos\theta,\quad ds\sin\theta;$$

et l'élément ds' par ses trois projections

$$ds'\cos\theta',\quad ds\sin\theta'\cos\varepsilon,\quad ds'\sin\theta'\sin\varepsilon.$$

Comme dans la théorie d'Ampère, nous pouvons observer que l'action inductrice d'un élément sur un autre, quand ils sont dans un même plan, perpendiculaires entre eux et que leurs milieux sont sur une même droite, doit être nulle; car

Fig. 115.



on ne voit pas de raison pour que le courant se produise plutôt dans un sens qu'en sens contraire. Il doit en être de même dans le cas de deux éléments perpendiculaires à une même droite qui joint leurs milieux et perpendiculaires entre eux. A la faveur de cette observation, les actions à considérer se réduisent à celles des éléments parallèles, à savoir

$$ds\sin\theta,\quad ds'\sin\theta'\cos\varepsilon,$$

et des éléments situés sur le prolongement l'un de l'autre, à savoir

$$ds\cos\theta,\quad ds'\cos\theta',$$

situés dans la direction de r. De plus, l'action de ces éléments doit être proportionnelle à l'intensité du courant inducteur, à la longueur des éléments, et peut différer, pour les deux sortes d'actions, par un coefficient constant; enfin elle dimi-

nue quand la distance r augmente, et tend vers zéro quand r croît indéfiniment : elle varie donc suivant une fonction de r que nous ferons arbitrairement égale à $\frac{1}{r^n}\cdot$ L'induction élémentaire a donc pour expression

$$dE = \frac{i\,ds\,ds'}{r^n}(A\cos\theta\cos\theta' + B\sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon).$$

Soit ω l'angle de la direction des deux éléments de courant

$$\cos\omega = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos\varepsilon$$

et, par suite,

$$(1) \qquad dE = \frac{i\,ds\,ds'}{r^n}[(A - B)\cos\theta\cos\theta' + B\cos\omega)].$$

II. *La force électromotrice induite par un élément sur un autre varie en raison inverse de la distance.*

Pour démontrer cette proposition par l'expérience, M. Felici calcule à l'aide de la formule (1) l'induction exercée par un circuit inducteur circulaire de rayon ρ sur un circuit induit parallèle, circulaire, de même rayon, et ayant son centre sur la normale menée au centre du premier cercle à une distance z.

Posons, en général,

$$\int\!\!\int \frac{ds\,ds'}{r^n}\cos\theta\cos\theta' = S, \qquad \int\!\!\int \frac{ds\,ds'}{r^n}\cos\omega = S'.$$

Comme, d'ailleurs (p. 117),

$$\cos\theta\cos\theta' = \cos\omega + r\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'},$$

$$S = S' + \int\!\!\int \frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'}\frac{ds\,ds'}{r^{n-1}} = S' + S''.$$

Transformons l'expression de S″ à l'aide de l'intégration par parties

$$S'' = \left(\int \frac{dr}{r^{n-1}}\right) + (n-1)\int\!\!\int \frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial s'}\frac{ds\,ds'}{r^n}.$$

Le premier terme est identiquement nul pour un circuit fermé; mais on a (p. 117)

$$\frac{\partial r}{\partial s} = -\cos\theta, \qquad \frac{\partial r}{\partial s'} = \cos\theta',$$

$$\int\int \frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial s'}\frac{ds\,ds'}{r^n} = -\int\int \frac{ds\,ds'}{r^n}\cos\theta\cos\theta' = -\text{S}.$$

Donc, dans le cas d'un circuit fermé,

$$\text{S}'' = -(n-1)\text{S},$$

$$\text{S} = \text{S}' + \text{S}'' = \text{S}' - (n-1)\text{S},$$

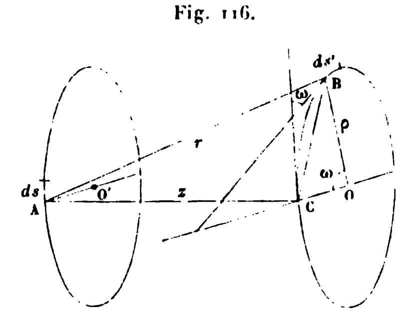
$$(2) \qquad \text{S} = \frac{\text{S}'}{n}.$$

Cela posé, l'expression de la force électromotrice E obtenue par l'intégration de l'équation (1) est

$$\text{E} = \frac{\text{A}+(n-1)\text{B}}{n}\text{S}' = \frac{\text{A}+(n-1)\text{B}}{n}\,i\int\int\frac{\cos\omega\,ds\,ds'}{r^n}.$$

Reste à évaluer cette intégrale dans le cas particulier consi-

Fig. 116.



déré (*fig.* 116). Soient deux éléments ds, ds' choisis arbitrairement. Dans le triangle rectangle BCA, on a

$$r^2 = z^2 + \overline{\text{BC}}^2 = z^2 + \left(2\rho\sin\frac{\omega}{2}\right)^2 = z^2\left[1 + 2\left(\frac{\rho}{z}\right)^2(1-\cos\omega)\right]$$

ou, en posant la quantité entre parenthèses égale à Δ,

$$r^2 = z^2\Delta^2;$$

d'ailleurs

$$ds' = \rho\, d\omega,$$

d'où enfin

$$(3) \qquad E = \frac{A + (n-1)B}{n}\, i\, \frac{2\pi\rho . \rho}{z^n} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\omega\, d\omega}{\Delta^n}.$$

L'expression (3) ne change pas sous le signe $\int$ quand $\frac{\rho}{z}$ conserve la même valeur, c'est-à-dire quand le rayon des anneaux varie proportionnellement à leur distance z; et, dans ce cas, la valeur de E varie proportionnellement au rapport $\frac{\rho^2}{z^n}$; mais l'expérience que nous allons faire démontre que, quand les distances z varient proportionnellement aux rayons des anneaux, les forces électromotrices d'induction sont proportionnelles à ces rayons, d'où il résulte que $n = 1$.

Voici l'expérience : sur un cylindre de bois, on place deux anneaux conducteurs égaux et parallèles; sur un second cylindre de rayon double ou triple, on forme un second couple d'anneaux, mais qui sont entre eux à une distance double ou triple, de manière à conserver le même rapport entre les diamètres et les distances. Les deux cylindres étant assez éloignés l'un de l'autre pour ne pouvoir exercer d'influence sensible, on fait communiquer l'un des anneaux de chaque cylindre avec une même pile; les deux autres sont réunis au galvanomètre, mais l'enroulement des anneaux est tel, que les courants induits qui se superposent dans le circuit du galvanomètre sont de sens contraire.

L'expérience montre que, pour que ce courant induit soit nul quand le cylindre B est de rayon double, triple, etc., du cylindre A, il faut que l'un des anneaux de ce dernier cylindre porte deux, trois tours de fil, etc. L'induction sur chaque cylindre est donc double, triple, etc., de l'induction sur le cylindre A; ce qui démontre la proposition. On a donc en général

$$(4) \qquad dE = \frac{i\, ds\, ds'}{r}\left[(A - B)\cos\theta\cos\theta' + B\cos\omega\right].$$

La valeur 1 que nous sommes obligés d'attribuer à n rend impossible la détermination du rapport $\frac{A}{B}$. En effet, la force électromotrice totale E a pour valeur

$$E = i[(A - B)S + BS'];$$

on a d'ailleurs la relation

$$S = \frac{S'}{n} \tag{1}$$

(applicable au cas où l'un des circuits est fermé); ces deux intégrales deviennent identiques quand on fait $n = 1$.

Cela posé, la force électromotrice totale est

$$E = AiS = AiS'$$

ou

$$E = Ai \int\int \frac{ds\,ds'}{r} \cos\theta \cos\theta' = Ai \int\int \frac{ds\,ds'}{r} \cos\omega.$$

La seconde de ces deux formes a été proposée par M. Neumann (1). La première a été indiquée plus tard par M. Felici.

En ce qui concerne le signe de A, jusqu'ici indéterminé, rappelons que le courant induit correspondant à la rupture du circuit inducteur (i variant de i à o) est direct; en ce cas il faut faire A positif. Le courant de fermeture (i variant de o à i) est inverse, alors il faut faire A négatif. Le signe de ce coefficient numérique A est donc toujours opposé au signe de la variation du courant inducteur. Comme d'ailleurs l'expérience apprend que les deux courants induits direct et inverse mettent en jeu la même quantité d'électricité, les valeurs correspondantes de A sont égales et de signe contraire.

Au lieu des courants induits de rupture et de fermeture, on peut aussi considérer les courants induits résultant d'une variation d'intensité. Pour une variation infiniment petite, on aura une force électromotrice induite e de signe contraire

(1) NEUMANN, *Pogg. Ann.*, t. LXXVII, p. 31.

à la variation d'intensité du courant inducteur. Je dis que l'on a

$$e = -A\frac{\partial i}{\partial t}\int\int\frac{ds\,ds'}{r}\cos\omega.$$

En effet, cette valeur intégrée de $i = 0$ à i (courant induit inverse) donne une force électromotrice totale

$$E_2 = -Ai\int\int\frac{ds\,ds'}{r}\cos\omega,$$

et de i à o (courant induit direct) une force électromotrice

$$E_1 = Ai\int\int\frac{ds\,ds'}{r}\cos\omega,$$

conformément à ce qui a été établi ci-dessus.

RELATION DES DEUX SORTES DE COURANTS INDUITS. — On doit à M. Felici ([1]) la démonstration expérimentale du théorème suivant, énoncé pour la première fois par Neumann :

La somme des forces électromotrices induites dans un circuit, qui passe d'une position relative A *à une autre* B, *est égale à la différence de forces électromotrices que l'on obtiendrait en ouvrant le circuit de la pile, quand les deux circuits sont dans la position relative* A *et quand ils sont dans la position* B. *Cette somme est indépendante de la manière dont s'effectue le passage d'une position à l'autre.*

Pour démontrer cette proposition, M. Felici emploie trois disques de bois égaux, P, Q, R, sur chacun desquels sont tracées une rainure diamétrale et une rainure circulaire. Un fil conducteur isolé ABCDEF est enroulé sur chacun de ces disques, comme le montre la *fig.* 117, de telle sorte qu'un courant dirigé dans le fil traverse les deux moitiés circulaires du fil en sens contraire. On dispose les disques parallèlement entre eux et de telle sorte que leurs rainures diamétrales soient parallèles : les conducteurs des disques extrêmes P et R sont dans le circuit d'une pile et enroulés de manière à produire sur le

---

([1]) Felici, *loc. cit.*



évidemment pas susceptible d'être démontré avec une précision aussi grande que le précédent.

Nous pouvons cependant considérer la proposition énoncée ci-dessus comme vérifiée par l'expérience.

Appliquons-la au cas d'un déplacement infiniment petit : la force électromotrice induite aura pour expression

$$e = E_1 - (E_1 + dE_1) = -dE_1 = -Ai\frac{\partial}{\partial t}\int\int\frac{\cos\omega}{r}ds\,ds'.$$

Remarquons maintenant que le travail électromagnétique élémentaire correspondant au déplacement considéré et rapporté à l'unité de courant dans le circuit induit est, d'après les équations de la p. 119,

$$d\mathfrak{G} = \frac{dT}{i'} = \frac{dW}{i'} = id\int\int\frac{\cos\omega}{r}ds\,ds';$$

on a donc

$$e = -A\frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial t}.$$

Rappelons que l'application du principe de la conservation de l'énergie nous a déjà donné pour la même force électromotrice l'expression

$$e = -\frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial t}.$$

Il en résulte que le coefficient A de la formule de M. Felici doit être fait égal à 1.

Expression du flux de force d'un courant a travers un circuit fermé. — Nous avons démontré que la force électromotrice d'induction correspondant à un déplacement infiniment petit d'un circuit dans un champ magnétique a pour valeur

$$e = -\frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial t} = -\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t};$$

$\mathcal{F}$ représente le flux de force à travers le circuit mobile. Si le champ est dû à un courant d'intensité i dans un circuit fixe,

nous venons de voir que la force électromotrice a pour expression

$$e = -i \frac{\partial \int\int \frac{\cos\omega}{r} ds\, ds'}{\partial t};$$

il en résulte que l'expression du flux de force $\mathfrak{F}$ est alors

$$\mathfrak{F} = i \int\int \frac{\cos\omega}{r} ds\, ds',$$

ou, posant, pour abréger, $M = \int\int \frac{\cos\omega}{r} ds\, ds'$,

$$\mathfrak{F} = Mi.$$

EXPRESSION GÉNÉRALE DE LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'INDUCTION. — S'il y a à la fois variation d'intensité infiniment petite dans le circuit inducteur et déplacement relatif infiniment petit, la force électromotrice d'induction résultante dans le circuit induit sera la somme des forces électromotrices e', e'', correspondant séparément aux deux phénomènes superposés

$$e = e' + e'' = -M \frac{\partial i}{\partial t} - i \frac{\partial M}{\partial t} = -\frac{\partial (Mi)}{\partial t} = -\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t}.$$

La force électromotrice totale est égale et de signe contraire à la variation totale du flux de force $\mathfrak{F} = Mi$, résultant à la fois du déplacement et de la variation d'intensité.

Quand l'induction est produite par des aimants qui varient et se déplacent, on aura de même

$$e = -\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t},$$

en réunissant sous le signe de la différentiation la double variation du flux de force résultant du déplacement et de la variation d'intensité.

EXTRA-COURANTS. — Les expériences et les formules qui

précèdent sont encore insuffisantes pour calculer à un instant quelconque l'intensité du courant qui circule dans un conducteur soumis à l'induction. En effet, l'expérience apprend que la variation d'intensité d'un courant, alors même qu'il n'est soumis à l'action d'aucun champ magnétique extérieur, est encore accompagnée de phénomènes d'induction dans le circuit du courant. Voici, par exemple, une expérience de Faraday :

Le courant d'une pile AF (*fig.* 119) se dérive entre un galvanomètre G et une bobine CD. Quand le régime permanent est établi, l'aiguille du galvanomètre dévie dans une certaine direction en $m'n'$; ramenons l'aiguille au zéro en mn par un obstacle qui s'oppose à sa déviation vers $m'n'$. Quand le courant passe, elle est pressée contre cet obstacle; mais, quand on vient à l'interrompre, l'aiguille reçoit une impulsion en sens contraire de $m'n'$ et revient ensuite à sa position d'équilibre. Après la suppression de la force électromotrice de la pile, le circuit fermé CDG a donc été animé par un courant qui traverse le galvanomètre en sens contraire de celui de la pile. Il suffit de se reporter à la figure pour reconnaître qu'il parcourt la bobine CD dans le même sens que le courant de la pile. Ce courant, qui persiste après la suppression de la pile, est désigné sous le nom d'*extra-courant de rupture*. Son existence prouve que la variation d'intensité du courant de i à o dans la bobine CD entraîne la production d'une force électromotrice d'induction agissant dans le sens direct. Tout se passe comme si la bobine CD était entourée d'une bobine inductrice dans laquelle le courant éprouverait la même variation de i à o.

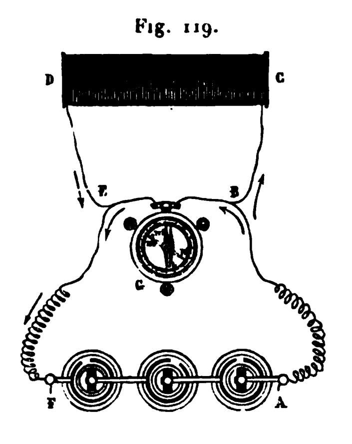


Fig. 119.

On peut diriger l'expérience d'une autre manière. Quand le circuit de la pile est fermé et que l'aiguille du galvanomètre se trouve déviée en $m'n'$, on peut empêcher l'aiguille

de revenir en arrière par une cale convenablement placée, et interrompre le courant. Quand on le rétablit ensuite, on observe que l'aiguille est chassée au delà de $m'n'$ pour revenir bientôt à sa position d'équilibre primitive. Au premier instant, le courant a donc, dans le galvanomètre, une intensité supérieure à celle qui correspond au régime permanent. Il y a donc dans le circuit, en dehors de la pile, une force électromotrice supplémentaire due à l'induction. Le courant dû à cette force électromotrice s'appelle *extra-courant d'ouverture;* il a le même sens que celui de la pile dans la branche EGB; il a donc un sens opposé au courant de la pile dans la bobine CD. Puisque le courant passe dans cette bobine d'une intensité nulle à l'intensité permanente i, l'induction est inverse. On observe le même phénomène que si CD était entouré d'une bobine inductrice dans laquelle la variation d'intensité aurait lieu.

Ainsi la bobine CD *s'induit elle-même.* On remarquera, en effet, que chaque spire de la bobine se trouve dans un champ magnétique produit par le passage du courant, non dans les spires d'une autre bobine, mais dans toutes les autres spires de la bobine considérée.

Des expériences analogues à la précédente pourraient être réalisées pour des variations quelconques d'intensité du courant. D'une manière générale, la force électromotrice d'induction du courant sur lui-même, ou *force électromotrice de self-induction,* est de signe contraire à la variation d'intensité. Nous la représenterons par

$$-L\frac{\partial i}{\partial t},$$

et nous appellerons L le *coefficient de self-induction.*

Rappelons que la force électromotrice d'induction dans un circuit, correspondant à une variation d'intensité i' dans un circuit voisin, avait pour expression

$$-M\frac{\partial i'}{\partial t}.$$

On peut identifier entre elles ces deux expressions, en admet-

tant que L est la limite vers laquelle tend M quand les deux circuits sont égaux et de forme identique, et que tous les éléments du circuit inducteur se rapprochent des éléments du circuit induit jusqu'à coïncider avec eux.

On peut étendre au cas de la self-induction l'expression générale de la force électromotrice

$$e = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t};$$

il suffit pour cela, dans l'évaluation du flux de force, de joindre au flux résultant du champ magnétique extérieur le flux correspondant au champ propre du courant.

APPLICATION GÉNÉRALE DU PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE. — ÉNERGIE POTENTIELLE DES COURANTS. — Nous avons établi (p. 148) que l'existence de la force électromotrice induite dans un circuit parcouru par un courant uniforme est une conséquence du principe de la conservation de l'énergie, et qu'elle correspond au travail électromagnétique accompli dans le déplacement. Depuis lors, l'expérience nous a révélé l'existence d'autres courants induits (d'induction mutuelle ou de self-induction) accompagnant toute variation d'intensité du champ magnétique. La force électromotrice ainsi induite ne correspond pas *à la production actuelle d'un travail mécanique extérieur;* mais, puisque le principe de la conservation de l'énergie est, de soi, toujours applicable, nous sommes conduits à considérer cette force électromotrice comme correspondant à une variation de l'énergie potentielle du système des aimants ou des courants qui produisent le champ.

1° Cela posé, soit d'abord un circuit unique et immobile qui n'est soumis à l'influence d'aucun champ magnétique extérieur, mais dans lequel se trouvent comprises des forces électromotrices E. Soient i l'intensité du courant au temps t dans ce conducteur, r la résistance totale. Pendant le temps dt, l'action des forces électromotrices E rend disponible une quantité d'énergie $Ei\,dt$, dont une partie produit dans les résistances, d'après la loi de Joule, le travail ri^2dt, tandis que le reste

correspond à un accroissement $d\mathcal{E}$ de l'énergie potentielle

$$Eidt - ri^2dt - \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}dt = 0;$$

$$i = \frac{E - \frac{1}{i}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}}{r}.$$

L'accroissement de l'énergie potentielle se traduit donc par l'introduction d'une force électromotrice induite $-\frac{1}{i}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$, sur la grandeur de laquelle nous ne savons rien *a priori*. Mais l'expérience nous apprend que cette force électromotrice est de la forme $-L\frac{\partial i}{\partial t}$,

$$-\frac{1}{i}\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -L\frac{\partial i}{\partial t}.$$

Il en résulte

$$\mathcal{E} = \tfrac{1}{2}Li^2 + C;$$

et comme l'énergie potentielle du courant doit être considérée comme nulle quand le courant est nul,

$$\mathcal{E} = \tfrac{1}{2}Li^2.$$

L'énergie potentielle d'un courant qui n'est soumis à l'action d'aucun champ magnétique extérieur est proportionnelle au carré de son intensité.

2° Considérons deux circuits immobiles contenant l'un et l'autre des forces électromotrices et parcourus par des courants d'intensité i, i'. On suppose qu'ils ne sont soumis à l'action d'aucun champ magnétique extérieur à celui des deux courants.

L'expérience nous a appris que la force électromotrice d'induction dans l'un des circuits, i par exemple, est

$$-L\frac{\partial i}{\partial t} - M\frac{\partial i'}{\partial t}.$$

Soit $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}dt$ l'accroissement de l'énergie potentielle du cou-

rant i résultant de ce qu'il éprouve lui-même l'accroissement $\frac{\partial i}{\partial t}dt$, et de ce que le courant i' éprouve l'accroissement $\frac{\partial i'}{\partial t}dt$. En raisonnant comme ci-dessus, on trouvera de même

$$-\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = -\mathrm{L}\frac{\partial i}{\partial t} - \mathrm{M}\frac{\partial i'}{\partial t},$$
$$\mathcal{E} = \tfrac{1}{2}\mathrm{L}i^2 + \mathrm{M}ii'.$$

L'énergie potentielle du courant comprend deux termes, l'un proportionnel au carré de l'intensité i du courant qui traverse le circuit, l'autre au produit de cette intensité i par l'intensité i' du deuxième courant.

Plus généralement, soient n circuits immobiles. L'énergie potentielle de l'un des courants aura pour expression ([1])

$$\mathcal{E} = \tfrac{1}{2}\mathrm{L}i^2 + \mathrm{M}_{1,2}\,ii' + \mathrm{M}_{1,3}\,ii'' + \ldots,$$

et l'on aura de même, pour l'énergie potentielle des autres courants,

$$\mathcal{E}' = \tfrac{1}{2}\mathrm{L}'i'^2 + \mathrm{M}_{2,1}\,i'i + \mathrm{M}_{2,3}\,i'i'' + \ldots,$$
$$\mathcal{E}'' = \tfrac{1}{2}\mathrm{L}''i''^2 + \mathrm{M}_{3,1}\,i''i + \mathrm{M}_{3,2}\,i''i' + \ldots.$$

On a d'ailleurs, comme nous l'avons démontré,

$$\mathrm{M}_{pq} = \int\int \frac{ds_p\, ds_q}{r_{pq}} \cos\omega,$$

et, puisque cette expression ne change pas par la permutation de s_p en s_q,

$$\mathrm{M}_{pq} = \mathrm{M}_{qp}.$$

3° Considérons enfin le cas général où un circuit se déplace d'une quantité infiniment petite dans un champ magnétique

---

([1]) Si le champ comprend des feuillets magnétiques, on les remplacera par les courants équivalents, en observant qu'un feuillet invariable ne fournit aucun terme dans l'expression $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}$ pour l'un quelconque des courants; mais un feuillet variable produit une induction et fournit un terme dont il faut tenir compte.

constant ou variable. L'énergie disponible due à la force électromotrice E, contenue dans le circuit, est $Eidt$; une première partie produit dans les résistances l'échauffement équivalent à une énergie ri^2dt, une seconde produit le travail électromagnétique $i\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t}dt$; la dernière enfin produit l'accroissement $\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t}dt$ de l'énergie potentielle du courant. On a donc

$$Eidt - ri^2dt - i\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t}dt - \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t}dt = a,$$

$$i = \frac{E - \frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t} - \frac{1}{i}\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t}}{r}.$$

L'expression la plus générale de la force électromotrice d'induction est

$$e = -\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t} - \frac{1}{i}\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t}.$$

Si le champ est défini, on pourra toujours calculer $\frac{\partial \mathfrak{T}}{\partial t}$ et $\frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t}$, et l'on a toujours

$$e = -\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t}.$$

En particulier, si le champ ne comprend que des courants, $i, i', i'', \ldots$, on aura, pour chacun de ces courants,

$$e = -\frac{\partial(Li)}{\partial t} - \frac{\partial(M_{1,2}i')}{\partial t} - \frac{\partial(M_{1,3}i'')}{\partial t} - \ldots,$$

$$e' = -\frac{\partial(L'i')}{\partial t} - \frac{\partial(M_{2,1}i')}{\partial t} - \frac{\partial(M_{2,3}i'')}{\partial t}.$$

Dans ces équations les coefficients L sont variables avec toutes les déformations que peuvent subir les circuits individuels, les coefficients M avec tous leurs déplacements relatifs, et l'on a toujours

$$M_{pq} = \int\int \frac{ds_p ds_q}{r_{pq}} \cos\omega,$$

$$L_p = \lim M_{pp}.$$

INDUCTION MUTUELLE DE DEUX COURANTS. — Les équations générales qui précèdent vont nous permettre de calculer la valeur de l'intensité du courant à un moment quelconque dans un circuit soumis à l'induction.

Considérons d'abord le cas de deux circuits; nous avons à résoudre le système des deux équations simultanées

$$(\mathrm{E} - i\mathrm{R})\,dt = d(\mathrm{M}i' + \mathrm{L}i),$$
$$(\mathrm{E}' - i'\mathrm{R}')\,dt = d(\mathrm{M}i + \mathrm{L}'i').$$

Nous nous bornerons à considérer le cas où les deux circuits sont invariables de forme et de position. Alors M, L, L' sont constants, et l'on a simplement

$$(1)\qquad \begin{cases} \mathrm{E} - i\mathrm{R} = \mathrm{M}\dfrac{di'}{dt} + \mathrm{L}\dfrac{di}{dt}, \\ \mathrm{E}' - i'\mathrm{R}' = \mathrm{M}\dfrac{di}{dt} + \mathrm{L}'\dfrac{di'}{dt}. \end{cases}$$

La solution générale des équations (1) est de la forme

$$(2)\qquad \begin{cases} \mathrm{R}i - \mathrm{E} = \mathrm{A}e^{\rho t} + \mathrm{B}e^{\rho' t}, \\ \mathrm{R}'i' - \mathrm{E}' = \mathrm{A}'e^{\rho t} + \mathrm{B}'e^{\rho' t}. \end{cases}$$

Il suffit, en effet, d'éliminer i' et $\dfrac{di'}{dt}$ entre les équations (1) et leurs dérivées pour obtenir l'équation du deuxième degré

$$(\mathrm{LL}' - \mathrm{M}^2)\frac{d^2 i}{dt^2} + (\mathrm{L}'\mathrm{R} + \mathrm{LR}')\frac{di}{dt} + \mathrm{RR}'\left(i - \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R}}\right) = 0;$$

on obtient de même

$$(\mathrm{LL}' - \mathrm{M}^2)\frac{d^2 i'}{dt^2} + (\mathrm{L}'\mathrm{R} + \mathrm{LR}')\frac{di'}{dt} + \mathrm{RR}'\left(i' - \frac{\mathrm{E}'}{\mathrm{R}'}\right) = 0.$$

La même équation caractéristique

$$(3)\qquad \left(1 - \frac{\mathrm{M}^2}{\mathrm{LL}'}\right)\rho^2 + \left(\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}} + \frac{\mathrm{R}'}{\mathrm{L}'}\right)\rho + \frac{\mathrm{RR}'}{\mathrm{LL}'} = 0$$

convient aux deux équations et détermine ρ et ρ'.

La détérmination des constantes A et B se fera sans difficulté, si l'on donne les valeurs initiales i_0, i'_0; on aura, en effet,

$$(4)\qquad \begin{cases} R\,i_0 - E = A + B, \\ R'i'_0 - E' = A' + B', \\ E - i\,R = M\dfrac{di'}{dt} + L\dfrac{di}{dt}, \\ E' - i'R = M\dfrac{di}{dt} + L'\dfrac{di'}{dt}; \end{cases}$$

dans les deux dernières équations, on devra remplacer i, i', di, di' par leurs valeurs tirées des équations (2).

Posons

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{RL' - R'L}{2RM}\right)^2 + \frac{R'}{R}}.$$

Les valeurs de ρ et ρ' sont

$$\rho' = \frac{-(RL' + R'L) - 2RM\alpha}{2(LL' - M^2)},$$

$$\rho = \frac{-(RL' + R'L) + 2RM\alpha}{2(LL' - M^2)}.$$

Ces valeurs sont toujours réelles. Mais il faut nécessairement qu'elles soient négatives, sans quoi les intensités croîtraient indéfiniment; L, L', M, R, R' sont des quantités essentiellement positives; il faut donc que l'on ait

$$LL' > M^2,$$

d'où cette conséquence remarquable, que le coefficient d'induction réciproque de deux circuits est inférieur à la moyenne géométrique des coefficients de *self-induction*. Si l'une des quantités L, L' est très petite, M sera donc lui-même très petit.

Au bout d'un temps suffisant pour que les seconds membres des équations (2) soient négligeables, les intensités des deux

courants seront données par

$$R\,i - E = o,$$
$$R'i' - E' = o;$$
$$i = \frac{E}{R}, \qquad i' = \frac{E'}{R'},$$

conformément à la loi d'Ohm.

Courant de fermeture. — Quand on suppose $E' = o$, $i = o$, $i' = o$, on se trouve dans le cas de l'expérience à laquelle on a recours d'ordinaire pour établir l'existence du courant induit inverse ou de fermeture. Les équations (4) donnent

$$A + B + E = o,$$
$$A' + B' = o,$$

$$\frac{M}{R'}(A'\rho + B'\rho') + \frac{L}{R}(A\,\rho + B\,\rho') = E,$$
$$\frac{M}{R}(A\,\rho + B\,\rho') + \frac{L'}{R'}(A'\rho + B'\rho') = o;$$

il en résulte

$$i = \frac{E}{R}\left\{1 - \frac{1}{2}\left[\left(1 + \frac{R'L - RL'}{2RM\alpha}\right)e^{\rho t} - \left(1 - \frac{R'L - RL'}{2RM\alpha}\right)e^{\rho' t}\right]\right\}.$$
$$i' = -\frac{E}{2R'\alpha}(e^{\rho t} - e^{\rho' t}).$$

ρ' étant en valeur absolue $> \rho$, i' est négatif : le courant est inverse, comme l'expérience nous l'a enseigné.

On a

$$\frac{di'}{dt} = -\frac{E}{2R'\alpha}(\rho e^{\rho t} - \rho' e^{\rho' t})$$

qui, pour $t = o$, donne

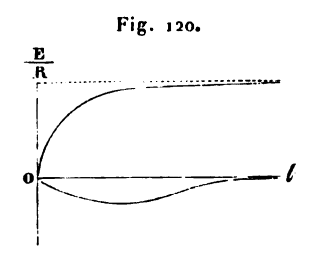
$$\left(\frac{di'}{dt}\right)_0 = -\frac{E}{2R'\alpha}(\rho - \rho');$$

cette valeur n'est pas nulle.

Représentons l'intensité du courant induit par une courbe

en prenant pour abscisses les temps, pour ordonnées les quantités d'électricité; sa forme est représentée à la partie inférieure de la *fig.* 120; la courbe passe par l'origine, mais

Fig. 120.



la tangente en O n'est pas horizontale; l'axe des x est asymptote à la courbe.

L'intensité du courant inducteur part aussi de zéro et s'approche asymptotiquement de la valeur limite $\frac{E}{R}$ sans présenter de maximum (*fig.* 120).

Si les deux circuits sont identiques, $L = L'$; si, de plus, on suppose qu'ils se rapprochent presque jusqu'à se confondre, M ne diffère pas sensiblement de L. En faisant ces hypothèses ($L = L' = M$), l'équation caractéristique se réduit à

$$\rho = -\frac{R}{2L},$$

et l'on trouve

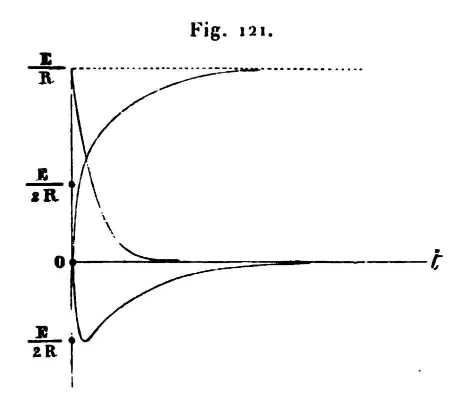
$$i = \frac{E}{R}\left(1 - \frac{1}{2} e^{-\frac{Rt}{2L}}\right),$$

$$i' = -\frac{E}{2R} e^{-\frac{Rt}{2L}}.$$

Le courant induit i' part d'une valeur finie et tend asymptotiquement vers o. Quant à i, il part de $\frac{E}{2R}$ et tend asymptotiquement vers la valeur limite $\frac{E}{R}$, qui est double. Quand les deux circuits sont très voisins, par exemple quand le fil inducteur et le fil induit sont enroulés sur la même bobine, la condition $L = L' = M$ n'est pas rigoureusement, mais ap-

proximativement remplie : les deux courbes de la *fig.* 120 se déforment comme l'indique la *fig.* 121.

Fig. 121.



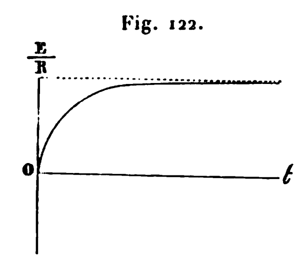
EXTRA-COURANT INVERSE. — La valeur limite de i ainsi trouvée ne doit pas être confondue avec celle qui correspond à l'établissement d'un courant dans un circuit unique (période variable du courant). On peut trouver celle-ci directement par l'intégration de la formule unique

$$E - iR = L\frac{di}{dt},$$

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right).$$

Le courant part de zéro et tend asymptotiquement vers la valeur $\frac{E}{R}$ (*fig.* 122).

Fig. 122.



COURANT DE RUPTURE. — Il est difficile de représenter par

une formule la loi du courant induit, résultant de la rupture du courant principal. On ignore, en effet, d'après quelle loi varie la résistance d'un circuit au moment où, l'interruption se produisant, l'étincelle apparaît. Nous nous écarterons certainement de la vérité, si nous supposons que le courant inducteur passe brusquement de la valeur normale $\frac{E}{R}$ à o. Alors, le second circuit existant seul, on aurait simplement

$$(1) \qquad -i'R' = L'\frac{di'}{dt}.$$

Cette équation détermine complètement i' si l'on connaît sa valeur initiale i'_0. Pour déterminer celle-ci, on peut supposer qu'au bout d'un temps τ négligeable le courant inducteur est passé de $\frac{E}{R}$ à o, *à travers une résistance fixe égale à* R. L'équation

$$E' - i'R' = M\frac{di}{dt} + L'\frac{di'}{dt},$$

intégrée de o à τ, en faisant $E' = 0$, donne

$$-\frac{ME}{R} + L'i'_0 + R'\int_0^\tau i'\,dt;$$

mais, si l'on fait tendre τ vers o, l'intégrale contenue dans cette expression tend aussi vers o et l'on a simplement

$$i'_0 = \frac{ME}{L'R};$$

par suite, d'après l'équation (1),

$$i = \frac{ME}{L'R}e^{-\frac{R't}{L'}}.$$

Pour $M = L'$, $R = R'$, on aurait

$$i' = \frac{E}{R}e^{-\frac{Rt}{L}};$$

le courant i' part d'une valeur maximum $\frac{E}{R}$ deux fois plus forte que celle du courant direct et tend asymptotiquement vers o, comme le représente la courbe supérieure de la *fig.* 121.

Quant à la quantité d'électricité, elle est

$$\frac{E}{R}\int_0^\infty e^{-\frac{Rt}{L}}dt = \frac{EL}{R^2};$$

elle était, dans le cas du courant induit direct,

$$\frac{E}{2R}\int_0^\infty e^{-\frac{Rt}{2L}}dt = \frac{EL}{R^2}.$$

La quantité d'électricité déplacée dans le circuit induit par les deux courants direct et inverse est donc la même. La plus grande intensité initiale du courant direct est compensée par un décroissement plus rapide (*fig.* 121).

EXTRA-COURANT DE RUPTURE. — Il est plus difficile encore d'appliquer le calcul à l'extra-courant de rupture dans un circuit unique, et nous ne le tenterons pas. Nous nous bornerons à supposer que, à l'instant où le circuit est brusquement ouvert en un point, on le sépare de la pile et qu'on le ferme par une dérivation telle que la résistance totale demeure la même. On a alors à appliquer l'équation

$$-Ri = L\frac{di}{dt},$$

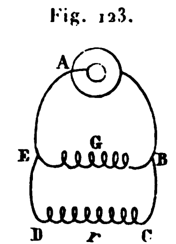
et, comme l'intensité initiale peut être prise égale à $\frac{E}{R}$, nous sommes ramenés au cas précédent; on a

$$i = \frac{E}{R}e^{-\frac{Rt}{L}}.$$

Cette formule indique une intensité régulièrement décroissante, mais on ne peut dire, sans le secours de l'expérience, ce que devient l'intensité dans le cas de la rupture accompagnée d'étincelle.

CAS DES COURANTS DÉRIVÉS. — INTERPRÉTATION DE L'EXPÉRIENCE DE FARADAY SUR L'EXTRA-COURANT. — Quand, au lieu d'un circuit unique, on considère un circuit complexe, les lois des courants dérivés deviennent applicables à la condition d'ajouter aux forces électromotrices ordinaires, contenues dans les diverses branches du circuit, les forces électromotrices d'induction correspondantes.

Fig. 123.



Soit, par exemple, un circuit bifurqué contenant une pile en A dans la branche BAE et des bobines dans les branches DC, BGE (*fig.* 123). Désignons par r et r' les résistances de ces deux branches, par i et i' les intensités des courants au temps t. S'il n'y avait pas d'induction, on aurait

$$ri = r'i';$$

cette équation doit être remplacée par

$$ri + \frac{d}{dt}(\mathrm{L} - \mathrm{M})i = r'i' + \frac{d}{dt}(\mathrm{L}' - \mathrm{M})i'. \tag{1}$$

Comme application, nous considérerons l'expérience de Faraday destinée à manifester les extra-courants (*fig.* 119). Soient E la force électromotrice de la pile A, R la résistance, I le courant dans la branche EAB. Nous supposerons le coefficient de *self-induction* L' de la bobine du galvanomètre négligeable ; puisque $\mathrm{M} < \sqrt{\mathrm{LL}'}$, M est aussi très petit. L'équation (1) se réduit alors à

$$ri + \mathrm{L}\frac{di}{dt} = r'i', \tag{2}$$

à laquelle il faut joindre les équations ordinaires

$$\left\{\begin{aligned} \mathrm{E} &= \mathrm{RI} + r'i', \\ \mathrm{I} &= i + i'; \end{aligned}\right. \tag{3}$$

on en tire

$$(\mathrm{R} + r')\,\mathrm{L}\frac{di}{dt} + [\mathrm{R}(r + r') + rr']i - \mathrm{E}r' = 0. \tag{4}$$

Posons

$$R(r + r') + rr' = a^2$$

et proposons-nous d'abord de voir comment le courant s'établit. Pour $t = 0$, $i = 0$; et l'intégrale de l'équation (4) devient

$$(5) \qquad i = \frac{r'E}{a^2}\left(1 - e^{-\frac{a^2 t}{L(R+r')}}\right).$$

On trouve de même pour l'intensité i' dans le fil du galvanomètre

$$(6) \qquad i' = \frac{rE}{a^2}\left[1 + \frac{Rr'}{(R+r')r} e^{-\frac{a^2 t}{L(R+r')}}\right].$$

Le second terme de i' étant positif, on voit que, pendant l'état variable, l'intensité dans la branche où se trouve le galvanomètre est plus grande qu'à l'état permanent; c'est ce que l'expérience nous a montré.

Si, une fois le régime établi, on rompt le circuit BAE, les équations du circuit EGBCD deviennent

$$(6\ bis) \qquad \begin{cases} i + i' = 0, \\ L\dfrac{di}{dt} + (r + r')i = 0, \end{cases}$$

l'intensité initiale du courant dans la bobine est, d'après l'équation (5), $\frac{r'E}{a^2}$. On a donc pour intégrales des équations (6 *bis*)

$$i = \frac{r'E}{a^2} e^{-\frac{(r+r')t'}{L}} = -i'.$$

Dans cette formule, t' désigne le temps écoulé depuis l'ouverture du circuit.

On a $i' = -i$, c'est-à-dire que le courant qui traverse le galvanomètre est dirigé en sens contraire du courant $\frac{rE}{a^2}$ qui correspond à l'état permanent.

MESURE DES COEFFICIENTS D'INDUCTION. — Pour pouvoir appliquer pratiquement les formules précédentes, il faut connaître

les valeurs numériques des coefficients d'induction L, M. Les cas où on peut les calculer *a priori* et en toute rigueur sont assez restreints. Il vaut donc mieux chercher à les déterminer par l'expérience.

On peut, à cet effet, mesurer la quantité totale d'électricité développée par un courant induit. Soit, par exemple, l'induction réciproque de deux bobines, quand on produit dans l'une d'elles un courant d'intensité i. La force électromotrice totale induite est $-Mi$; soit r' la résistance du circuit induit, la quantité totale d'électricité développée par le courant induit est donc

$$Q = -\frac{Mi}{r'}.$$

Il suffira de mesurer Q, i et r' en valeur absolue pour en déduire M.

Quand on connaît en valeur absolue un coefficient d'induction, on peut se borner à comparer expérimentalement les coefficients d'induction entre eux, comme on compare des résistances et par des procédés en général presque aussi simples. Nous nous bornerons à indiquer ceux qui ont été proposés par Maxwell [1].

1° *Comparaison des coefficients de self-induction.* — Formons un pont de Wheatstone (*fig.* 124) ABCD dont deux branches, AB et AD, contiennent des bobines. Il s'agit de comparer les coefficients de self-induction L, L' de ces deux bobines. A cet effet, nous supposerons que, par une série de tâtonnements, on est parvenu à régler les résistances du pont de telle sorte que : 1° il n'y a pas de courant en BD quand le régime permanent est établi ; 2° il n'y a pas non plus de courant en BD pendant la durée de la période variable. Soient r et r' les résistances des branches comprenant les bobines, R, R' celles des deux autres branches, i et i' les intensités du

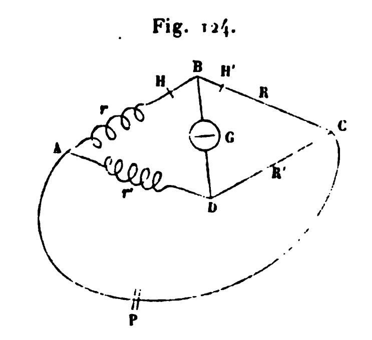
(1) MAXWELL, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, t. II, p. 354 et suivantes. — *Voir* aussi BRILLOUIN, Thèse de doctorat de la Faculté des Sciences de Paris, 1882 ; LEDEBOER, Thèse de doctorat de la Faculté des Sciences de Paris, 1886, et *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 53 et 320.

courant en ABC et ADC; la première condition (équilibre permanent) fournit la relation

$$(1) \qquad \frac{r}{r'} = \frac{R}{R'}.$$

En ce qui concerne la deuxième condition, nous allons écrire les équations de Kirchhoff correspondant au régime

Fig. 124.



variable. Les deux circuits ABD, BCD donnent respectivement

$$(2) \qquad -L\frac{\partial i}{\partial t} + L'\frac{\partial i'}{\partial t} - ir + i'r' = 0,$$

$$(3) \qquad iR - i'R' = 0.$$

De l'équation (3) on tire

$$i' = \frac{R}{R'}i,$$

$$\frac{\partial i'}{\partial t} = \frac{R}{R'}\frac{\partial i}{\partial t}.$$

Remplaçant i' et $\frac{\partial i'}{\partial t}$ par leurs valeurs dans (2), on a

$$\left(-L + L'\frac{R}{R'}\right)\frac{\partial i}{\partial t} + \left(-r + \frac{R}{R'}r'\right)i = 0.$$

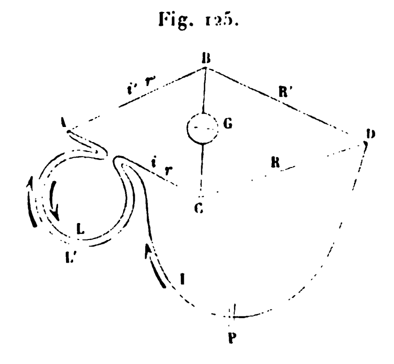
Mais le second terme de cette équation est nul, d'après l'équation (1). On a donc nécessairement

$$(4)\qquad \frac{L}{L'} = \frac{R}{R'}.$$

Nous supposerons la résistance de la bobine L connue. Pour réaliser le double équilibre du pont, on placera deux rhéostats en H et H'. On se servira du rhéostat H', par exemple, pour équilibrer le pont pendant le régime permanent. L'équilibre ainsi réalisé ne subsistera pas en général pour le régime variable; mais le sens de la déviation du galvanomètre indiquera dans quel sens il faut altérer le rapport $\frac{R}{R'} = \frac{r}{r'}$ pour le rendre égal au rapport inconnu $\frac{L}{L'}$. Si, par exemple, $\frac{R}{R'}$ est trop petit, on touchera à la fois aux deux rhéostats H et H', en s'astreignant à accroître dans un même rapport les résistances des branches AB et BC qui sont connues, jusqu'à ce que l'équilibre définitif soit atteint.

2° *Comparaison d'un coefficient de self-induction et d'un coefficient d'induction mutuelle.* — Nous formerons un pont

Fig. 125.



de Wheatstone (*fig.* 125) dont une branche, AC par exemple, contient la bobine L. Celle-ci est entourée par une autre bobine L' placée sur la branche du pont qui contient la pile. Nous nous proposons de comparer le coefficient de self-induction de la bobine L à son coefficient d'induction M sur la

bobine L'. Par des tâtonnements analogues à ceux du cas précédent, on établit l'équilibre du pont pour le régime permanent et la période variable, et l'on a les équations suivantes :

(1) $$\frac{r}{r'} = \frac{R}{R'} \quad \text{(état permanent)},$$

(2) $$-L\frac{\partial i}{\partial t} + M\frac{\partial I}{\partial t} - ir + i'r' = 0 \quad \text{(circuit ABD)}\ [1],$$

(3) $$I = i + i' \quad \text{(sommet A)},$$

(4) $$iR = i'R' \quad \text{(circuit BCD)}.$$

De ces équations on tire successivement

$$I = i\left(1 + \frac{R}{R'}\right),$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \left(1 + \frac{R}{R'}\right)\frac{\partial i}{\partial t},$$

$$\left[-L + M\left(1 + \frac{R}{R'}\right)\right]\frac{\partial i}{\partial t} + \left(-r + r'\frac{R}{R'}\right)i = 0;$$

et, puisque le dernier terme est nul d'après l'équation (1),

$$L = M\left(1 + \frac{R}{R'}\right).$$

$\frac{R}{R'}$ étant une quantité essentiellement positive, on voit que M est toujours plus petit que L, conformément à ce que nous avons déjà prouvé.

3° *Comparaison de deux coefficients d'induction mutuelle.* — Pour comparer le coefficient d'induction mutuelle de deux

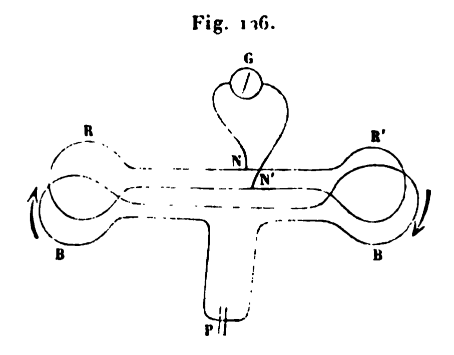
---

(1) D'après la figure, le courant I circule dans la bobine L' en sens inverse du courant *i*. L'induction du courant commençant dans L' donne une force électromotrice *directe* dans L; d'où le signe du terme

$$M\frac{\partial I}{\partial t}.$$

bobines A et B au coefficient d'induction mutuelle de deux autres A′ et B′, Maxwell proposa la disposition représentée schématiquement par la *fig.* 126. Le courant d'une pile P traverse le système des deux bobines B, B′. Les bobines A, A′ sont disposées parallèlement à B, B′ et un galvanomètre G est placé en dérivation entre les deux bobines. Soient R et R′ les résistances des deux portions du circuit comprenant A et

Fig. 126.



A′. On règle ces résistances de telle sorte que le galvanomètre ne reçoive aucune impulsion quand on ouvre ou qu'on ferme le circuit de la pile P.

Quand cette condition est réalisée, les courants induits dans les deux bobines A, A′ s'équilibrent exactement : or, du côté A, une force électromotrice totale $-Mi$ est mise en jeu pendant la période variable; elle développe dans le circuit NAN′ une quantité d'électricité $-\frac{Mi}{R}$; de même dans le circuit A′ une quantité d'électricité $-\frac{M'i}{R'}$ est développée : les courants correspondants peuvent être considérés comme circulant dans le galvanomètre en sens contraire; et, puisque le courant résultant met en jeu une quantité d'électricité nulle, on a

$$\frac{M}{R} = \frac{M'}{R'}.$$

Les coefficients de self-induction L, L′ n'interviennent pas, parce que, dans l'expérience, les courants induits partant de

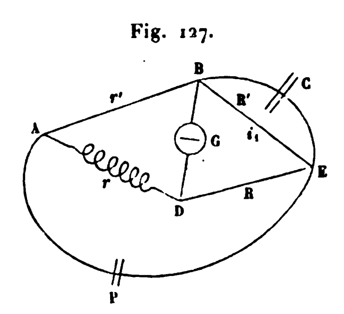
o pour revenir à o, les quantités d'électricité induites

$$\int_0^0 L\frac{\partial i}{\partial t}, \qquad \int_0^0 L'\frac{\partial i'}{\partial t}$$

sont nulles.

4° *Comparaison d'un coefficient de self-induction et de la capacité d'un condensateur.* — La possibilité d'une comparaison de cette espèce résulte de cette observation, due à Maxwell (¹), que la loi de variation de l'intensité du courant dans un circuit simple contenant une bobine est identique à celle de la variation d'intensité dans un conducteur dont les extrémités sont en relation avec les deux armatures d'un condensateur (condensateur en dérivation).

Fig. 127.



On dispose un condensateur de capacité C en dérivation sur l'une des branches BE d'un pont de Wheatstone (*fig.* 127), et sur la branche opposée AD on place la bobine dont il faut mesurer le coefficient de self-induction L. Par tâtonnements, on règle les résistances, de manière à obtenir l'équilibre du pont.

On a d'abord

$$\frac{r}{r'} = \frac{R}{R'} \text{ (état permanent)},$$

$$(2) \qquad -L\frac{\partial i}{\partial t} - ir + i'r' = 0 \text{ (circuit ABD)}.$$

Soit i_1 l'intensité du courant en BE pendant la période variable, on a encore pour l'équilibre du pont

$$(3) \qquad Ri = R'i_1 \text{ (circuit BED)}.$$

Reste à trouver une relation entre i' et i_1. Remarquons à cet effet que, quand la quantité d'électricité $i'dt$ passe en B, une

(¹) MAXWELL, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, t. II, p. 377.

portion $i_1 dt$ passe dans la branche BE, tandis que le reste sert à accroître la charge du condensateur de manière que la force électromotrice entre les deux plateaux soit égale à $R' i_1$. Soit C la charge du condensateur, il reçoit donc $CR' \frac{\partial i_1}{\partial t} dt$ et l'on a l'équation

$$(4) \qquad i' = i_1 + CR' \frac{\partial i_1}{\partial t}.$$

De ces équations on tire successivement

$$i' = \frac{R}{R'} i + CR \frac{\partial i}{\partial t},$$

$$\left(-L + r' CR\right) \frac{\partial i}{\partial t} + \left(-r + r' \frac{R}{R'}\right) i = 0;$$

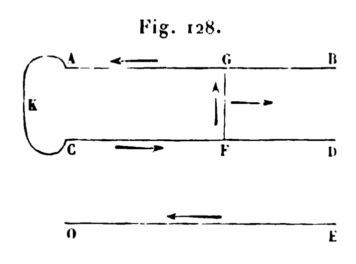
et, puisque le dernier terme est nul, d'après l'équation (1),

$$(5) \qquad L = CRr' = CR'r.$$

On peut ainsi calculer L en valeur absolue en fonction d'une capacité et de deux résistances. Bien entendu, la capacité C doit être exprimée en unités électromagnétiques.

INDUCTION PAR LA TERRE. — Le déplacement d'un circuit fermé inextensible, opéré parallèlement à lui-même dans le champ magnétique terrestre, n'est accompagné de la production d'aucun courant induit, car le flux de force à travers le circuit demeure constant. Il n'en est pas de même si le circuit se déforme ou s'il est animé d'un mouvement de rotation.

Fig. 128.



Considérons (*fig.* 128) un circuit comprenant deux glissières parallèles conductrices AB, CD, perpendiculaires au méridien magnétique, contenues dans un plan vertical et dont la résistance est négligeable. Le circuit est fermé par une traverse conductrice FG perpendiculaire aux glissières, et que l'on

déplace avec une vitesse v constante. L'accroissement du flux de force est proportionnel au temps et a pour expression $Hvlt$. La force électromotrice d'induction est donc $-Hvl$, et l'intensité constante du courant i est, en désignant par R la résistance, supposée constante, du circuit,

$$i = -\frac{Hvl}{R}.$$

Si l'on fait $H = 0,1942$, $v = 2000^{cm}$ (72^{km} à l'heure), $l = 100^{cm}$, la force électromotrice aura pour valeur absolue

$$0,1942.2000.100 = 3,884.10^4 = 0^{volt},0003884.$$

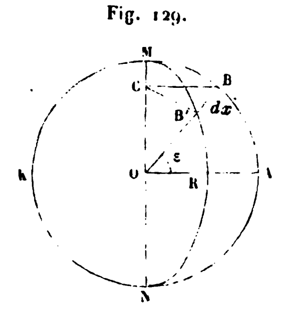
Dans une résistance égale à 1 ohm, l'intensité du courant serait de $0^{amp},0003884$.

Nous étudierons en second lieu le problème plus général d'un cadre circulaire tournant avec une vitesse angulaire ω constante autour d'un diamètre vertical. Sur ce cadre est enroulé un fil isolé dont l'aire totale est S. Soient E la force électromotrice des piles contenues dans le circuit, R sa résistance totale, on a, pour déterminer l'intensité du courant, la relation

$$E - ir - L\frac{\partial i}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = 0.$$

Il s'agit d'abord de déterminer $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}$ en fonction des données (*fig.* 129).

Fig. 129.



Prenons pour origine du temps l'instant où le cadre est perpendiculaire au méridien magnétique. Le flux de force $\mathcal{F}$

relatif à la composante horizontale du magnétisme terrestre est alors HS; au bout d'un temps t, le cadre fait avec sa position initiale un angle ωt, et le flux de force est devenu

$$\mathcal{F} = \mathrm{HS}\cos\omega t;$$

on a donc

$$-\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = \mathrm{S}\omega\mathrm{H}\sin\omega t.$$

L'équation à résoudre est

$$\text{(1)} \qquad \mathrm{E} - ri - \mathrm{L}\frac{\partial i}{\partial t} + \mathrm{S}\omega\mathrm{H}\sin\omega t = 0.$$

L'intégrale de cette équation est

$$i = \frac{\mathrm{E}}{r} + \mathrm{A}e^{-\frac{r}{\mathrm{L}}t} + \frac{\mathrm{S}\omega\mathrm{H}}{r^2 + \mathrm{L}^2\omega^2}(r\sin\omega t - \mathrm{L}\omega\cos\omega t).$$

Si l'on suppose E nul, on voit qu'au bout d'un temps suffisant pour que le terme contenant l'exponentielle devienne négligeable l'intensité du courant est périodique.

Si l'on pouvait négliger les phénomènes de self-induction, l'intensité du courant serait

$$i' = \frac{\mathrm{S}\omega\mathrm{H}}{r}\sin\omega t$$

et passerait par 0 chaque fois que le plan du cadre serait perpendiculaire au plan du méridien magnétique, c'est-à-dire deux fois par révolution complète.

On a

$$i = \frac{\mathrm{S}\omega\mathrm{H}}{r^2 + \mathrm{L}^2\omega^2}(r\sin\omega t - \mathrm{L}\omega\cos\omega t)$$

$$= \frac{\mathrm{S}\omega\mathrm{H}}{\sqrt{r^2 + \mathrm{L}^2\omega^3}}\sin(\omega t - \varphi),$$

avec

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{\mathrm{L}\omega}{r}.$$

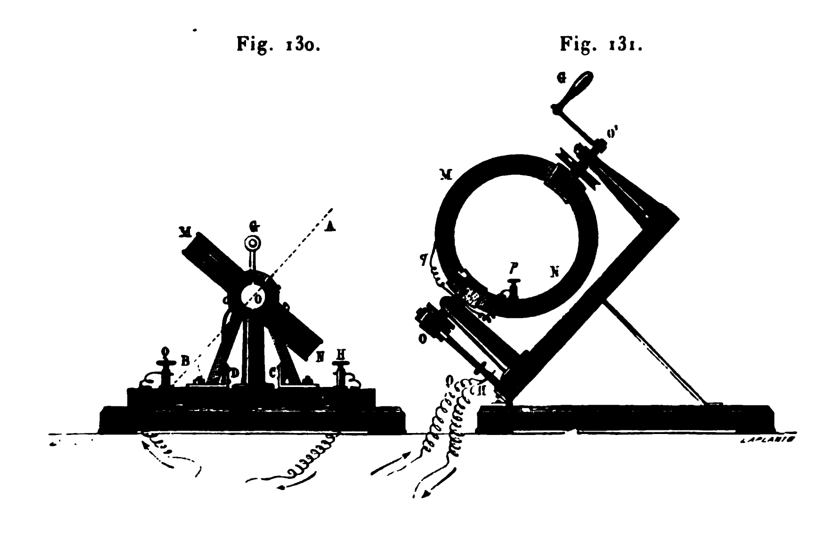
L'effet de la self-induction est donc de retarder d'un angle φ

la phase de l'intensité ; cet angle est proportionnel à ω et à L et en raison inverse de la résistance du circuit. En second lieu, l'intensité maximum du courant est réduite de $S\omega H$ à $\frac{S\omega H}{\sqrt{r^2 + L^2\omega^2}}$, comme si l'on avait ajouté à la résistance réelle r une résistance fictive d'autant plus grande que L et ω sont eux-mêmes plus grands.

Si l'axe de rotation est incliné sur l'horizon d'une manière quelconque (*fig.* 130 et 131), on obtiendra des phénomènes analogues. La valeur maximum du flux de force sera proportionnelle à la composante du champ magnétique terrestre dirigée perpendiculairement à l'axe de rotation et dans le plan du méridien magnétique. Si l'axe coïncide avec la direction de l'aiguille d'inclinaison, cette composante sera nulle ; le cadre tournant ne sera traversé par aucun courant induit.

Les *fig.* 130 et 131 montrent un appareil destiné à des expé-

Fig. 130. Fig. 131.



riences de cours : on y voit deux languettes Dd, Cc qui pressent sur un commutateur O, auquel aboutissent les deux extrémités du fil de la bobine tournante. Cette disposition permet de redresser les courants qui, d'après les formules ci-dessus, changent de signe à chaque demi-révolution. On peut donc

recueillir les courants dans un galvanomètre et en mesurer l'intensité moyenne, proportionnelle à l'intensité maximum calculée ci-dessus. Avec les vitesses ω pratiquement employées, l'angle φ est très petit, et il suffira d'orienter le commutateur pour que ses deux moitiés quittent les languettes dans le plan perpendiculaire au méridien magnétique. Mais pour de grandes vitesses, il faudrait caler le commutateur en arrière dans une situation faisant, avec la précédente, un angle φ dont la tangente est proportionnelle à la vitesse.

COURANT PRODUIT PAR LES DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — Considérons un corps conducteur (par exemple un condensateur) de capacité C, possédant une charge initiale Q_0, que l'on décharge à travers un circuit de résistance R et dont le coefficient de self-induction est L. Au bout d'un temps t, la charge est réduite à Q et le courant a pour intensité i; la force électromotrice est $\frac{Q}{C}$, et l'équation à laquelle il faut satisfaire est

$$(1) \qquad \frac{Q}{C} = L\frac{di}{dt} + Ri;$$

mais on a, d'autre part,

$$i = -\frac{dQ}{dt},$$

par suite

$$(2) \qquad \frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{CL} = 0.$$

La solution générale de cette équation est

$$(3) \qquad Q = Ae^{\rho t} + A'e^{\rho' t};$$

ρ est déterminé par l'équation caractéristique

$$\rho^2 + \frac{R}{L}\rho + \frac{1}{CL} = 0;$$

$$(4) \qquad \rho = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}.$$

Les constantes sont données par les conditions

$$(5) \qquad \begin{cases} Q_0 = A + A', \\ A\rho + A'\rho' = 0, \end{cases}$$

exprimant, la première que la valeur initiale de la charge est Q_0, la seconde que le courant initial est nul.

1° Supposons

$$L < \frac{R^2 C}{4};$$

les valeurs de ρ sont réelles. Posant

$$\alpha = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}},$$

on trouve

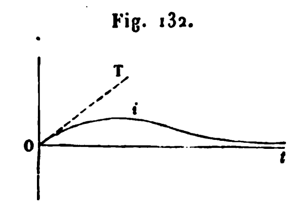
$$(6) \qquad Q = Q_0 e^{-\frac{Rt}{2L}} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{R}{4\alpha L} \right) e^{\alpha t} + \left(\frac{1}{2} - \frac{R}{4\alpha L} \right) e^{-\alpha t} \right].$$

L'intensité i du courant est

$$(7) \qquad i = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{2\alpha LC} e^{-\frac{Rt}{2L}} (e^{\alpha t} - e^{-\alpha t});$$

elle part de zéro, passe par un maximum et tend vers zéro quand t augmente indéfiniment, mais elle conserve toujours le même signe. La tangente à l'origine à la courbe des intensités a pour coefficient angulaire $\frac{Q_0}{LC}$ (*fig.* 132).

Fig. 132.



2° Soit maintenant

$$L > \frac{R^2 C}{4};$$

en posant

$$\alpha' = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L}},$$

on a

$$\begin{aligned} Q &= A e^{-\frac{Rt}{2L} + \alpha' t\sqrt{-1}} A' e^{-\frac{Rt}{2L} - \alpha' t\sqrt{-1}} \\ &= A e^{-\frac{Rt}{2L}}(\cos\alpha' t + \sqrt{-1}\sin\alpha' t) + A' e^{-\frac{Rt}{2L}}(\cos\alpha' t - \sqrt{-1}\sin\alpha' t). \end{aligned}$$

Les constantes A et A′ sont de la forme $p + q\sqrt{-1}$ et déterminées par les équations (5). On trouve

$$p = q' = \frac{Q_0}{2},$$

$$q = -p' = -\frac{R}{2\alpha' L}p = -\frac{Q_0 L}{4\alpha' R};$$

il en résulte une valeur réelle de Q

(8) $$Q = Q_0 e^{-\frac{Rt}{2L}}\left(\cos\alpha' t + \frac{R}{2\alpha' L}\sin\alpha' t\right),$$

(9) $$i = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{\alpha' LC} e^{-\frac{Rt}{2L}}\sin\alpha' t.$$

L'intensité part de zéro, et la tangente à l'origine à la courbe des intensités a le même coefficient angulaire $\frac{Q_0}{LC}$ que dans le cas précédent. Mais cette intensité passe par une série de maxima et de minima pour

(10) $$\operatorname{tang}\alpha' t = \frac{2L\alpha'}{R};$$

ces maxima et minima sont équidistants. L'intensité s'annule pour

(11) $$\alpha' t = n\pi,$$

c'est-à-dire aussi pour des valeurs du temps équidistantes, et alors la charge est maximum ou minimum. Les valeurs de t

qui rendent maxima les valeurs de l'intensité dépendent de L et de R dont ne dépend pas l'équation (11). Les maxima ne sont donc pas au milieu de la période (*fig.* 133).

Fig. 133.

Les maxima successifs de l'intensité sont en valeurs absolues

$$i_1 = \frac{Q_0}{\sqrt{CL}} e^{-\frac{R\theta}{2L}},$$

$$i_2 = i_1 e^{-\frac{R\pi}{2\alpha' L}},$$

$$i_3 = i_1 e^{-\frac{2R\pi}{2\alpha' L}},$$

. . . .

θ est défini par l'équation $\sin\alpha'\theta = \alpha'\sqrt{CL}$. Les maxima de la charge sont

$$Q_0,$$

$$-Q_0 e^{-\frac{R\pi}{2L\alpha'}},$$

$$+Q_0 e^{-\frac{2R\pi}{2L\alpha'}},$$

. . . .

Décharges continue et oscillante. — Le caractère de la décharge, continue ou oscillante, dépend essentiellement de la valeur de $\frac{R^2C}{4}$. Pour un circuit donné de forme et de position, L et R sont constants et l'on peut faire varier C, c'est-à-dire la capacité du condensateur fournissant la décharge; pour les plus petites valeurs de C la décharge sera oscillante : elle de-

viendra continue pour les plus grandes. Pour un condensateur et une résistance donnés, la décharge pourra être continue si L est suffisamment petit (fil rectiligne) et oscillante pour L plus grand (bobine). Enfin, pour un circuit de forme invariable, $\frac{L}{R}$ sera constant, et la décharge, oscillante pour les plus faibles résistances, deviendra continue pour les plus fortes.

M. von Helmholtz ([1]) est le premier qui ait considéré la décharge d'un condensateur comme formée d'une série de décharges successives de sens contraire. Mais c'est à Sir W. Thomson ([2]) qu'on doit les considérations qui précèdent et les calculs que nous avons reproduits.

Pour vérifier ces conclusions dans des conditions théoriquement irréprochables, il faudrait éviter l'étincelle qui introduit dans le circuit une résistance mal définie et variable. Cependant les conditions générales du phénomène ne paraissent pas éprouver de grands changements par le fait de cette étincelle. Feddersen ([3]) assujettit sur un axe qui faisait 100 révolutions à la seconde deux miroirs concaves accolés par leurs faces postérieures; deux couples de boules en relation avec les deux armatures d'une batterie de Leyde se déchargeaient au devant des miroirs, et ceux-ci projetaient l'image de la décharge sur une glace de verre ou sur une plaque photographique. L'étincelle se produisait parallèlement à l'axe; par suite, elle fournissait, avec les miroirs tournants, une image étendue dans un sens perpendiculaire à l'axe. Quand la décharge était continue, on observait une bande lumineuse de plus en plus ombrée; quand elle était oscillante, l'image était formée d'une série de bandes lumineuses étroites, séparées par des espaces sombres. Avec une batterie de 10 bouteilles, ayant chacune une surface de 2006^{cmq} et déchargeant à travers un fil de cuivre de $5^{mm},26$ de long et de

---

([1]) Helmholtz, *Erhaltung der Kraft*, p. 141.

([2]) W. Thomson, *Philosophical Mag.*, 4e série, t. V, p. 393.

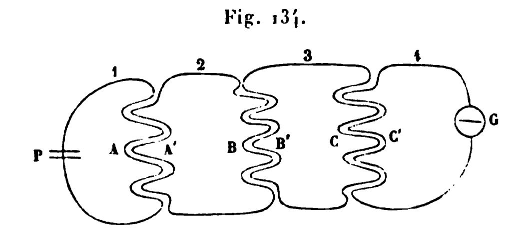
([3]) Feddersen, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 69; t. CVIII, p. 497; t. CXII, p. 452; t. CXIII, p. 437; t. CXVI, p 132, et *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXIX, p. 178; 1863.

$1^{mm},35$ de diamètre, la durée des oscillations était de $0^s,000000132$; avec un fil de même nature et de même diamètre, mais de 1343^{mm} de long, cette durée s'élevait à $0^s,000398$. Toutes les circonstances prévues par Sir W. Thomson ont été successivement vérifiées, quant à l'influence de la capacité de la batterie, de la résistance interpolaire, etc.

On doit à Paalzow (¹) des expériences analogues faites avec des tubes de Geissler. Pour les faibles résistances, les deux électrodes présentent l'auréole bleue et l'action d'un aimant dédouble le trait de décharge; avec un circuit suffisamment long, l'auréole n'apparaît plus qu'à l'un des pôles et l'aimant ne dédouble pas la décharge.

Courants induits d'ordre supérieur. — Considérons une pile ou plus généralement un électromoteur quelconque P dont le circuit comprend une bobine inductrice A. Un second cir-

Fig. 134.



cuit comprend une bobine induite A′ et une bobine inductrice B; un troisième circuit, une bobine induite B′ et une bobine inductrice C, et ainsi de suite jusqu'au dernier circuit qui ne comprend qu'une bobine induite. Si le courant primaire traversant le circuit 1 éprouve une variation quelconque, tous les circuits seront traversés par des courants induits. Les courants du circuit 2 sont les courants induits *primaires* ou de *premier ordre*, ceux du circuit 3 les courants induits *secondaires* ou de *second ordre*, et ainsi de suite.

Les théories développées ci-dessus permettent d'écrire immédiatement les équations correspondant à ce système de circuits. Soit E la force électromotrice de la pile P et soient

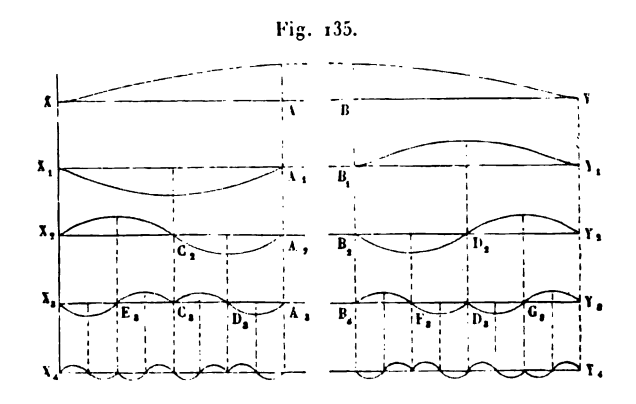
(¹) Paalzow, *Pogg. Ann.*, t. CXII, p. 567; t. CXVIII, p. 178, 357; 1863.

$r, r', r'', \ldots, r^{(n)}$ les résistances; $L, L', L'', \ldots, L^{(n)}$ les coefficients de self-induction des divers circuits; $M_{1.2}, M_{2.3}, \ldots$ les coefficients d'induction mutuelle de deux circuits successifs; on aura

$$\left\{\begin{aligned}
&E - ri - L\frac{\partial i}{\partial t} - M_{1.2}\frac{\partial i'}{\partial t} = 0,\\
&- r'i' - L'\frac{\partial i'}{\partial t} - M_{1.2}\frac{\partial i}{\partial t} - M_{2.3}\frac{\partial i''}{\partial t} = 0,\\
&- r''i'' - L''\frac{\partial i''}{\partial t} - M_{2.3}\frac{\partial i'}{\partial t} - M_{3.4}\frac{\partial i'''}{\partial t} = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\
&- r^{(n)}i^{(n)} - L^{(n)}\frac{\partial i^{(n)}}{\partial t} - M_{n(n+1)}\frac{\partial i^{(n-1)}}{\partial t} = 0.
\end{aligned}\right.$$

Le premier cas dont se sont préoccupés les physiciens est celui où, la force électromotrice E étant constante, le courant primaire commence ou finit. Sans résoudre les équations générales, on peut alors se rendre un compte général de ce qui se passe dans chaque circuit. En effet, nous savons qu'alors le courant induit primaire part de o, atteint rapidement un maximum et revient à o (*fig.* 135). Ce courant pri-

Fig. 135.



maire, agissant sur le circuit 2, y développe à son tour un courant induit, et se comporte successivement comme un courant qui commence et qui finit. Le courant induit se-

condaire doit donc circuler d'abord dans un sens, puis en sens contraire, et mettre en jeu une quantité totale d'électricité nulle. Son action sur un galvanomètre sera insensible. Il en est de même des courants induits d'ordre plus élevé, de plus en plus complexes, comme on le voit sur la *fig.* 135 où l'on a cherché à rendre aux yeux un compte grossier de la constitution de ces courants, sans se préoccuper des effets de la self-induction.

Mais si le galvanomètre est impropre à révéler l'existence des courants induits d'ordre supérieur, on peut manifester l'existence de ces courants par l'électrodynamomètre, par la mesure de l'échauffement des fils, et en général par toutes les actions des courants proportionnelles au carré de leur intensité. On peut même employer le voltamètre à eau, comme le firent Verdet [1] et Masson [2]; à la condition de prendre des électrodes très fines et des courants assez intenses, les effets des courants de sens inverse se produiront d'une manière indépendante, et l'on recueillera à chaque pôle le mélange tonnant d'oxygène et d'hydrogène.

Les recherches de Henry [3], de Princeton, ont révélé des particularités dignes d'intérêt et que les courbes de la *fig.* 135 ne mettent pas en évidence. Considérons, par exemple, les courants correspondant à la fermeture du courant primaire. Nous savons (p. 182, *fig.* 120) que, quand il n'y a que deux circuits, la courbe caractéristique du courant induit n'est pas symétrique par rapport à son ordonnée maximum. L'intensité maximum du courant induit primaire est rapidement atteinte et tend ensuite lentement vers zéro. Il en résulte que le courant induit secondaire, dont l'intensité est proportionnelle à la variation d'intensité du courant primaire, aura une intensité moyenne plus grande pendant la première période, c'est-à-dire tandis qu'il est direct; son intensité absolue maximum sera dans le sens direct. Il est des phénomènes qui dépen-

---

(1) VERDET, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXIX, p. 501; t. LIII, p. 46.

(2) MASSON, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LII, p. 418; t. LIII, p. 453.

(3) HENRY, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. III, p. 394; 1836.

dent surtout de cette intensité maximum (par exemple le sens dans lequel une aiguille d'acier s'aimante), et qui peuvent être mis en œuvre pour déceler cette dyssymétrie des courants induits ([1]).

Un cas particulièrement intéressant des courants induits d'ordre supérieur est celui où la pile P est remplacée par un électromoteur périodique dont la force électromotrice soit, par exemple, $E = A \sin \omega t$. On démontre que tous les circuits induits seront aussi animés par des courants de même période, mais de phase et d'intensité maximum variables d'un circuit à l'autre suivant les valeurs respectives des résistances et des coefficients d'induction.

INDUCTION PAR LES DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — Masson découvrit en 1834 l'induction développée par la décharge des bouteilles de Leyde. Elle a été surtout étudiée par Masson ([2]) et par Verdet ([3]).

Quand la décharge d'une batterie électrique n'est pas oscillante, toute bobine soumise à son influence doit être traversée par l'ensemble de deux courants, l'un d'induction commençante, l'autre d'induction finissante, et qui mettent en jeu une quantité d'électricité résultante nulle.

Pour mettre en évidence l'existence de ces courants, Verdet charge avec une machine électrique la batterie A (*fig.* 136), qui est posée sur un sol conducteur et qui est munie du micromètre de Lane à l'extrémité d'une tige isolante, de façon

---

([1]) Si l'on recueille à la fois, comme le faisait Henry, les courants induits correspondant à la fermeture et à la rupture du circuit inducteur, le défaut de symétrie est plus éclatant encore; car, ainsi que nous l'avons vu, la fermeture et la rupture brusque d'un circuit ne sont pas des phénomènes directement comparables. Voici les résultats obtenus par Henri :

Sens de l'aimantation

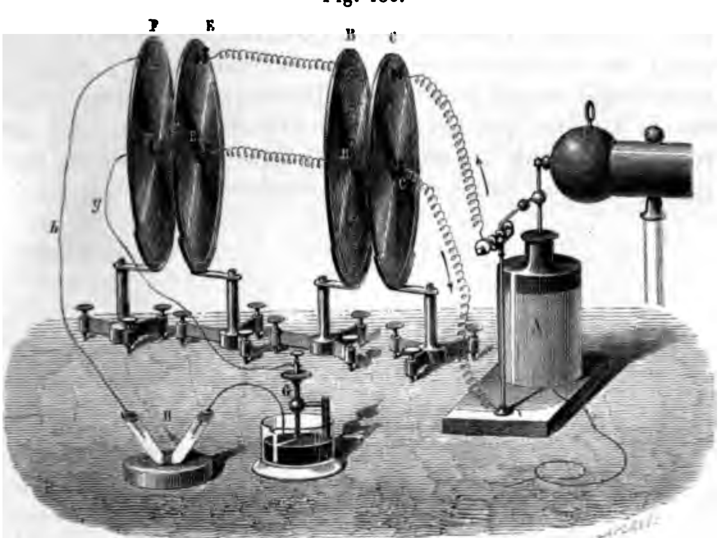
1er ordre.	2e ordre.	3e ordre.	$(2n)^{\text{ième}}$ ordre.	$(2n+1)^{\text{ième}}$ ordre.
Directe	Inverse	Directe	Inverse	Directe

([2]) MASSON, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXXIV, p. 159, en note.

([3]) VERDET. *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXXIV, p. 377.

qu'elle se décharge d'elle-même aussitôt que la différence de potentiel de ses armatures atteint une valeur suffisante; alors elle produit un courant qui circule en CC, dans une spirale de fils de cuivre isolés à la gomme laque et appliqués sur un disque de verre. Cette spirale développe les phénomènes d'in-

Fig. 136.



duction dans une autre, BB, qui est placée en regard et tout près d'elle. BB communique avec une troisième spirale EE, qui à son tour induit la quatrième FF. On peut se contenter des deux premières pour étudier les courants du premier ordre; ou bien réunir 2, 3, ... couples si l'on veut examiner l'induction du 2e, 3e, ... ordre.

Pour constater que le courant induit primaire transporte une quantité totale d'électricité nulle, Verdet réunit les extrémités *g* et *h* de la dernière spirale avec un voltamètre H qui contient de l'iodure de potassium. Il n'y a point de décomposition apparente, mais, pour s'assurer par une épreuve plus délicate qu'il ne s'en est produit aucune, Verdet enlève le vase H et, mettant ses électrodes en communication avec un galvanomètre sensible, il constate qu'il n'y a point de courant

appréciable : cela veut dire que ces électrodes n'étaient point polarisées, et qu'il n'y a conséquemment aucun excès en quantité des courants induits qui vont dans un sens sur ceux qui vont dans l'autre.

On peut mettre en évidence l'existence du courant induit primaire par les mêmes procédés qui décèlent les courants induits d'ordre supérieur dans le cas de l'induction par une pile. Verdet et Masson opéraient autrement. Ils mettaient à profit une propriété des circuits interrompus, sur laquelle nous reviendrons à propos de l'étincelle, et qui permet de ne laisser circuler que les courants d'un certain sens. Ils purent ainsi obtenir des effets assez intenses, soit avec les courants primaires, ou avec ceux d'un ordre plus élevé.

CHAPITRE VII.

INDUCTION DANS UN CIRCUIT QUELCONQUE.

Résumé des connaissances acquises. — Particularité offerte par l'induction inverse des rotations électromagnétiques. — Induction par un solénoïde électromagnétique fermé. — Induction produite par une bobine enroulée sur un tore. — Induction par un solénoïde magnétique. — Induction au sein d'une masse métallique. — Effet des diaphragmes. — Magnétisme de rotation. — Explication. — Amortissement des galvanomètres : 1° $k < \omega$; expériences de Weber. 2° $k > \omega$; galvanomètres apériodiques.—Mesure de l'équivalent mécanique de la chaleur au moyen des phénomènes d'induction. — Oscillations des courants induits dans une bobine ouverte.

RÉSUMÉ DES CONNAISSANCES ACQUISES. — Dans ce qui précède, nous avons envisagé les phénomènes d'induction comme des conséquences du principe de la conservation de l'énergie. Nous avons reconnu que le développement d'une force électromotrice induite correspond toujours soit à la production d'un travail électromagnétique (induction par le mouvement), soit à une variation de l'énergie potentielle des courants compris dans le champ magnétique (induction par variation d'intensité, induction d'un courant sur lui-même).

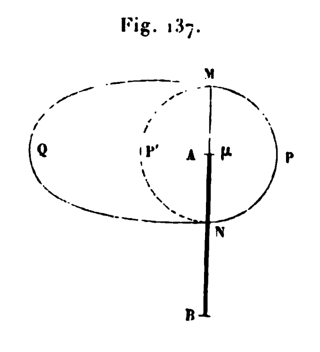
Nous avons aussi démontré que, si l'on désigne par $\mathcal{F}$ le flux de force total à travers un circuit fermé, provenant : 1° du champ magnétique extérieur; 2° du champ produit par le courant lui-même, la force électromotrice induite a pour expression la plus générale

$$(1) \qquad e = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}.$$

PARTICULARITÉ OFFERTE PAR L'INDUCTION INVERSE DES ROTATIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES. — L'application de la formule (1) ne sou-

lève aucune difficulté dans le cas général où l'on ne considère que des circuits fermés se déplaçant tout d'une pièce. Mais si on veut l'appliquer à un circuit dont une portion est immobile, on ne doit pas oublier que, l'expression (1) n'ayant été établie que pour des circuits fermés, il faut toujours avoir en vue, dans l'évaluation de $\mathfrak{F}$, non la portion du circuit qui est seule mobile, mais le circuit total.

Fig. 137.



Envisageons, par exemple, le cas d'un conducteur MPN (*fig.* 137) qui tourne autour de l'axe AB d'un aimant et se limite en deux points M et N de l'axe. Ce conducteur fait partie d'un circuit fermé MQNP, dont la portion MQN est immobile. Nous avons prouvé (p. 66) que le moment du couple qui produit la rotation électromagnétique est, en désignant par μ la quantité de magnétisme du pôle A, par i l'intensité du courant,

$$P - P' = 2\mu i;$$

nous en avons conclu (p. 150) que, si MPN se déplace avec une vitesse angulaire ω, la force électromotrice induite dans le circuit MQNP est

$$e = -\frac{\partial \mathfrak{F}}{dt} = \mp 2\mu\omega,$$

suivant le sens de la rotation.

Considérons maintenant le flux de force $\mathfrak{F}_1$ limité à la portion mobile MPN du circuit; il se compose du flux de force relatif au pôle B qui est nul, et du flux de force correspondant au pôle A qui est constant et a pour valeur $\pi\mu$. $\mathfrak{F}_1$ est donc constant et sa dérivée nulle. Il semblerait donc que la formule (1) conduisît à faire $e = 0$. Mais si l'on se souvient que le flux de force doit être évalué non pour MPN, mais pour le circuit fermé MQNP, on arrive à une conclusion toute différente. Supposons, pour simplifier, que MPN et NQM sont deux courbes planes et prenons pour origine la position MP'N du conducteur mobile, dans le plan de MQN et du même

côté de l'axe. Le flux de force à travers MQNP′ est nul. Au bout du temps t, le conducteur mobile a tourné d'un angle ωt et le flux de force dû au pôle A embrasse un dièdre dont l'angle plan est ωt; le flux de force relatif à B est nul, et l'on a par conséquent, pour le flux de force total,

$$\mathfrak{F} = \pm\, 2\mu\omega t,$$

suivant le sens de la rotation.

Il en résulte

$$e = -\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} = \mp\, 2\mu\omega.$$

Nous retrouvons pour e l'expression fournie par l'application directe du principe de la conservation de l'énergie.

Nous avons supposé (p. 66) que le conducteur mobile se composait d'un seul fil; mais nous avons vu que la rotation électromagnétique se produit de la même manière quel que soit le nombre des fils entre lesquels se dérive le courant principal, et qu'on peut même remplacer (p. 71) l'équipage mobile par un conducteur creux, une sorte de vase métallique renversé, recevant le courant par le pivot sur lequel il repose; le moment de rotation demeure invariable.

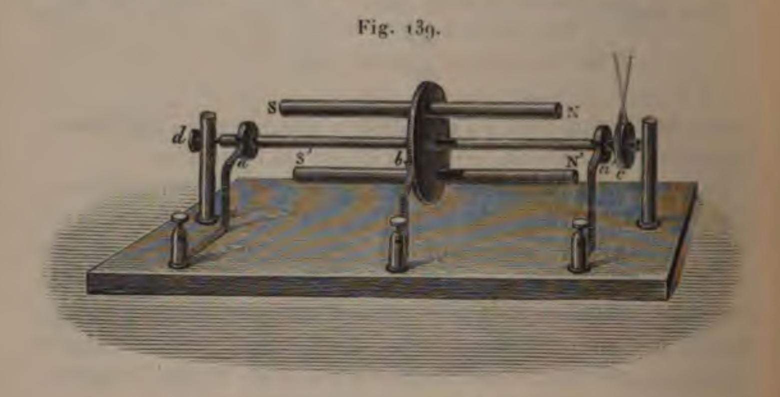
Fig. 138.

Réciproquement, on obtiendra des courants induits par la rotation d'un conducteur creux autour de l'axe d'un aimant. La *fig.* 138 représente l'une des dispositions qui ont été em-

ployées et sera comprise sans autre explication. Le circuit est traversé par un courant induit continu, dont la direction peut être prévue par la loi de Lenz, c'est-à-dire qu'il est dirigé en sens contraire du courant qui devrait parcourir *a*G*b* pour que l'action électromagnétique produisît le phénomène de rotation observé.

On peut aussi fixer sur une poulie conductrice *b* deux ou plusieurs aimants NS, N'S' (*fig.* 139). Cette poulie est entraî-

Fig. 139.



née dans le mouvement de rotation d'un axe conducteur *cd* erminé par de petites poulies *a*, *a'* contre lesquelles appuient des frotteurs. Un autre frotteur appuie contre la poulie *b*. En attachant les fils du galvanomètre, soit en *ab*, soit en *a'b*, on obtient un courant induit; on n'en aurait aucun en les attachant en *a* et *a'*. Le sens de ces courants induits peut toujours être prévu par la loi de Lenz.

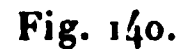
Une expérience, analogue à la précédente, consiste à faire tourner sur son axe un aimant portant en son milieu un disque conducteur dont le bord plonge dans un auget à mercure. En mettant en relation l'une des extrémités de l'aimant avec l'une des bornes du galvanomètre, l'autre avec l'auget, on observe un courant induit. Cette expérience, due à Faraday [1], avait été attribuée par lui à une espèce particulière d'induction, qu'il nommait *induction unipolaire*. Ce nom est

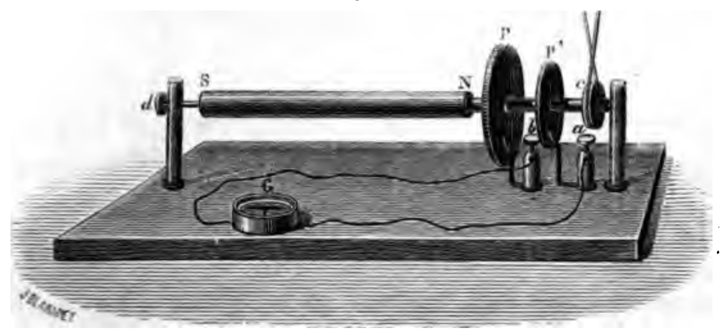
---

[1] FARADAY, *Exp. researches*, 2e série, § 217-230.

encore conservé par quelques physiciens, bien qu'on n'y attache plus le sens que lui avait donné Faraday.

Dans ces divers cas, l'action inductrice s'exerce sur la partie mobile du circuit; mais elle peut aussi s'exercer sur la partie fixe. Considérons, par exemple, la disposition représentée par la *fig.* 140. Un aimant mobile NS entraîne deux poulies con-


Fig. 140.



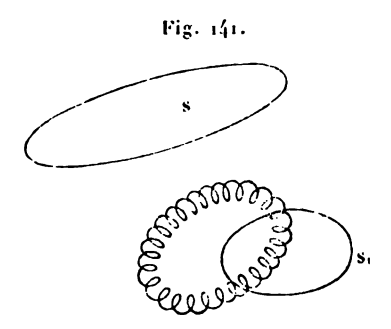
ductrices P, P′, situées au delà de l'une de ses extrémités. En deux points quelconques, pris chacun sur l'une d'entre elles, appuient des ressorts *b*, *a*, qui aboutissent au galvanomètre G : on observe un courant induit, pourvu que les ressorts ne soient pas trop près du centre. On peut de même n'employer qu'une poulie unique et disposer les frotteurs à diverses distances du centre; on observe encore un courant induit continu.

Dans ces divers cas, l'induction est produite dans le circuit ouvert *a*G*b*, puisque les poulies sont invariablement fixées à l'aimant. On obtiendrait évidemment un courant induit égal et de sens contraire si la poulie était fixe et le système *a*G*b* invariablement lié à l'aimant et mobile avec lui, car le circuit total P*a*G*b*P′, supposé mobile autour de l'axe, ne peut être le siège d'aucun courant induit, puisque ses deux extrémités sont placées sur l'axe de rotation, d'un même côté, par rapport aux deux pôles de l'aimant.

INDUCTION PAR UN SOLÉNOIDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE FERMÉ. — Un cas singulier de l'induction nous sera offert par un solénoïde

électromagnétique fermé A (*fig.* 141). Un tel solénoïde, ou le solénoïde magnétique équivalent, n'exerce aucune action magnétique ou électromagnétique extérieure. Son champ magnétique extérieur est nul; aussi n'observe-t-on aucun cou-

Fig. 141.



rant induit soit quand on déplace d'une manière arbitraire un circuit fermé S au voisinage du solénoïde, soit quand le courant du solénoïde commence ou finit. Ces résultats sont parfaitement d'accord avec tout ce que nous savons des relations entre le travail électromagnétique et l'induction par le mouvement, d'une part, entre l'induction par le mouvement et l'induction par variation d'intensité, d'autre part.

Toutefois, si un circuit conducteur S_1 est *enlacé* au solénoïde comme un chaînon à un autre, c'est-à-dire de telle sorte qu'on ne puisse, sans le briser, amener ce circuit de la position S_1 à la position S, les choses se passent d'une manière différente. On n'observe pas de courants induits quand on déplace S_1 arbitrairement; mais quand le courant du solénoïde commence ou finit, ou que son intensité varie, il se produit un courant induit, indépendant de la position de S_1 et dont la force électromotrice élémentaire e est proportionnelle à $-\frac{\partial i}{\partial t}$.

Nous allons montrer que cette force électromotrice a toujours pour expression

$$e = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t},$$

$\mathcal{F}$ représentant, comme de coutume, le flux de force total à travers S_1.

Remarquons, en effet, que la force électromagnétique exercée par le solénoïde A, nulle en tout point extérieur, ne l'est pas dans l'espace embrassé par les spires. Nous avons démontré (p. 128) que l'intensité du champ magnétique au centre d'une bobine de longueur l et de rayon R, possédant n tours par unité de longueur, est

$$f = 4n\pi i \frac{l}{\sqrt{l^2 + R^2}} = 4n\pi i \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{l^2}}}.$$

Quand le rapport $\frac{R}{l}$ tend vers zéro, f tend vers la valeur limite

$$\lim f = 4n\pi i.$$

Un calcul analogue effectué pour un point extérieur à l'axe conduirait, d'une manière un peu plus compliquée, à la même valeur limite de f. Le champ magnétique à l'intérieur d'une bobine de section finie et de longueur infiniment grande, ou, ce qui revient au même, à l'intérieur d'une bobine infiniment mince et de longueur finie, est donc uniforme; le flux de force total à travers la section dS de la bobine est

$$(1) \qquad \mathcal{F} = 4n\pi i\,dS.$$

Cette expression demeure évidemment la même, si l'on communique une courbure *finie* à l'axe du solénoïde. Elle est donc applicable à un solénoïde fermé infiniment mince.

Soit maintenant un circuit fermé S_1 enlacé au solénoïde; traçons une surface limitée au contour de ce circuit; elle coupera nécessairement le solénoïde, et le flux de force total à travers S_1 sera la somme des flux de force $\mathcal{F}_1$ correspondant à la partie de la surface S_1 extérieure au solénoïde, et $\mathcal{F}_2$ correspondant à la portion de surface intérieure. Le flux $\mathcal{F}_1$ est nul; $\mathcal{F}_2$ se confond avec la valeur (1) de $\mathcal{F}$. Le flux de force à travers S_1 est donc indépendant de la position de ce circuit. Pour tout mouvement de S_1, $\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}$ est nul; il n'y aura pas de courant induit, c'est ce que l'expérience nous a révélé.

Mais si le courant du solénoïde éprouve une variation di, on a

$$-\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} = -4n\pi\, dS\, \frac{\partial i}{\partial t},$$

et l'on observera un courant induit de force électromotrice proportionnelle à $-\frac{\partial i}{\partial t}$. C'est encore ce que nous a montré l'expérience.

INDUCTION PRODUITE PAR UNE BOBINE ENROULÉE SUR UN TORE. — Si l'on veut passer du cas d'un solénoïde infiniment mince à celui d'un solénoïde de section S finie, on remplacera le courant de surface S générateur de ce solénoïde par une infinité de courants de même intensité i et de section dS, comme il a été expliqué (p. 38). Chacun de ces courants sera considéré comme le courant générateur d'un solénoïde infiniment mince de section dS. L'intensité du champ à l'intérieur de chacun de ces solénoïdes élémentaires peut être évaluée séparément, puisque tous les solénoïdes extérieurs à celui que l'on considère y apportent un accroissement nul : ce champ, dû uniquement au solénoïde infiniment mince considéré, a pour valeur

$$f = 4n\pi i.$$

Le nombre n de spires par unité de longueur varie d'ailleurs d'un solénoïde élémentaire à un autre, puisque ces solénoïdes ont en général des longueurs l différentes, et que le nombre total de spires nl doit être le même pour tous.

Le flux de force à travers une section normale du solénoïde total est

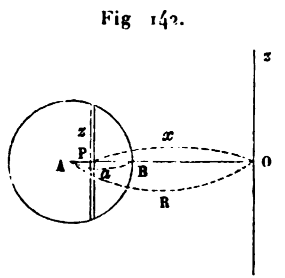
$$\mathfrak{F} = \int f\, dS = 4\pi i \int n\, dS.$$

Soit maintenant un conducteur fermé plan, enlacé au solénoïde et normal à son axe : le flux de force à travers ce conducteur sera égal à $\mathfrak{F}$, et la force électromotrice induite

$$e = -\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} = -4\pi \int n\, dS\, \frac{\partial i}{\partial t}$$

Appliquons au cas d'une bobine enroulée sur la surface d'un tore (*fig.* 142) et soient $OA = R$ le rayon moyen de l'anneau, $AB = a$ le rayon du cercle générateur du tore, $2\pi RN$ le nombre des spires. Décomposons le cercle générateur en éléments par des parallèles à l'axe de révolution Oz. La surface dS d'un de ces éléments situé à la distance x de l'axe sera

Fig 142.



$$dS = 2z\,dx;$$

le nombre correspondant n de spires par unité de longueur est donné par la relation

$$2\pi x n = 2\pi RN,$$

$$n = \frac{R}{x} N.$$

Le flux de force total est donc

$$\mathcal{F} = 8\pi i NR \int_{R-a}^{R+a} \frac{z\,dx}{x} = 8\pi i NR \int_{R-a}^{R+a} \frac{\sqrt{a^2 - (R-x)^2}\,dx}{x}$$

$$= 8\pi^2 i NR(R - \sqrt{R^2 - a^2}),$$

$$e = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t} = -8\pi^2 NR(R - \sqrt{R^2 - a^2})\frac{\partial i}{\partial t}.$$

INDUCTION PAR UN SOLÉNOIDE MAGNÉTIQUE. — Si à l'intérieur d'un solénoïde électromagnétique fermé se trouve un anneau de fer doux, celui-ci s'aimante par le passage du courant et revient à l'état naturel quand le courant cesse de passer. Les courants induits obtenus sont beaucoup plus forts qu'avec le solénoïde électromagnétique seul. On en conclut qu'un solénoïde magnétique se comporte, au point de vue de l'induction, comme un solénoïde électromagnétique.

Si l'on veut conserver dans le cas actuel l'expression générale

$$e = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}$$

de la force électromotrice d'induction, on est conduit à attribuer un flux de force propre au solénoïde magnétique fermé, Pour identifier sous ce rapport le solénoïde magnétique au solénoïde électromagnétique, il suffit de remarquer que l'intensité I de l'aimantation doit remplacer *ni*, et l'on est conduit à poser

$$\mathcal{F} = 4\pi I S.$$

S désigne la section du solénoïde.

Au point de vue de l'induction, la force magnétique au sein de la masse d'un solénoïde magnétique doit donc être considérée comme égale à la force magnétique émanant de la bobine augmentée de $4\pi I$; elle est dirigée dans le sens de l'aimantation. Nous reviendrons sur ce résultat à propos de l'influence magnétique.

INDUCTION DANS LES MASSES MÉTALLIQUES. — Jusqu'ici nous n'avons considéré que l'induction produite dans un circuit linéaire. Des courants induits peuvent également se développer au sein d'une masse métallique, sous l'influence de courants ou d'aimants qui commencent ou qui finissent, ou sous l'influence d'un déplacement relatif de la masse métallique, par rapport à ces courants ou à ces aimants. La loi de Lenz est toujours applicable. Remarquons qu'ici les courants induits se ferment nécessairement au sein de la masse métallique elle-même. On peut donc décomposer celle-ci par la pensée en une infinité de conducteurs fermés, dont la forme peut d'ailleurs varier à chaque instant, et dont chacun est parcouru par un courant. Soient R la résistance d'un de ces conducteurs, *i* l'intensité totale du courant qui le traverse au temps *t*, on aura toujours, comme dans le cas des circuits linéaires,

$$e - Ri = 0,$$

$$e = -\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial t}.$$

$\mathcal{F}$ représente le flux de force total à travers le circuit considéré. Ce flux résulte : 1° du champ magnétique extérieur: 2° du champ magnétique des courants qui circulent dans tous les autres conducteurs pris dans la masse métallique; 3° du

champ magnétique propre du courant considéré Le problème à résoudre consiste à déterminer : 1° la forme des conducteurs élémentaires, c'est-à-dire la forme des lignes de courant ; 2° l'intensité du courant dans chaque conducteur, c'est-à-dire l'intensité évaluée en chaque point de la masse métallique et rapportée à l'unité de section.

La théorie générale des courants induits de cette espèce a été donnée par Maxwell [1]. Ce savant a étudié en particulier le cas de conducteurs métalliques à deux dimensions, et indiqué les procédés de calcul appropriés à la détermination des intensités. Mais les développements que comporte cette étude nous entraîneraient trop loin. Nous nous bornerons à un exposé général des faits révélés par l'expérience.

EFFET DES DIAPHRAGMES. — Nous nous occuperons d'abord de l'induction par les courants qui commencent ou finissent. Si l'on place entre le circuit inducteur et la bobine induite une spirale fermée, tout courant commençant ou finissant engendrera des courants à la fois dans la bobine et dans la spirale interposée. La force électromotrice induite dans la bobine contiendra (p. 177) un terme dépendant de la variation d'intensité dans la spirale ; par suite, *le courant induit dont la bobine est le siège est modifié par la présence de la spirale.*

La même chose a lieu si l'on remplace la spirale par des tubes ou par des corps conducteurs qui deviennent alors le siège de courants induits circulant à travers leur masse ; mais on n'observe pas de changements par rapport aux effets primitifs si la spirale n'est pas fermée, ou si les tubes sont fendus longitudinalement, ou s'ils sont isolants, parce que les courants induits ne peuvent y acquérir une intensité notable, et qu'ils ne réagissent plus sur la bobine.

Si le courant inducteur est alternativement interrompu et rétabli, les courants résultants dans la bobine seront égaux et de signe contraire, ce que l'on constatera sans peine à l'aide d'un galvanomètre ou d'un voltamètre à sulfate de cuivre. Mais les intensités et la phase des courants qui naissent dans

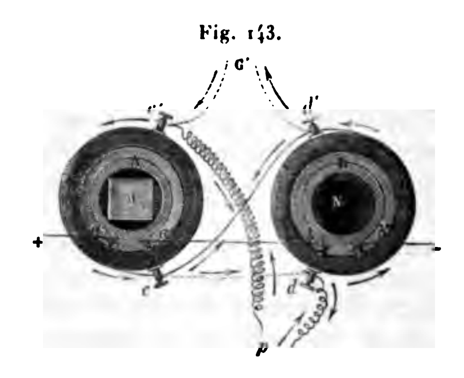
---

(1) MAXWELL, *Electricity and magnetism*, Part. IV, ch. XII ; t. II, p. 259-284.

la bobine induite seront changés par l'interposition de la spirale; leurs quantités d'électricité individuelles ne seront plus les mêmes qu'auparavant et, par suite, tous leurs effets seront altérés. Il faut étudier ces modifications par l'expérience.

On doit à Dove ([1]) un appareil ingénieusement disposé pour atteindre ce but. Il est représenté en coupe (*fig.* 143).

Fig. 143.



aAa' bBb' sont deux bobines inductrices creuses, identiques et traversées dans le même sens par le même courant inducteur $+aAa'$ $bBb'-$ qu'on lance et qu'on interrompt par un rhéotome. Elles sont enveloppées de deux bobines induites, elles-mêmes identiques, cCc', dDd'. Celles-ci peuvent être réunies par leurs extrémités semblables c et d au moyen d'un fil représenté par une ligne ponctuée, pendant que c' et d' communiquent de même en G'; alors elles sont toutes deux au même moment traversées par des courants induits de même sens $\overrightarrow{c'Cc}$, $\overleftarrow{d'Dd}$. Mais elles peuvent être aussi réunies par leurs extrémités opposées, en joignant c' et d' d'une part, et c' et d de l'autre par les conducteurs figurés en lignes pleines. Dans ce cas, chacune d'elles développe des courants qui les traversent toutes deux, qui au même moment sont contraires et qui sont $\overrightarrow{pc'Ccd'Ddp}$ pour la première, et $\overleftarrow{pc'Ccd'Ddp}$ pour la seconde. D'ailleurs, ces courants sont égaux, à cause de l'identité des deux bobines doubles; ils se détruisent, et

([1]) Dove, *Pogg. Ann.*, t. XLIII, p. 511; t. XLIV, p. 72.

ne produisent aucun effet si l'on place en *p*, ou un galvanomètre, ou un voltamètre, ou une spirale à aimantation, ou une portion d'un muscle vivant.

Cela étant, quand on introduit en M, dans l'intérieur de la première bobine, une spirale fermée, ou un tube métallique, ou une masse conductrice quelconque, l'expérience prouve qu'on affaiblit les courants induits dans C, sans diminuer ceux de D, qui alors prédominent, et la différence entre ceux-ci et ceux-là produit en *p*, toutes les fois qu'on ouvre ou qu'on ferme le circuit inducteur, ou la déviation d'un galvanomètre, ou des actions chimiques, ou l'aimantation d'une aiguille, ou des commotions dans les muscles. On reconnaît, de plus, que le courant différentiel observé en *p* détermine de fortes commotions et une aimantation énergique, mais peu de déviation galvanométrique et d'action chimique, ce qui prouve que l'introduction de la masse M diminue l'intensité maximum des courants induits en C, plus qu'elle n'affaiblit leur quantité.

Ces courants différentiels cessent absolument d'être appréciables quand on remplace la masse M par une spirale ouverte ou par des masses isolantes; ils sont excessivement faibles quand M est un tube fendu ou un paquet de fils conducteurs isolés.

Ces résultats ont conduit Dove [1] à analyser le rôle des fers doux que l'on place dans les bobines pour augmenter l'induction : 1° le fer s'aimante, et par cela même il augmente l'intensité maximum et la quantité des courants induits; 2° il est induit comme tous les métaux, et par là il réagit sur la bobine induite et diminue la quantité, mais surtout l'intensité maximum des courants qui la traversent.

D'après cela, supposons que la masse de fer introduite en M soit composée de fils très fins et isolés les uns des autres : l'effet d'induction dans sa masse sera réduit au minimum, et l'effet utile sera très grand; mais si le fer, au lieu d'être en fils, est en gros barreaux sans solution de continuité, l'effet perturbateur se produira largement : les courants obtenus auront donc moins d'intensité que dans le cas précédent.

---

(1) *Pogg. Ann.*, t. LVI, p. 268.

C'est ce qu'on peut montrer par une épreuve saisissante; on met en M un barreau de fer, et l'on introduit un à un en N des fils de fer très fins, jusqu'à annuler les courants différentiels : on trouve qu'il en faut 110 pour que ces courants deviennent insensibles au galvanomètre, c'est-à-dire pour qu'ils soient égaux en quantité; mais il n'en faut que 40 pour détruire les commotions, c'est-à-dire pour que l'intensité maximum des courants induits soit sensiblement la même.

La conséquence qu'il faut tirer de ces expériences est que, pour atteindre le maximum d'effet, il faut placer dans les bobines inductrices non pas des masses de fer, mais des fils fins et isolés réunis en faisceaux.

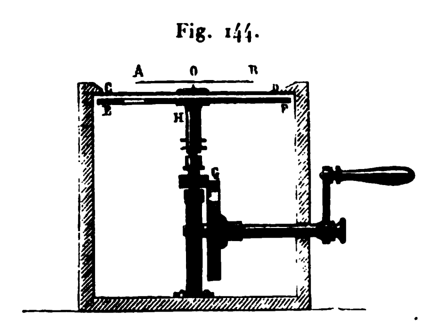
MAGNÉTISME DE ROTATION. — Gambey découvrit en 1824 qu'une aiguille aimantée qui oscille sous l'influence terrestre revient au repos beaucoup plus rapidement quand elle est suspendue au-dessus et très près d'une masse considérable de cuivre, que si elle en est éloignée. Arago ([1]) traduisit immédiatement cette expérience en disant qu'elle prouve l'existence d'une force qui agit entre l'aiguille et le métal, qui est opposée à leur mouvement relatif et qui peut se comparer à la résistance produite par un frottement. Cette interprétation le conduisit à penser que, si l'on faisait tourner la masse de cuivre autour d'un axe dirigé suivant le pivot de l'aiguille, on développerait ce frottement fictif, et qu'on entraînerait l'aiguille dans le même sens que le métal : conséquence vérifiée par l'expérience suivante.

La *fig.* 144 représente une boîte cubique de bois, fermée à sa face supérieure par une peau tendue CD, au centre de laquelle on pose le pivot O d'une aiguille aimantée AB; EF est un disque de cuivre fixé à un axe HC qu'on met en mouvement par deux roues d'engrenage et par une manivelle. Lorsque EF tourne lentement et uniformément, l'aiguille se dévie d'un angle constant; la déviation augmente avec la vitesse de rotation, et quand celle-ci est suffisamment grande, l'aiguille se met à tourner dans le même sens que le disque.

([1]) ARAGO, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, p. XXVIII, p. 325.

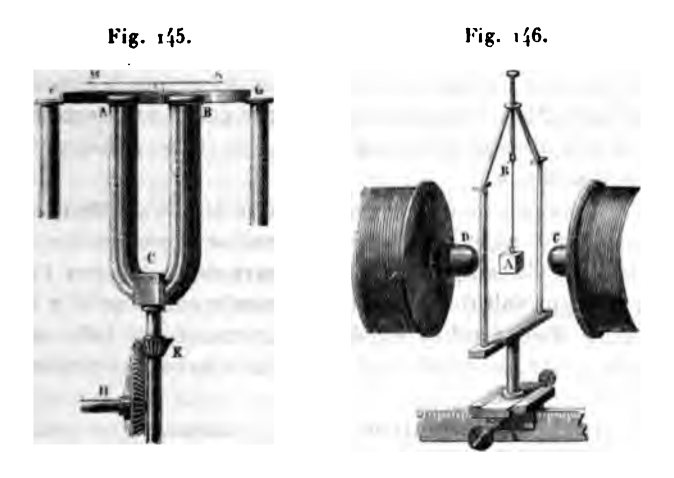
Babbage et Herschel ([1]), au lieu de suspendre une aiguille au-dessus d'un disque en mouvement, placèrent en équilibre sur un pivot central un disque de cuivre MN (*fig.* 145),

Fig. 144.



au-dessus d'un aimant ACB qu'ils faisaient tourner au-dessous de la membrane FG : cette expérience est l'inverse de la précédente. Le raisonnement qui avait guidé Arago montre en-

Fig. 145. Fig. 146.



core ici que le disque doit suivre le mouvement, et l'expérience confirme le raisonnement.

Enfin, de même que Herschel et Babbage avaient renversé

([1]) Herschel et Babbage, *Philosophical Transactions;* 1825.

l'expérience d'Arago, de même Faraday [1] renversa celle de Gambey. Puisque la présence d'une masse métallique en repos arrête les oscillations d'une aiguille aimantée, il faut que le voisinage d'un aimant immobile arrête le mouvement d'un métal tournant. Pour vérifier cette induction, Faraday suspendit à un fil tordu B un cube de cuivre A, qui était placé entre les pôles D et C d'un électro-aimant énergique, et qui se mettait à tourner rapidement autour de son axe de suspension quand on laissait le fil se détordre (*fig.* 146). Il vit le cube s'arrêter instantanément, quelle que fût sa vitesse, aussitôt qu'il aimantait le fer doux, et reprendre son mouvement aussitôt qu'en ouvrant le circuit inducteur il ramenait le fer à l'état naturel.

Les mêmes phénomènes se produisent quand on remplace l'aimant par un solénoïde, ou par une bobine de fils.

Toutes ces expériences ne sont évidemment que des moyens divers de constater une même action; elles peuvent se résumer par une loi générale, qui est celle-ci : « Toutes les fois qu'un aimant ou un solénoïde est en présence d'une masse métallique continue, et qu'on donne à l'aimant et au métal un déplacement relatif, il se produit une force qui tend à empêcher ce déplacement, c'est-à-dire à arrêter celui des deux corps que l'on fait mouvoir, ou à entraîner celui que l'on n'a pas mis en mouvement. »

A l'origine, on ne connaissait aucune classe d'actions à laquelle on pût rapporter ces phénomènes; on les désignait sous le titre de *magnétisme en mouvement;* et dans l'ignorance où l'on était de leur cause, la seule chose qu'il y eût à faire était d'en étudier expérimentalement les lois. Arago commença par chercher la direction des forces qui sollicitent l'aiguille.

1° L'expérience primitive (*fig.* 144) montre que cette aiguille est sollicitée perpendiculairement à sa direction par une composante horizontale y agissant dans le sens du mouvement.

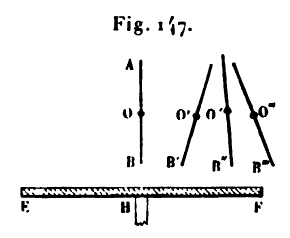
2° Il existe une composante verticale répulsive z; car, en suspendant une aiguille au plateau d'une balance, au-dessus

(1) Faraday, *Experimental researches*, 1re série.

du disque EF, elle éprouve une diminution de poids apparente quand on le fait tourner.

3° Enfin il y a une troisième composante x, dirigée suivant les rayons du disque tournant, car une aiguille d'inclinaison qui est mobile dans un plan normal au méridien magnétique, et qui doit être verticale, se déplace généralement quand le disque EF tourne. Elle reste verticale en OB au-dessus du centre (*fig.* 147); elle se rapproche de ce centre en O′B′, redevient verticale en O″B″ à une certaine distance du bord, et plus loin elle prend une inclinaison opposée. Cela prouve que la troisième composante x est attractive, nulle ou répulsive suivant la distance du pôle B au centre de rotation. La résultante de ces trois forces perpendiculaires est évidemment dirigée dans l'angle trièdre qu'elles forment.

Fig. 147.



C'est là tout ce que ces expériences avaient appris sur ce sujet. La question ne fit aucun progrès jusqu'au moment où Faraday eut découvert l'induction; mais, à partir de cette époque, la cause du magnétisme de rotation devint évidente, et toutes les circonstances de l'expérience purent être éclaircies.

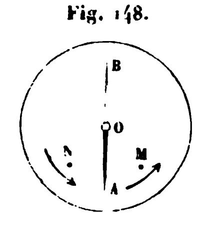
EXPLICATION. — Nous savons, en effet (¹), qu'une masse continue de métal est induite par un solénoïde ou par un aimant voisin; par conséquent, dans les phénomènes que nous étudions, l'aimant détermine dans le disque des courants induits qui tendent à détruire par leur réaction électrodynamique le mouvement qui leur a donné naissance; ils agissent donc comme le ferait un frottement. Il en résulte que la loi établie par Arago à propos du magnétisme de rotation est précisément la loi de Lenz, et que l'induction explique en deux mots les expériences de Gambey, d'Arago, d'Herschel et Babbage, et de Faraday. Reprenons chacune d'elles en particulier.

1° Soit AB (*fig.* 148) l'aiguille de Gambey, et supposons

(¹) HENRY, *Pogg. Ann.* Ergängsb., t. I, p. 282; t. LIV, p. 84. — DOVE, *loc. cit.*

que dans l'une de ses oscillations elle aille suivant les flèches de N en M. En s'approchant de la partie M, elle y développe des courants qui la repoussent; en s'éloignant de N, elle en fait naître qui l'attirent : donc le disque agit pour la ramener au repos.

Fig. 148.



2° Si la masse métallique tourne de N vers M et que l'aiguille soit fixe, il repoussera par induction les points tels que N, qui s'approchent de A, et attirera M, qui s'en éloigne : donc le mouvement du métal s'arrêtera, comme le montre l'expérience de Faraday.

3° Herschel et Babbage font tourner l'aimant avec une vitesse uniforme : alors le pôle A exerce une force répulsive constante sur les points M vers lesquels il marche, et attire les parties N dont il s'éloigne; par suite, il entraîne le métal avec lui.

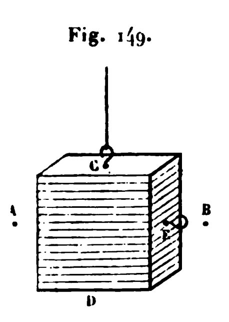
4° Enfin, dans l'expérience d'Arago, c'est le disque qui reçoit un mouvement continu de N en M; N s'approche de A et le repousse, M s'en éloigne et l'attire : donc A se déplace dans le même sens que le disque.

Si cette explication est vraie, toutes les circonstances qui favorisent l'induction augmenteront la réaction que nous étudions, et toutes celles qui diminuent celle-là feront décroître celle-ci. On sait que l'intensité des courants induits est plus considérable dans les corps bons conducteurs que dans ceux qui le sont moins, et qu'elle est nulle dans les substances isolantes : or Arago a précisément constaté que l'entraînement de l'aiguille se fait avec une force qui décroît en même temps que la conductibilité du disque tournant et qui s'annule quand ce disque est de verre. Dove a montré que l'induction est nulle sur un tube fendu qu'on introduit dans une bobine; Arago, qui semble avoir pressenti cette circonstance, avait fait scier un disque, de manière à le diviser en six secteurs égaux, n'adhérant entre eux que par leur sommet, et leur effet sur l'aiguille était devenu nul; mais il se rétablissait, bien que moins énergiquement, quand on remplissait de soudure les solutions de continuité.

Voici enfin une dernière conséquence et une dernière véri-

fication de cette théorie. Quand un circuit assujetti à se mouvoir autour d'un axe est astatique par rapport à un aimant voisin, on peut le faire tourner sans y développer aucun courant d'induction, par conséquent sans que l'aimant agisse pour arrêter le mouvement; c'est ce que prouve l'expérience suivante, imaginée par Matteucci (¹). Il prépare un cube avec des lames de cuivre parallèles, séparées par des feuilles de papier (*fig.* 149), et il le suspend par un crochet C, entre les pôles d'un électro-aimant, pour remplacer le cube massif A (*fig.* 146) de l'expérience de Faraday. Les courants qui pourraient circuler dans les lames de cuivre sont nécessairement horizontaux et astatiques par rapport à l'aimant dont le flux de force, dans la région où se trouve le cube, est horizontal : d'où il résulte que le cube tourne avec une vitesse qui ne se ralentit point quand on aimante subitement l'électro-aimant.

Fig. 149.



Mais si on le suspend par le crochet E, les lames deviennent verticales et peuvent transmettre des courants qui cessent d'être astatiques; alors des courants induits se développent, et le mouvement de rotation du cube s'arrête aussitôt.

C'est à Faraday que l'on doit d'avoir expliqué par l'induction les phénomènes du magnétisme de rotation; mais il ne s'est point contenté de montrer combien cette explication est plausible : il s'est appliqué encore à prouver que des courants circulent en réalité dans les disques qu'on met en mouvement (²). Ces courants ont été étudiés de la manière suivante par Matteucci.

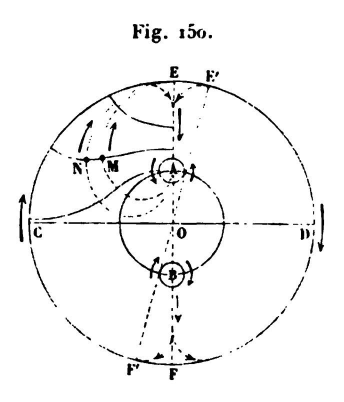
Ce physicien faisait tourner au-dessus d'un électro-aimant, dont les pôles étaient en A et B (*fig.* 150), un disque horizontal EE' de cuivre sur la surface duquel il promenait les deux extrémités du fil d'un galvanomètre; il les considérait comme des soudes servant à reconnaître les courants du disque, et

(¹) Matteucci, *Annales de Chimie et de Physique*, 3ᵉ série, t. XXXIX, p. 129, 134 et 136; 1853.

(²) Faraday, *Exp. researches*, 1ʳᵉ série, § 81 et suivants.

qui doivent recueillir un courant dérivé quand elles se trouvent dans la direction de l'un d'eux. Soient M et N deux points touchés. Lorsqu'ils seront sur une ligne de courant nul à la surface du disque, aucun courant dérivé n'apparaîtra; mais, quand, laissant fixe le point M, on place la deuxième sonde en un point N' voisin de N, il y aura entre ces deux points une force électromotrice positive ou négative suivant que N' est d'un côté ou de l'autre de l'arc MN, et dans les deux cas il y aura dans le galvanomètre des courants opposés. On peut donc aisément déterminer la direction des arcs MN par l'expérience, puis rapporter les points touchés à deux axes rectangulaires EF, CD, et enfin tracer les courbes d'égal potentiel ou de courants nuls. Voici maintenant le résultat de ces déterminations.

Fig. 150.



Quand la vitesse n'est pas trop grande, tout est symétrique par rapport aux axes CD et EF; il suffit donc de marquer les lignes d'égal potentiel dans un seul des quatre quadrants: on les a représentées par des lignes pleines dans l'angle COE. L'une d'elles est l'axe CD; il y en a une autre qui est circulaire et passe par A et B; puis elles changent de forme à mesure qu'on s'éloigne de A.

On conçoit maintenant que, si l'on mène des trajectoires orthogonales de ces lignes, elles indiqueront la direction des courants qui traversent la plaque. On les a représentées par des lignes ponctuées; l'une d'elles, déjà reconnue par Faraday, est l'axe EF.

Nous venons de dire que la ligne des pôles AB était un axe de symétrie pour les courants qui naissent dans la plaque. Cela est approximativement vrai quand la vitesse n'est pas considérable; mais, à mesure qu'elle augmente, on voit cet axe de symétrie s'écarter dans le sens du mouvement, se placer en E' F' et faire avec EF un angle qui augmente avec la vitesse. Or le déplacement de l'aimant est lié à la position de

cet axe de symétrie; car, si les courants développés étaient parfaitement symétriques à droite et à gauche de AB, ils agiraient également dans les deux sens, et l'aimant resterait immobile.

Après avoir terminé cette analyse, Matteucci [1] jugea à propos de la compléter par la synthèse. Il plaça sur un disque de cire des fils de cuivre dans les positions figurées en lignes ponctuées, et il les anima par des courants. Il constitua ainsi de toutes pièces un ensemble de courants immobiles, identiques à ceux que le mouvement du disque engendre dans son intérieur en présence d'un aimant. Dès lors, si leur axe de symétrie est en E′F′ et qu'on mette au-dessous une aiguille aimantée en AB, elle devra, comme dans l'expérience d'Arago, être attirée vers E′F′. C'est ce que Matteucci put en effet constater.

AMORTISSEMENT DES GALVANOMÈTRES. — L'expérience de Gambey (p. 222) a donné lieu à une application importante pour la pratique. Quand on mesure l'intensité d'un courant par la déviation permanente d'un galvanomètre, on est gêné par la lenteur avec laquelle décroît l'amplitude des oscillations de l'aiguille de part et d'autre de la position d'équilibre qu'il s'agit de fixer. On diminue beaucoup cet inconvénient en faisant osciller l'aiguille au voisinage immédiat d'un disque épais de cuivre rouge. Voici quel est l'effet de cet *amortisseur*.

Le mouvement de l'aiguille aimantée développe dans le disque de cuivre des courants induits qui, d'après la loi de Lenz, doivent gêner son mouvement, et dont l'intensité est proportionnelle à la vitesse angulaire de l'aiguille : la force retardatrice résultant de l'action électromagnétique de ces courants est elle-même proportionnelle à la vitesse. Si l'on se borne à considérer le cas de petites oscillations et de déviations permanentes faibles, l'équation différentielle du mouvement de l'aiguille peut s'écrire, en désignant par k une constante qui dépend de l'aiguille et du disque, par θ l'angle que fait l'aiguille avec l'azimut pris pour origine, par θ_0 la

---

[1] MATTEUCCI, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLIX, p. 129.

valeur de θ correspondant à l'équilibre, par $\omega^2(\theta - \theta_0)$ le moment de la force qui tend à ramener l'aiguille vers la position d'équilibre, enfin par A le moment d'inertie de l'aiguille ou en général de l'équipage mobile,

$$(1) \qquad A\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2k\frac{d\theta}{dt} + \omega^2(\theta - \theta_0) = 0.$$

La même équation convient au cas où le système mobile est une bobine traversée par un courant, et où le champ magnétique, supposé uniforme dans la région où se meut l'équipage, est produit soit par des aimants ou par des courants invariables quelconques. Elle s'applique donc à toute espèce de galvanomètres ou de boussoles ([1]). En particulier, elle convient aux oscillations de la bobine interne de l'électrodynamomètre de Weber sous l'influence d'un courant constant circulant dans la bobine externe.

La solution de cette équation, mise sous forme réelle, prend des formes différentes suivant les valeurs relatives de k et de ω.

1° Pour $\omega > k$,

$$(2) \qquad \theta - \theta_0 = Ce^{-\frac{k}{A}t}\cos\left(\frac{\sqrt{\omega^2 - k^2}}{A}t + \alpha\right);$$

2° Pour $\omega = k$,

$$(3) \qquad \theta - \theta_0 = e^{-\frac{k}{A}t}(M + Nt);$$

([1]) En réalité, l'équation rigoureuse correspondant aux oscillations de l'aiguille d'un galvanomètre est plus compliquée. Bornons-nous à considérer le cas d'un aimant de moment M oscillant sous l'influence d'une bobine fermée animée par un courant.

Soit E la force électromotrice permanente, i l'intensité du courant, r la résistance, L le coefficient de self-induction. Il faut satisfaire aux deux équations

$$E - ri - L\frac{di}{dt} - MG\cos\theta\frac{d\theta}{dt} = 0,$$

$$A\frac{d^2\theta}{dt^2} - MGi\cos\theta + MH\sin\theta = 0.$$

En éliminant i entre ces deux équations, on obtient une équation différentielle complète du troisième ordre qui ne se réduit à l'équation (1) qu'à la condition de faire $L = 0$ et de supposer θ et θ_0 infiniment petits.

3° Pour $\omega < k$,

$$(4) \qquad \theta - \theta_0 = C' e^{-\frac{k}{A}t} \left[e^{\frac{\sqrt{\omega^2 - k^2}}{A}t + \alpha} - e^{-\left(\frac{\sqrt{\omega^2 - k^2}}{A}t + \alpha'\right)} \right].$$

Étudions d'un peu plus près les deux cas extrêmes.

1° $k < \omega$. *Expériences de Weber.* — Lorsque $k < \omega$, c'est-à-dire pour une force électromotrice d'induction faible, le mouvement se compose d'une série indéfinie d'oscillations isochrones, de durée

$$T = \frac{2\pi A}{\sqrt{\omega^2 - k^2}}$$

et dont les amplitudes décroissent dans un rapport constant

$$e^{\frac{kT}{A}}.$$

On appelle *décrément logarithmique* λ le logarithme népérien $\frac{kT}{A}$ du rapport des amplitudes de deux oscillations successives,

$$\lambda = \frac{k}{A} T.$$

On remarquera qu'il suffit de mesurer λ, A et T pour en déduire la valeur numérique du coefficient k, proportionnel à la force électromotrice d'induction.

Comme application de la formule (2), nous signalerons les expériences faites par Weber [1], pour démontrer que la force électromotrice d'induction est proportionnelle à la vitesse. S'il en est ainsi, on doit trouver que les oscillations d'un galvanomètre amorti sont bien représentées par la formule (2), c'est-à-dire qu'elles sont bien réellement isochrones et que le décrément logarithmique est constant. Au lieu d'un galvanomètre, Weber employait son électrodynamomètre. Quand la bobine mobile de cet appareil, fermée sur elle-

(1) WEBER, *Electrodynamische Maassbestimmungen*, Ire Partie, p. 6 ; 1846.

même, oscille sous l'influence de la torsion bifilaire, de l'induction produite par la terre, de la résistance de l'air, etc., mais que la bobine fixe est ouverte, la formule (2) s'applique, mais le décrément logarithmique λ_0 est extrêmement petit; on le mesure ainsi que T_0; puis on fait passer dans la bobine fixe un courant constant d'intensité I; on vérifie que λ_1 et T_1 sont constants. La différence

$$\frac{\lambda_1}{T_1} - \frac{\lambda_0}{T_0}$$

est proportionnelle à la force retardatrice, c'est-à-dire à l'intensité des courants induits. En faisant varier l'intensité du courant dans la bobine fixe, ou en remplaçant l'action de cette bobine par celle d'aimants fixes placés au centre du cadre, Weber put ainsi constater que l'induction est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnelle à l'intensité de la force électromagnétique ou électrodynamique.

2° $k > \omega$. *Galvanomètres apériodiques.* — Si, laissant ω constant, on fait croître k progressivement, les oscillations du système suspendu deviennent de plus en plus lentes, et le décrément logarithmique croît. Pour $\omega = k$, le mouvement cesse d'être périodique [formule (3)]. Enfin, pour $k > \omega$, la formule (4) s'applique. L'aiguille passe une seule fois par sa position d'équilibre, atteint une certaine élongation maximum, revient vers sa position d'équilibre et s'en rapproche rapidement d'abord, puis d'une manière de plus en plus lente. Théoriquement, elle ne l'atteint jamais; mais, pratiquement, elle en est bientôt assez voisine pour qu'on puisse considérer cette position d'équilibre comme atteinte au bout d'un temps très court.

On construit aujourd'hui des galvanomètres *apériodiques* [1] dans lesquels l'induction est assez puissante pour que la condition $k > \omega$ soit toujours satisfaite. Ils sont d'un usage fréquent en télégraphie et dans un grand nombre de recherches physiques.

---

[1] En Angleterre, ces appareils sont connus sous le nom de *dead beat galvanometers*.

Comme type de galvanomètre apériodique, nous nous bornerons à décrire le galvanomètre Deprez-d'Arsonval ([1]) (*fig.* 151). L'équipage mobile est une bobine plate rectangulaire G', qui reçoit le courant à mesurer par l'intermédiaire d'une colonne et du fil de suspension *a*; le courant sort par

Fig. 151.



un autre fil *b*, placé sur le prolongement du premier, et en communication avec une borne extérieure. On règle à volonté la tension du double fil *ab* à l'aide d'un bouton que l'on voit à la partie supérieure de la figure et qu'on peut relever à volonté. L'équipage se meut dans le champ magnétique très intense et sensiblement constant produit par un

([1]) DEPREZ et D'ARSONVAL, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCIV, p. 1347; 1882.

fort aimant en fer à cheval AB′ et un cylindre creux C de fer doux placé dans une situation fixe suivant l'axe de la bobine.

Si, comme l'a fait M. Ledeboer [1], on remplace l'aimant fixe par des électro-aimants (*fig.* 152), on peut modifier à volonté l'intensité du champ et réaliser les trois cas $k > \omega$,

Fig. 152.



$k < \omega$, $k = \omega$. Il suffit pour cela d'introduire dans le circuit de l'électro-aimant une résistance variable, qu'on règle suivant le résultat à obtenir. On a ainsi un excellent appareil de démonstration pour l'étude de l'amortissement.

DÉTERMINATION DE L'ÉQUIVALENT MÉCANIQUE DE LA CHALEUR A L'AIDE DES COURANTS INDUITS. — Les courants induits développés

---

(1) Ledeboer, Thèse de doctorat, Paris, 1886; voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 53 et suivantes.

dans une masse conductrice en mouvement produisent de la chaleur, conformément à la loi de Joule. Mais la force électromotrice qui les entretient emprunte l'énergie disponible au travail mécanique du déplacement. D'ailleurs, quand l'appareil, quel qu'il soit, où se produisent les courants induits par le mouvement a atteint un volume uniforme, l'induction n'est plus accompagnée d'aucune variation d'énergie potentielle et par suite il doit y avoir équivalence entre le travail dépensé et la chaleur produite. Sans nous préoccuper de la nature des actions en jeu, il nous suffit donc d'évaluer cette quantité de chaleur et ce travail, pour déduire d'expériences de ce genre l'équivalent mécanique de la chaleur.

Dès 1843, M. Joule ([1]) faisait tourner un tube plein d'eau entre les branches d'un électro-aimant, et le nombre qu'il obtenait en comparant l'échauffement de l'eau au travail moteur variait entre 322 et 572 kilogrammètres dépensés par grande calorie produite. M. Le Roux ([2]) reprenait ces expériences en 1857 avec les machines électromagnétiques de l'*Alliance* et trouvait 442, 462, 470. Enfin, des recherches plus précises ont été réalisées en 1871 par M. Violle ([3]), en modifiant légèrement le dispositif de l'expérience suivante de Foucault ([4]). Ce physicien mettait en mouvement un disque métallique A (*fig.* 153) entre les mâchoires N, S d'un puissant électro-aimant. Quand celui-ci n'est point excité, un effort minime suffit à faire tourner le disque; mais, dès que le circuit de l'électro-aimant est fermé, on constate qu'il faut exercer un effort très considérable pour mouvoir le disque, et celui-ci s'échauffe à un tel point qu'on ne peut le toucher sans se brûler.

M. Violle a mesuré le travail nécessaire pour faire tourner

([1]) JOULE, *Philosophical Magazine*, 3e série, t. XXIII, p. 263, 347 et 435; 1843.

([2]) LE ROUX, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLV, p. 414.

([3]) VIOLLE, *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXI, p. 64; 1870.

([4]) FOUCAULT, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLV, p. 316; 1855. Voir aussi *Recueil des Travaux scientifiques de Léon Foucault*, p. 342; Paris, 1878.

le disque de Foucault, en lui communiquant son mouvement par la chute d'un poids. La hauteur de chute dont on disposait était assez grande pour que la vitesse devînt uniforme, et il suffisait de compter le temps pendant lequel le poids s'abaissait d'une quantité fixe de 1^m, par exemple, pour éva-

Fig. 153.



luer sa vitesse. Celle-ci s'est trouvée proportionnelle au poids moteur utile, c'est-à-dire au poids moteur vrai diminué de celui qui est nécessaire pour vaincre les résistances passives quand on communique à l'axe la vitesse avec laquelle on doit opérer, mais qu'on laisse l'électro-aimant ouvert. Il résulte de là que le travail absorbé par la rotation du disque pendant l'unité de temps, proportionnel au poids moteur et à la vitesse, est, en définitive, proportionnel au carré de la vitesse. Cette observation confirme la loi de Neumann ; car, si chacun

des courants induits possède une intensité proportionnelle à la vitesse du déplacement, le travail des actions électrodynamiques est proportionnel à l'intensité de ces courants et au chemin parcouru, c'est-à-dire encore au carré de la vitesse.

Pour mesurer la quantité de chaleur développée dans le disque, M. Violle installe celui-ci sur l'axe à l'aide d'une double bague de caoutchouc et d'un verrou, de telle sorte qu'en tirant ce dernier on peut, par un choc imprimé à l'axe, en détacher le disque au bout d'une durée de rotation quelconque, le recevoir sur un support en fils de soie, et l'immerger aussitôt dans un calorimètre. On détermine ainsi l'échauffement du disque. Il n'est pas rigoureusement exact de prendre cet échauffement pour mesure de la quantité de chaleur produite dans l'expérience; car le disque, plongé en partie dans l'air, perd dans le milieu ambiant une certaine quantité de chaleur. Pour en tenir compte, M. Violle réalise des expériences de durée différente, dans des conditions d'ailleurs identiques, et s'en sert pour calculer la correction rendue nécessaire par le refroidissement.

D'expériences faites avec divers métaux M. Violle déduit les résultats suivants :

Métal employé.	Équivalent mécanique de la chaleur en kilogrammètres.
Cuivre	435,2
Étain	435,8
Plomb	437,4
Aluminium	434,9

Il adopte le nombre 435. L'équivalent mécanique de la chaleur serait, d'après ces expériences, égal à 435^{kgm} par grande calorie, ou, dans le système C.G.S, à

$$\frac{435 . 1000 . 980 . 896 . 100}{1000} = 3,267 . 10^7 \text{ ergs.}$$

Ce nombre, comparé aux meilleures déterminations de Joule, paraît un peu trop fort; l'écart de $\frac{1}{80}$ environ doit sans doute être attribué à une évaluation trop basse de la correction due au refroidissement.

OSCILLATIONS DES COURANTS INDUITS DANS UNE BOBINE OUVERTE. — Dans ce qui précède, nous avons admis (p. 221) ce résultat des expériences de Dove, que l'interposition d'une spirale ouverte ne modifie pas l'induction exercée par un champ magnétique sur une bobine fermée. On aurait tort d'en conclure qu'une spirale ouverte soumise à l'induction n'est le siège d'aucun phénomène spécial. Voici les principales données que l'on possède actuellement sur ce sujet délicat et peu connu.

Si les deux extrémités d'une spirale induite sont en relation avec les deux armatures d'un condensateur, et qu'on ouvre brusquement le circuit inducteur, le condensateur se charge puis se décharge à travers la bobine, qui devient le siège d'un courant oscillatoire.

Les forces électromotrices d'induction agissent donc même quand la bobine induite est ouverte; elles ont pour effet d'amener des masses électriques libres aux deux extrémités du fil induit, comme si le circuit extérieur était fermé. Mais ces masses, reçues par le condensateur, développent une force électromotrice inverse de celles qui déterminent l'induction; dès que cette force électromotrice inverse domine, elle donne lieu à un mouvement électrique inverse du premier.

Il n'est même pas nécessaire d'avoir recours au condensateur, dont l'effet n'est que d'accroître la capacité des extrémités du fil induit. Le même mécanisme entre en jeu quand les extrémités de ce fil sont libres; la période seule des oscillations, dont on constate expérimentalement l'existence, se trouve modifiée par la suppression du condensateur.

Les oscillations dans le circuit induit ont été découvertes par M. von Helmholtz [1] et étudiées par MM. Blaserna [2], Bernstein [3] et Mouton [4]. M. Bernstein fermait le circuit inducteur par le moyen d'une roue établissant un contact

---

(1) Helmholtz, *Monatsberichte der Berl. Akad.*, 1871.

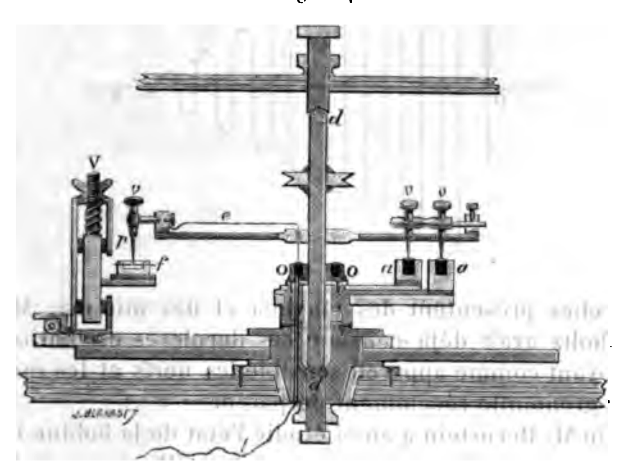
(2) Blaserna, *Sul sviluppo e la durata delle correnti d'induzione*, Palerme, 1870; *Archives des Sciences physiques et naturelles*, nouvelle série, t. XXXVIII, p. 338; 1870.

(3) Bernstein, *Pogg. Ann.*, t. CXLII, p. 54; 1871.

(4) Mouton, *Étude expérimentale sur les phénomènes d'induction électrodynamique*. Thèse de Doctorat, 1876.

de $\frac{1}{3000}$ à $\frac{1}{1000}$ de seconde à chaque révolution. La même roue, au bout d'un certain temps après l'ouverture du circuit inducteur, fermait sur un galvanomètre et pendant un temps très court le circuit induit ouvert jusque-là. On observait le signe et la grandeur de l'impulsion galvanométrique produite. La *fig.* 154 représente la disposition employée. Les godets à mercure *a*, *a* sont en relation avec le circuit inducteur. La bobine induite communique d'une part avec le levier *e* porté sur la roue tournante, d'autre part avec le fil *f* : la durée du

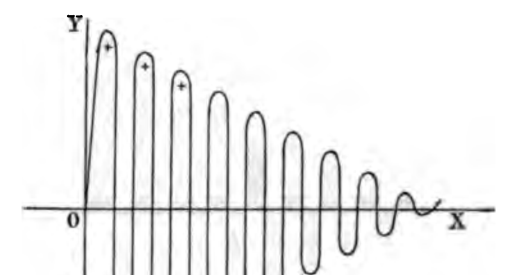

Fig. 154.



contact en *f* n'est qu'une faible partie de celle de la fermeture du circuit inducteur produite en *a*, *a* par deux pointes en communication métallique entre elles, portées par un second bras de la roue. Une vis micrométrique V permet de déplacer de quantités très faibles le fil *f*, pour observer l'état du circuit induit à diverses périodes. La *fig.* 155, dans laquelle on a pris pour abscisses les temps écoulés depuis la fermeture du circuit inducteur et pour ordonnées les impulsions galvanométriques, représente les expériences de M. Bernstein. Dans une des expériences, la durée des oscillations est en moyenne de $\frac{1}{20000}$ de seconde : la première oscillation dure plus longtemps.

M. Bernstein a aussi essayé de réunir les points *r* et *t* (*fig.* 154) par une dérivation, de sorte que le circuit induit reste toujours fermé et que le galvanomètre est traversé seulement par une dérivation à chaque tour de roue. Ici les impulsions galvanométriques ont toutes été de même sens,

Fig. 155.



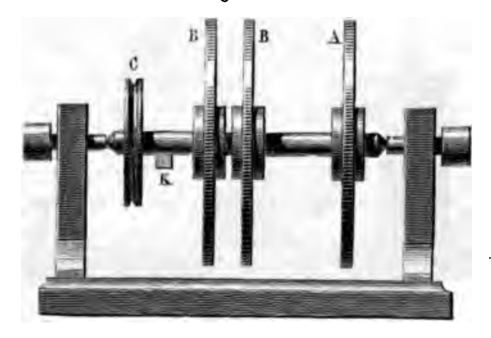
mais elles présentent des maxima et des minima. M. von Helmholtz avait déjà constaté ces dernières oscillations en employant comme appareil sensible les nerfs et les muscles d'une grenouille récemment préparée.

Enfin M. Bernstein a aussi étudié l'état de la bobine inductrice peu après l'ouverture du circuit, et il a constaté l'existence d'oscillations, peu importantes quand la bobine inductrice n'a qu'un petit nombre de tours, mais de plus en plus accusées à mesure qu'elle en contient davantage. Le caractère de ces oscillations est le même sur le circuit inducteur et sur le circuit induit.

Les recherches de M. Mouton ont été poursuivies à l'aide d'un appareil très perfectionné dont la pièce essentielle est un disjoncteur construit par MM. Brunner et représenté par les *fig.* 156, 157 et 158. La roue A ferme et interrompt le circuit inducteur par le moyen d'un filet excentrique *a* (*fig.* 158) qui vient à chaque révolution frotter contre une pièce en bronze *b* taillée en couteau. Les roues B, B, identiques entre elles (*fig.* 156), établissent, à l'aide du couteau *f* (*fig.* 158), porté

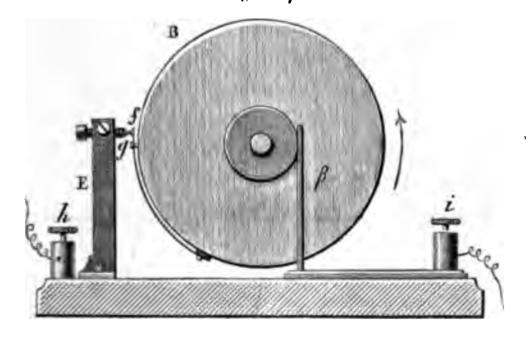
par un long ressort, et de la vis *g*, la communication des extrémités du fil induit avec les deux couples de quadrants d'un électromètre de Thomson, de telle sorte que la bobine induite reste toujours ouverte, et qu'on mesure les différences de

Fig. 156.



potentiel des fils extrêmes à des intervalles connus après la rupture du circuit inducteur. La vis micrométrique *c* (*fig.* 158) sert à déplacer le couteau *b*, tandis que les autres parties de l'appareil restent fixes : l'instant où le contact *fg* se produit

Fig. 157.

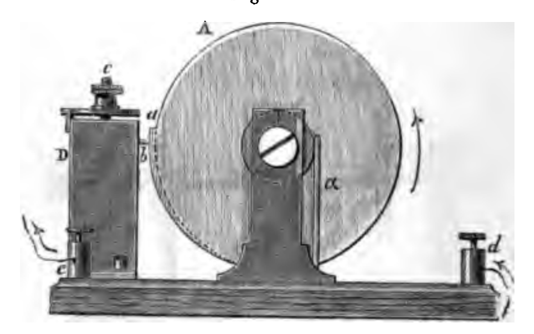


est donc à volonté écarté ou rapproché de celui de la rupture du courant inducteur.

M. Mouton a constaté qu'une différence de potentiel s'accuse aux deux extrémités du fil induit en un temps moindre que $\frac{1}{1000000}$ de seconde après la rupture du courant induc-

teur. Cette différence de potentiel est de sens tel que, si les deux extrémités du fil induit étaient réunies, elle donnerait lieu au courant induit direct ordinaire ; elle va en croissant,

Fig. 158.



atteint un maximum, puis change de signe, atteint un nouveau maximum en sens contraire et continue à osciller de part et d'autre du zéro. Les temps qui séparent deux zéros consécutifs sont rigoureusement égaux, à l'exception du

Fig. 159.

premier qui est plus long. Ces temps diffèrent suivant les bobines induites employées, mais, dans les limites où a opéré M. Mouton, sont indépendants du nombre des spires

la bobine inductrice. Avec l'une des bobines induites qui it 13860 tours, la durée de la première période était de $\frac{10}{0000}$ de seconde, et celle des périodes suivantes de $\frac{76}{1000000}$ $\frac{77}{000000}$ de seconde. Quand on change l'intensité du cou-t inducteur, les aires $\int_0^\theta E\,dt$, où E représente la différence potentiel à un instant quelconque, θ la durée de la pre-re période, sont exactement proportionnelles à l'intensité e courant. La *fig.* 159 représente exactement le résultat l'une des expériences de M. Mouton. Cette courbe est struite en prenant pour abscisses les temps et pour ordon-s les différences de potentiel. Le nombre des oscillations sans doute infini; mais la limite de précision des appareils permet d'en constater qu'un certain nombre. M. Mouton u en compter plus de 30.

CHAPITRE VIII.

ÉTINCELLE D'INDUCTION.

Étincelle accompagnant la rupture d'un circuit. — Courant induit de rupture. — Différence d'effet des deux sortes de courants induits. — Cas où le circuit induit est ouvert.

Bobine de Ruhmkorff. — Condensateur. — Machines cloisonnées. — Interrupteur de Foucault. — Interrupteurs divers. — Étincelle d'induction. — Charge de la batterie. — Décharge dans les gaz raréfiés. — Actions magnétiques exercées sur la décharge. — Stratification de la décharge d'induction. — État sensitif des décharges à travers les gaz raréfiés. — Effluve électrique.

ÉTINCELLE ACCOMPAGNANT LA RUPTURE D'UN CIRCUIT. — Pour qu'une étincelle se produise entre deux conducteurs, il est indispensable de leur communiquer une différence de potentiel suffisamment considérable, et dont la valeur dépend de la forme des conducteurs, de la nature et de la pression des gaz qui les séparent. Cette différence de potentiel, ou la force électromotrice correspondante, est toujours extrêmement considérable; Sir W. Thomson [1] a trouvé les résultats suivants pour deux disques plans, dans l'air à la pression atmosphérique :

Distance.	Différence de potentiel (en unités électrostatiques).	Force électromotrice (en volts).
cm 0,0086	2,30	690
0,0190	4,26	1278
0,0408	6,18	1854
0,0688	9,69	2907
0,1056	13,95	4185

[1] Sir W. THOMSON, *Reprint of Papers*, p. 258.

Il faudrait donc employer environ 4000 éléments de Volta pour obtenir une étincelle à 1^{mm} de distance.

Or, si l'on vient à rompre le circuit d'une pile même d'un très petit nombre d'éléments, on obtient toujours une étincelle. On peut la rendre très apparente en terminant l'un des conducteurs par une lime sur laquelle on promène l'extrémité de l'autre conducteur. Si le circuit comprend une bobine, c'est-à-dire s'il possède un coefficient de self-induction un peu considérable, l'étincelle devient plus vive et plus bruyante. Plus le coefficient de self-induction est grand, plus ces effets s'exagèrent.

Cette simple expérience établit que la force électromotrice entre les extrémités de conducteurs qu'on sépare brusquement atteint une valeur supérieure à la force électromotrice de la pile contenue dans le circuit. Il est difficile d'analyser exactement les conditions de cette expérience. Toutefois, on remarquera que la force électromotrice d'induction est, à un moment quelconque,

$$-L\frac{\partial i}{\partial t};$$

or on peut imaginer que la rupture s'accomplisse assez vite pour que $-\frac{\partial i}{\partial t}$ devienne supérieur à toute quantité donnée. Comme la résistance R du circuit fermé par l'étincelle est très grande par rapport à celle r du circuit primitif, la quantité d'électricité totale de l'extra-courant

$$L\int_{i=\iota}^{i=0}-\frac{1}{R}\frac{\partial i}{\partial t}dt$$

sera beaucoup plus petite que $\frac{L\iota}{r}$, mais, en même temps qu'elle diminuera de plus en plus, il pourra se faire que la valeur maximum de l'intensité variable

$$\frac{E-L\frac{\partial i}{dt}}{R}$$

prenne une valeur quelconque, par exemple beaucoup plus grande que l'intensité normale $\frac{E}{r}$ du courant ininterrompu. L'effet galvanométrique de l'extra-courant pourra diminuer au point de devenir presque négligeable, et cependant cet extra-courant se montrera très actif pour tous les effets qui dépendent surtout de la valeur maximum de l'intensité, par exemple les commotions communiquées aux muscles vivants.

COURANT INDUIT DE RUPTURE. — DIFFÉRENCE D'EFFET DES DEUX SORTES DE COURANTS INDUITS. — Les mêmes observations s'appliquent au courant induit de rupture. La force électromotrice correspondante a pour valeur, à un instant donné,

$$e = -M\frac{\partial i}{\partial t},$$

et peut devenir plus grande que toute valeur assignable.

Supposons d'abord que le circuit induit est fermé sur une résistance R' fixe. La quantité totale d'électricité qu'il transporte

$$q = \frac{Mi}{R'}$$

est entièrement déterminée, indépendamment des circonstances de la rupture, et il en est de même de son effet galvanométrique; mais la valeur maximum de l'intensité dépend au contraire essentiellement de ces circonstances: elle peut être très supérieure à l'intensité normale du courant inducteur : on peut donc se placer dans des conditions telles que le courant induit produise des commotions violentes sur les muscles vivants, etc.

Si l'on compare le courant induit de rupture (courant direct) au courant induit de fermeture (courant inverse), on reconnaît, comme l'expérience nous l'a appris, qu'ils transportent des quantités d'électricité égales et de signe contraire $-\frac{Mi}{R'}$, $-\frac{Mi}{R'}$ et que, par suite, leurs effets galvanométriques inverses sont équivalents. Il n'en est pas de même des effets qui dépendent de l'intensité maximum. Nous avons analysé

les conditions du courant de fermeture (p. 181 et 182) et constaté que son intensité

$$i' = -\frac{E}{2R'\alpha}(e^{\rho t} - e^{\rho' t})$$

passe par une valeur maximum, qu'il est possible de calculer et qui n'est jamais extrêmement considérable ; par exemple, si l'on fait $L = L' = M$, cette valeur est $-\frac{E}{2R'}$. Il en résulte qu'il sera peu efficace pour produire les commotions, etc.

Cette différence avait frappé les premiers physiciens qui ont étudié les phénomènes d'induction. Elle se poursuit jusque dans l'effet des courants induits d'ordre supérieur, où elle a été étudiée par Henry (p. 206).

CAS OU LE CIRCUIT INDUIT EST OUVERT. — Si le circuit induit est ouvert, la fermeture du circuit inducteur développera une force électromotrice $-M\frac{\partial i}{\partial t}$, toujours assez faible, et en général insuffisante pour provoquer une étincelle; l'électricité mise en liberté par l'induction (p. 238) chargera faiblement les fils extrêmes et donnera lieu à des oscillations électriques assez peu importantes.

Au contraire, la rupture du circuit inducteur pourra développer une force électromotrice $-M\frac{\partial i}{\partial t}$ qui, à un moment donné, se trouve assez forte pour faire jaillir une étincelle entre les deux fils extrêmes. Le circuit, momentanément fermé par l'étincelle, possédera à chaque instant une résistance déterminée : un courant d'intensité déterminée traversera le circuit induit.

Si donc, après avoir pratiqué sur le fil induit une interruption de longueur notable, on vient à ouvrir et fermer alternativement le circuit inducteur, les ruptures seront seules efficaces pour provoquer des courants induits capables d'affecter un galvanomètre. Si les interruptions sont suffisamment rapides, l'aiguille prendra une déviation fixe dans le sens des courants directs; les actions chimiques, dans le voltamètre,

se produiront dans le même sens. On aura, si l'on veut, *tamisé* les courants induits : les courants directs passent, les courants inverses sont arrêtés.

L'artifice consistant à pratiquer une interruption sur un circuit pour constater le sens de la force électromotrice maximum a été fréquemment mis en œuvre par les physiciens. Il suffira de signaler les recherches de Verdet sur les courants induits par les décharges électriques (p. 207) et de Masson sur les courants induits d'ordre supérieur (p. 205).

BOBINE D'INDUCTION DE RUHMKORFF. — Le même artifice permet de disposer de véritables *machines électriques*, dont les puissantes étincelles, provoquées par des phénomènes d'induction, ne se distinguent par aucun caractère essentiel de celles des machines à frottement ou à influence.

Masson et Bréguet disposèrent les premiers des bobines contenant un circuit inducteur, un interrupteur rapide et un circuit induit, entre les fils extrêmes duquel éclataient les étincelles.

Leur machine, perfectionnée par Ruhmkorff, est devenue

Fig. 160.



un des instruments les plus précieux de la Physique. On a re-présenté (*fig.* 160) une vue prise perpendiculairement à l'axe.

ɜntre de l'appareil, en O, se trouve un faisceau de fils loux; la bobine inductrice enveloppe ce faisceau; elle tenue dans un cylindre isolant de verre ou de caoutlurci, représenté par un cercle ponctué; elle est coml'un fil de 2^{mm} à $2^{mm},5$ de diamètre, faisant environ ırs, et dont les extrémités communiquent, l'une en 'autre en A. La bobine induite est enroulée sur le e isolant; elle est constituée par un fil beaucoup plus ıt le diamètre ne dépasse pas $\frac{1}{4}$ de millimètre, qui fait ıs 30000 tours et qui est très soigneusement isolé au d'un mastic de gomme laque fondue. Les deux extrée ce fil sortent de l'appareil en K et en L et communideux poupées isolées K' et L', qui peuvent être mises ıort avec un circuit extérieur quelconque.

ıe-là l'appareil est identique à celui de Masson et Bréen diffère par l'appareil destiné à fermer et à ouvrir tivement le circuit inducteur. Le rhéotome adopté ımkorff, et qui est représenté dans la figure, avait été ɜ par de la Rive. Le courant partant de + M entre dans ıe par l'extrémité opposée; il sort par A et arrive à la B; de là il passe par un levier très mobile BC jusqu'à teau C, dont la tête est de fer et la base de platine, et ose par son poids sur une enclume D également re-e platine à sa face supérieure. Le courant continue ɜ du marteau C à l'enclume D, de D à la poupée F, et e au pôle négatif de la pile M. Mais à peine a-t-il comà circuler que les fils de fer O s'aimantent et soulèmarteau, ce qui établit une interruption entre C et D. iatement après, le fer se désaimante; alors le marteau e et rétablit la communication. Il est clair que ces al-ʳes de passage et d'interruptions se continueront indéıt; on pourra les rendre plus ou moins rapides en nt ou en abaissant par une vis G la lame élastique sur ɜ se pose l'enclume.

maintenant les principaux effets de cet appareil:

l'on réunit les extrémités K″ et L″ par un voltamètre à de cuivre, le sel sera alternativement traversé en sens re par des quantités égales d'électricité qui ne produicune décomposition apparente. Mais, quand on inter-

posera un voltamètre à eau dans le circuit, on trouvera des gaz dégagés aux deux pôles : ils devraient y former des volumes égaux, contenant l'hydrogène et l'oxygène en proportions atomiques; mais, comme les électrodes de platine se polarisent et que la force électromotrice de polarisation développée dépend à la fois de l'intensité des courants, du temps pendant lequel ils durent et de la nature des deux gaz, les proportions et les quantités de ces gaz seront inégales dans les deux cloches.

2° L'aiguille d'un galvanomètre placé en K″L′ sera sollicitée en sens opposé par les deux courants alternatifs. Les deux effets devraient théoriquement être égaux et s'annuler absolument l'un l'autre. On constate toutefois une très légère déviation de l'aiguille dans le sens des courants directs. C'est un effet secondaire que nous expliquerons ultérieurement.

3° Laissons entre K″ et L″ un intervalle d'air. Poggendorff, Verdet et Masson ont constaté, conformément à ce que nous savons déjà de l'intensité maximum des deux courants induits, que tous les effets galvanométriques et chimiques vont en croissant dans le sens des courants directs quand l'intervalle entre K″ et L″ augmente, l'interruption faisant l'effet d'une espèce de filtre qui arrête les courants inverses.

4° Lorsque, enfin, l'interruption est assez grande pour que les deux espèces de courants ne puissent la traverser, tout se réduit à des oscillations électriques intérieures à la bobine. Mais la force électromotrice maximum des courants directs étant la plus considérable, un électroscope ordinaire indique entre les deux extrémités du fil une force électromotrice moyenne dans le sens des courants directs. C'est ce que Poggendorff a encore constaté.

CONDENSATEUR. — La longueur des étincelles que l'on obtenait avec les premières machines ne dépassait pas 4^{mm} à 5^{mm}. Il y avait en effet une cause d'affaiblissement qu'il est facile de concevoir en analysant le mécanisme de la rupture du courant. Au moment où le marteau se soulève pour interrompre le courant inducteur, il se produit entre le marteau et l'enclume une étincelle qui continue le courant inducteur,

lequel, au lieu de cesser brusquement, tend vers une intensité nulle par des intensités décroissantes ou par des oscillations. La durée du courant induit direct est donc augmentée, et la force électromotrice maximum qu'il est capable de produire considérablement abaissée. L'étincelle entre le marteau et l'enclume a un autre inconvénient : elle altère rapidement les surfaces de platine et souvent les fait adhérer l'une à l'autre; il faut donc la diminuer le plus possible.

Pour cela, M. Fizeau [1] a disposé, dans la base même de l'appareil, un condensateur de très grande surface, dont la lame isolante est une feuille de taffetas repliée, revêtue sur ses deux faces de feuilles d'étain qui en sont les armatures. Ces armatures sont conventionnellement représentées dans la *fig.* 160, l'une marquée + + + est reliée à B, l'autre marquée — — — est reliée à F. Lorsque le marteau se soulève, la quantité d'électricité mise en liberté dans la bobine correspondant à l'extra-courant se répand dans le condensateur, dont la capacité est considérable; par suite, la force électromotrice entre l'enclume et le marteau ne peut devenir aussi grande et l'étincelle diminue beaucoup. D'ailleurs, la plus grande partie de la charge du condensateur se recombine à travers les spires de la bobine, en donnant un courant inducteur inverse, dont l'effet ajoute à la production du courant induit direct ou de rupture.

L'amélioration que la machine éprouve par l'addition de ce condensateur est manifeste; les étincelles augmentent jusqu'à 8^{mm} ou 10^{mm}, et l'altération des surfaces du rhéotome n'est plus aussi rapide.

MACHINES CLOISONNÉES. — Puisque la force électromotrice entre K′ et L″ croît rapidement avec la longueur du fil induit, on conçoit que, théoriquement, elle peut être indéfiniment augmentée. Dans la pratique, on a eu à lutter contre de grandes difficultés. On construisait les bobines en enroulant le fil par couches superposées, sous forme de spirales qui allaient d'une extrémité à l'autre et revenaient au point de

---

(1) FIZEAU, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXXVI, p. 418.

départ; il en résultait que deux fils superposés étaient séparés par la longueur totale de deux assises, longueur très grande; il existait donc entre eux une force électromotrice considérable, et il pouvait en résulter une étincelle locale capable de briser l'enduit isolant qui les séparait. Quand une rupture s'était ainsi produite, l'appareil perdait une longueur effective de fils égale à celle des deux assises qui se mettaient en communication, et le mal ne pouvait être réparé qu'en démontant la bobine.

Le procédé auquel on s'est arrêté pour remédier à cet inconvénient a été proposé par Poggendorff ([1]). Il consiste à fractionner la bobine totale en un grand nombre d'autres qui sont juxtaposées. De cette façon, la différence de potentiel entre deux spires consécutives est toujours faible, et la résistance des vernis toujours suffisante pour isoler les fils. On a pu dès lors augmenter la puissance des machines, et obtenir des étincelles de $0^m,40$. Mais alors les inconvénients de l'interrupteur se font de nouveau sentir, et il est utile d'employer celui qui a été imaginé par Foucault.

INTERRUPTEUR DE FOUCAULT ([2]). — Cet instrument est représenté en coupe et en élévation dans les *fig.* 161 et 162. Une lame de cuivre PC, qu'on peut soulever ou abaisser par une crémaillère, décrit, quand elle est dérangée de son équilibre, des oscillations qui sont plus ou moins rapides, suivant qu'on fixe un contrepoids P à diverses hauteurs. Elle entraîne dans son mouvement une tige aBA, qui porte en a un fer doux placé au-dessus d'un électro-aimant D, et en BB′ une pointe de platine. Celle-ci plonge dans un godet de verre à fond métallique, qui contient du mercure et une couche d'alcool superposée; elle est baignée par l'alcool et affleure à la surface du mercure. Une petite pile locale I envoie un courant dans le mercure du godet, de là dans le conducteur B′BC, puis dans l'électro-aimant. Celui-ci s'aimante,

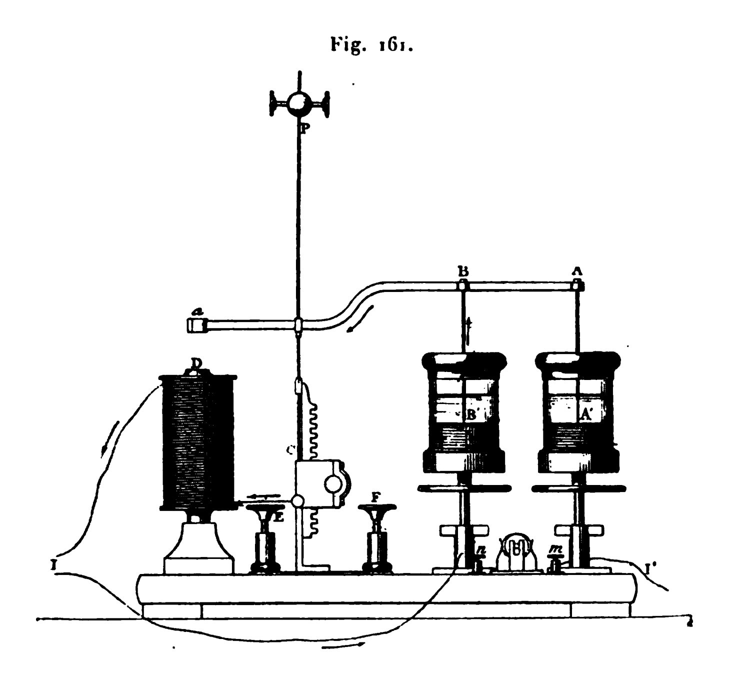
---

([1]) POGGENDORFF, *Pogg. Ann.*, t. XCIV, p. 289; 1855.

([2]) FOUCAULT *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLII, p. 215; 1856. *Voir* aussi *Recueil des Travaux scientifiques de Léon Foucault*, p. 345 et suivantes.

attire le contact *a*, soulève la pointe B′, qui sort du mercure et interrompt le courant; alors la lame PC ramène par son élasticité la pointe B′ dans le mercure et ferme de nouveau

Fig. 161.



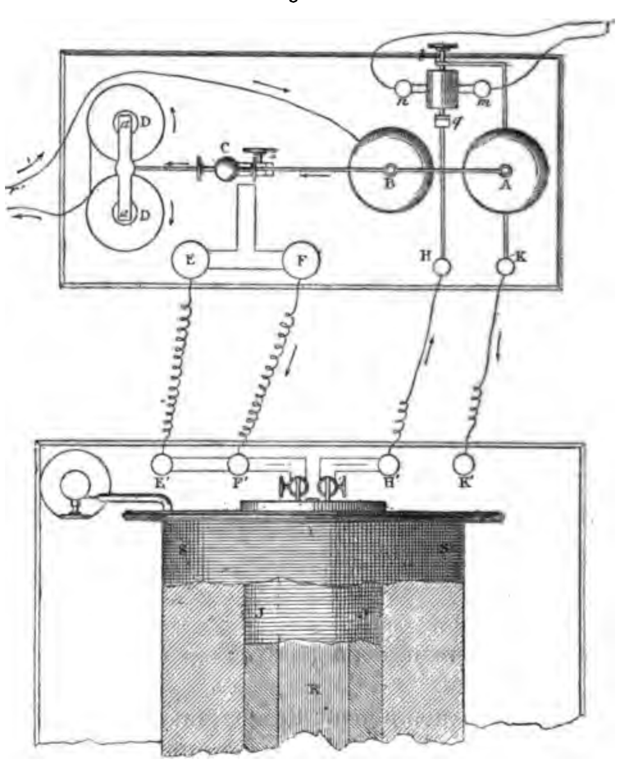
le circuit; de là résulte un mouvement continuel d'oscillation.

Occupons-nous maintenant du courant inducteur. Il est engendré par une pile I′; il passe dans un commutateur *mn* (*fig.* 162), va de *l* à un godet A, qui est disposé comme le précédent et dans lequel plonge une pointe AA′ portée par la même tige AB*a*. Si cette pointe est relevée au-dessus du mercure, le courant est interrompu; si elle est abaissée, le courant passe, vient en C, en FF′, traverse la bobine inductrice JJ, sort par H′H, revient au commutateur en *q*, et de là à la pile.

Les extrémités du condensateur sont en E′ et K′. Au moment où le courant s'interrompt, l'électricité négative se répand par E′ dans la première armature, la positive dans la seconde en

suivant H′Hq, le commutateur, la pile I′ et le conducteur lKK′; mais aussitôt la recombinaison a lieu sous forme de courant qui part de K′, traverse le conducteur K′Kl, le commutateur,

Fig. 162.



la pile qHH′ et la bobine JJ; les conditions sont les mêmes que précédemment.

Après ces divers perfectionnements, la machine de Ruhmkorff atteint une puissance que l'on peut en quelque sorte indéfiniment augmenter et qui ne dépend que de la longueur de la bobine induite. Celle que possède l'École Polytechnique donne des étincelles qui se reproduisent à chaque interruption et qui atteignent 0m,33 de longueur. Ruhmkorff en avait construit de plus puissantes encore; mais celles-ci ont été

s-mêmes dépassées par les grandes bobines construites Angleterre par M. Apps. L'une d'elles, appartenant à Spottiswoode, a figuré à l'Exposition d'Électricité et fourni étincelles de $1^m,08$ de long. Nous donnerons, d'après Gordon (¹), quelques renseignements numériques sur la struction de ce puissant électromoteur.

e circuit inducteur est un fil de cuivre de 512^m de long et $0^{mm},245$ de diamètre, enroulé en 1344 tours sur une bo- e de $1^m,06$ de long; sa résistance est de $2^{ohms},3$. La bobine tient un faisceau de fils de fer doux de $1^m,12$ de long et $)^{cm}$ de diamètre.

e circuit induit ne mesure pas moins de 450^{km} d'un fil $0^{mm},024$ de diamètre vers le centre de la bobine et un plus gros aux deux extrémités. Il est enroulé en 850 tours et divisé en quatre bobines placées bout pour t et séparées par des plaques d'ébonite. Sa résistance est 110200^{ohms}.

nfin le condensateur comprend 126 couches de paillon ain de $0^{mq},21$ de surface, séparées par du papier verni.

'our obtenir les plus longues étincelles, on anime le circuit ucteur par 30 éléments de Grove.

TERRUPTEURS DIVERS. — On munit actuellement les bobines duction d'interrupteurs de forme et de nature assez va- es, suivant la grandeur des bobines et la nature des expé- nces auxquelles on les destine. Nous passerons en revue principaux systèmes en usage.

e suivant, dû à M. Marcel Deprez (²), est analogue à l'in- upteur à marteau précédemment décrit; A (*fig.* 163) est petite armature de fer doux, mobile autour d'une broche très robuste, qui passe par son centre de figure. L'une de extrémités est située en regard du faisceau de fils de fer x G, et s'appuie contre une vis F, garnie de platine à son émité. Le courant inducteur arrive par cette vis, traverse mature jusqu'en D et continue son chemin en passant par

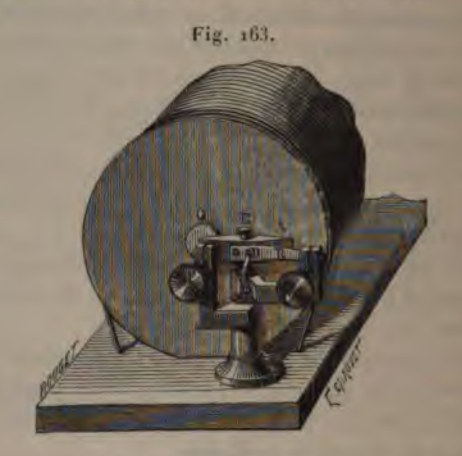
---

(¹) GORDON, *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, traduit par M. Ray- , t. II, p. 108; Paris, 1881.

(²) MARCEL DEPREZ, *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. X, p. 360; 1881.

le pivot E et par une petite lame de cuivre flexible, pour se rendre à la bobine. La force antagoniste est celle d'un ressort R attaché en D à l'armature A et dont on règle la tension avec la vis E. Le jeu de cet interrupteur s'explique de lui-même. Son avantage est dans la rapidité avec laquelle le courant est rétabli immédiatement après son interruption.

Fig. 163.



On emploie pour les très petites bobines un simple trembleur, c'est-à-dire une lame élastique dans laquelle le courant s'introduit par une vis de butage et qui sert d'armature au noyau de fer doux de la bobine.

On a parfois besoin d'obtenir, pour des expériences spéciales, des interruptions du circuit inducteur extrêmement rapides. M. Spottiswoode [1] adapte à sa grande bobine une sorte de trembleur dont la lame élastique est remplacée par une verge grosse et courte encastrée par une de ses extrémités dans un bloc très massif; l'autre extrémité exécute des oscillations de très faible amplitude entre une vis de butage très forte et très solide, en communication avec le circuit inducteur et le noyau de fer doux d'un petit électro-aimant très voisin, entretenu par un courant indépendant. M. Spottiswoode a pu obtenir ainsi jusqu'à 2500 interruptions par minute.

---

(1) Spottiswoode, *Proceedings of the Royal Society*, t. XXIII, p. 455.

On peut encore employer le principe de la roue de Pouillet (voir *la Pile*). Ainsi M. Spottiswoode ([1]) dispose en communication avec le circuit inducteur un disque de cuivre entaillé suivant un certain nombre de secteurs et dont les vides sont remplis par des lames d'ébonite. Un léger ressort de platine, maintenu par une mâchoire garnie de caoutchouc, qui amortit ses oscillations, appuie sur la circonférence du disque. Celui-ci est mû à la main ou par une machine à vapeur. Enfin M. Gordon ([2]) monte une roue de Pouillet comme volant sur l'axe d'une petite machine magnéto-électrique et s'en sert pour produire jusqu'à 6000 interruptions par minute dans le circuit inducteur d'une bobine.

Étincelle d'induction. — L'étincelle de la bobine d'induction présente avec les décharges des machines électriques et, en particulier, avec celles de la machine de Holtz, les plus grandes analogies ; mais elle offre aussi quelques caractères spéciaux. En effet, si la distance explosive est grande, les forces électromotrices directes acquièrent seules une valeur assez grande pour déterminer la production d'une étincelle, et il n'y a aucune différence essentielle entre celle-ci et l'étincelle des machines électriques; mais, si la distance explosive diminue suffisamment, les forces électromotrices inverses peuvent aussi donner des étincelles et, dans le cas de fermeture et d'ouverture rapides du courant inducteur, on observe des apparences spéciales résultant de la succession régulière de décharges inverses et très rapprochées. Nous nous occuperons d'abord de l'étincelle éclatant dans l'air, à la pression atmosphérique; ensuite des phénomènes qu'elle présente dans les gaz plus ou moins raréfiés. Nous ne trouverons qu'un petit nombre de faits véritablement nouveaux, mais nous aurons l'occasion de compléter ce que nous avons dit ailleurs de la décharge disruptive dans les gaz ([3]).

Quand l'étincelle d'induction d'une puissante bobine éclate

([1]) Gordon, *Traité expérimental d'Électricité et de Magnétisme*, traduit par M. Raynaud, t. II, p. 104.

([2]) Gordon, *Ibid.*, p. 107.

([3]) *Voir* 1er fascicule.

dans l'air et que les électrodes sont suffisamment éloignées pour ne donner passage qu'au courant direct, l'étincelle produite par une interruption unique est en zigzag, comme celle des machines électriques, et s'accompagne d'un bruit sec et très intense ou d'un craquement suivi d'un sifflement assez prolongé. Avec la grande bobine de M. Spottiswoode et pour une distance explosive de 10^{cm} à 13^{cm}, ce dernier bruit se prolonge au moins pendant deux secondes. On aperçoit en même temps une auréole, dont la durée, supérieure à celle de l'étincelle en zigzag, s'accompagne du sifflement que nous avons signalé. Quand on diminue la distance explosive, le choc ou craquement diminue, l'étincelle est plus nourrie et s'entoure d'une masse de flammes jaunes dont l'épaisseur peut atteindre $1^{cm},9$. Les recherches de du Moncel (1), de Perrot (2) et d'autres physiciens, exécutées avec des bobines beaucoup moins puissantes que celle de M. Spottiswoode, avaient déjà établi d'une manière générale la complexité de cette étincelle, et la différence de durée et d'effet de ses deux parties. Par exemple, si l'on fait jaillir l'étincelle entre deux conducteurs animés d'un mouvement rapide et commun, le trait bleuâtre ne change pas d'aspect, mais la lueur ou la flamme s'étale, parce qu'elle continue à se produire pendant que le conducteur se déplace et que la persistance des impressions la montre à la fois dans ses positions successives.

Puisque le trait est instantané et que l'auréole dure, celle-ci doit contenir la presque totalité de l'électricité qui passe. C'est ce que M. Perrot a reconnu et qu'on exprime quelquefois par les dénominations un peu vagues de *décharge de quantité* donnée à l'auréole et de *décharge de tension* donnée au trait. La décharge de quantité est liée à la capacité considérable du fil induit et à l'induction qu'il exerce sur lui-même. On peut l'imiter à l'aide de machines électriques en obligeant

(1) Du Moncel, *Notice sur l'appareil d'induction de Ruhmkorff*; Paris, 1855.

(2) Perrot, *Sur la nature de l'étincelle d'induction de l'appareil de Ruhmkorff* (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LIX, p. 200; 1860).

la décharge à traverser, outre l'interrupteur, une très grande résistance enroulée sous forme de bobine.

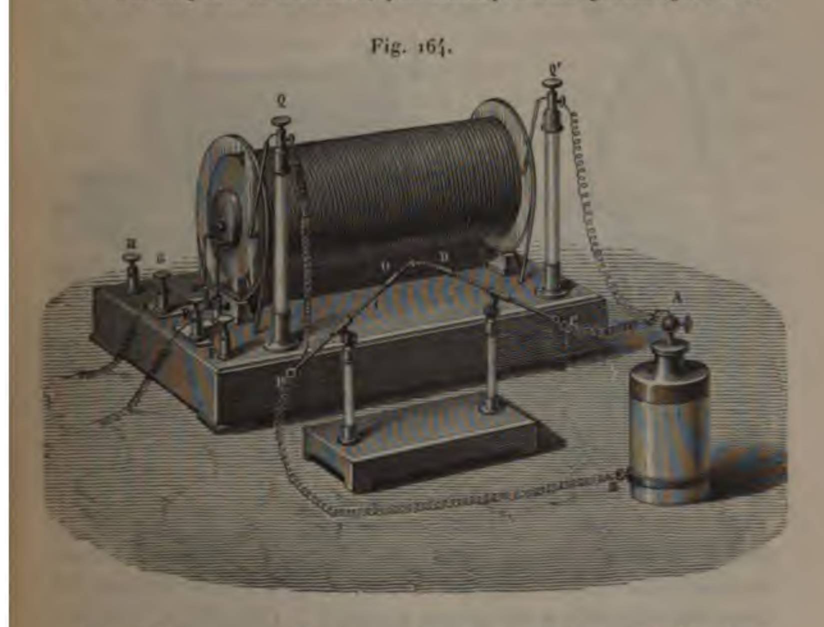
Le trait perce une feuille de papier sans l'échauffer, comme la décharge ordinaire des machines électriques; l'auréole enflamme le papier.

Une action mécanique quelconque est sans influence sur le trait, mais non sur l'auréole. Un courant d'air rapide, dirigé sur l'étincelle, entraîne l'auréole et la sépare du trait, et peut même *éteindre* la flamme. Si l'on fait éclater l'étincelle entre deux veines liquides ou entre deux conducteurs animés d'un mouvement rapide et commun, on voit l'auréole en retard sur le trait.

CHARGE DE LA BATTERIE. — On peut charger une batterie à l'aide de la bobine d'induction, et réaliser l'expérience de deux manières différentes.

1° On dispose la batterie, par exemple une grande jarre AB

Fig. 164.

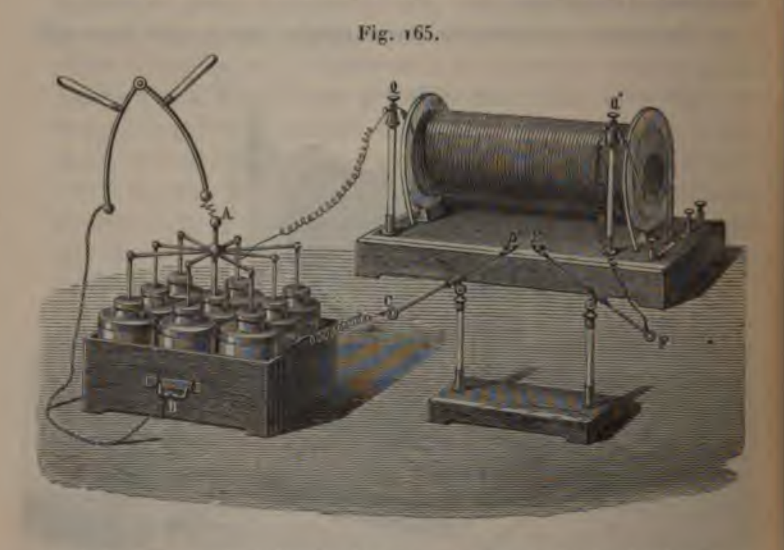


(*fig.* 164), avec ses deux armatures en relation avec les deux extrémités Q, Q' du fil induit, et l'on ménage l'interruption

en OD, à l'aide d'un excitateur. La capacité de la partie externe du circuit peut alors devenir égale ou supérieure à celle de la bobine, et les décharges changent de caractère : il n'y a plus d'auréole et de trait distincts, mais un seul trait de feu très large et très bruyant qui présente les caractères ordinaires de la décharge des batteries. Une seule interruption du circuit inducteur peut être insuffisante pour produire cette décharge avec une distance explosive OD médiocre ; quand la machine fonctionne par un interrupteur automatique, le nombre des interruptions nécessaires pour produire une étincelle augmente avec la distance explosive, de même que le nombre de tours de roue d'une machine électrique, nécessaires pour charger la batterie, croîtrait dans les mêmes circonstances.

2° On peut aussi disposer l'appareil comme dans la *fig.* 165,

Fig. 165.



c'est-à-dire mettre l'une des armatures A de la batterie en communication avec un des pôles O de la bobine, l'autre en communication avec le sol, et rendre l'interruption BE trop considérable pour livrer passage à l'étincelle. On décharge alors la batterie à volonté et à l'aide d'un excitateur ordinaire.

Au lieu d'une batterie disposée en surface, on peut aussi faire usage d'une cascade : c'est cette dernière disposition qui donne les résultats de beaucoup les plus remarquables.

DÉCHARGE DANS LES GAZ RARÉFIÉS. — Quand on fait éclater la décharge d'une bobine dans un gaz raréfié, les phénomènes généraux que l'on observe sont les mêmes que nous avons signalés dans le cas des machines. L'étincelle s'allonge à mesure que la pression diminue; en même temps, elle devient plus diffuse, et l'on obtient dans l'œuf électrique les apparences déjà décrites ([1]).

M. Gordon ([2]) a institué des expériences à l'aide de deux tubes identiques dont l'un A demeurait ouvert à l'air, tandis qu'on pouvait raréfier l'air dans l'autre B à une pression mesurée par un manomètre. Ces tubes contiennent des électrodes a, a', b, b' égales entre elles; a et a' communiquent avec l'un des pôles de la bobine d'induction, b et b' avec l'autre. On écarte progressivement les électrodes en B, jusqu'à ce que la décharge passe indifféremment dans les deux tubes, et l'on obtient ainsi la longueur d'air raréfié qui équivaut à une longueur donnée d'air à la pression ordinaire. Au point de vue du passage de l'étincelle, M. Gordon a trouvé que, entre la pression atmosphérique, d'une part, et une pression de $0^m,28$ de mercure d'autre part, la longueur de l'étincelle est très sensiblement en raison inverse de la pression; mais, au delà, la longueur de l'étincelle augmente beaucoup moins rapidement. Ce sont précisément les lois que nous avons indiquées pour la longueur des étincelles correspondant à une différence de potentiel donnée ([3]).

ACTIONS MAGNÉTIQUES EXERCÉES SUR LA DÉCHARGE. — La décharge d'induction doit être considérée comme un courant électrique circulant dans l'air. Elle éprouvera les mêmes actions électromagnétiques qu'un courant traversant un conducteur de métal.

([1]) *Voir* Tome IV, 1er fascicule.

([2]) *Voir* GORDON, *Traité d'Électricité et de Magnétisme*, t. II, p. 121 de la traduction de M. Raynaud.

([3]) *Voir* Tome IV, 1er fascicule.

Soient (*fig.* 166) A et B deux pôles d'aimant et O un courant vertical. S'il regarde A, il a sa droite vers P; s'il est tourné vers B, c'est sa gauche qui est dirigée en P. Or, entre ces deux pôles, il est dans la même situation que les courants de la roue de Barlow, et il doit être chassé vers sa droite par A, vers sa gauche par B, c'est-à-dire dans le sens de la flèche P.

Fig. 166.

P

A O B

Davy ([1]) remarqua le premier que l'arc électrique est sensible à l'action de l'aimant. Cette observation a été fréquemment renouvelée, en particulier par Quet : l'arc placé entre les pôles A et B d'un électro-aimant énergique dévie vers P en prenant la forme d'un dard analogue à celui du chalumeau.

M. Perrot ([2]) a remplacé cet arc par la décharge d'induction, et il a reconnu que le trait de feu n'est point influencé, ce qui tient à son instantanéité, mais que la lueur est chassée dans la direction de P, en s'étalant sous forme d'un éventail rouge.

Dans un vide poussé assez loin, la décharge d'induction change d'aspect : ce n'est plus une étincelle, c'est une gerbe lumineuse qui s'étale. Elle cesse d'être instantanée, le trait disparait, et tout se transforme en auréole ; alors le tout est soumis à l'action magnétique.

De la Rive ([3]) fait disposer, dans l'œuf électrique (*fig.* 167), un morceau de fer doux AB entouré à sa base d'une bobine M et isolé à son sommet par un tube de verre DD. Au moyen d'une pile PP' on peut l'aimanter, et, par une machine de Ruhmkorff, on peut faire passer par F et G, du sommet au milieu de cet électro-aimant, la décharge d'induction, qui prend alors la forme d'une gerbe, et, puisque c'est un courant, elle doit tourner autour de l'aimant : c'est en effet ce que

([1]) DAVY, *Philosophical Transactions;* 1821, 2e Partie.

([2]) PERROT, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXI, p. 200; 1861.

([3]) DE LA RIVE, *Archives de Genève*, t. XII; 1849; *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XVI, p. 674 ; DE LA RIVE et SARAZIN, *Ibid.*, t. LXXIV, p. 114; *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXIX, p. 207.

l'expérience montre, et le sens de la rotation change avec celui de l'aimantation du fer doux.

Dans un travail plus récent, MM. de la Rive et Sarazin ont analysé de près ce curieux phénomène et démontré que la vitesse avec laquelle la décharge électrique, traversant un

Fig. 167.



gaz raréfié, tourne par l'effet d'une action électromagnétique, varie dans un même gaz avec sa pression ; elle augmente dans un rapport plus faible que celui dans lequel décroît la force élastique du gaz. Cette vitesse varie aussi d'un gaz à un autre, à peu près dans le rapport inverse des densités. Ces particularités s'expliquent par l'entraînement d'une partie de la masse gazeuse dans le mouvement giratoire de la décharge. Celle-ci agit même sur tout obstacle mobile qu'elle rencontre, et l'on reconnaît qu'un corps suffisamment léger, par exemple

un tourniquet d'ivoire très mobile autour de l'axe de l'électro-aimant, se met à tourner, dès que le courant passe, d'un mouvement accéléré d'abord, puis uniforme quand la résistance du gaz contre-balance exactement l'impulsion reçue. L'expérience est très brillante avec l'hydrogène raréfié au-dessous de 1^{mm}. Avec un courant induit suffisamment fort et un électro-aimant puissant, la vitesse de rotation du tourniquet peut atteindre de 100 à 110 tours par minute.

Il est à peine nécessaire d'ajouter que le travail mécanique exécuté par la décharge est emprunté à l'énergie du courant et que celui-ci diminue d'intensité. C'est ce que MM. de la Rive et Sarazin n'ont point manqué de constater.

STRATIFICATIONS DE LA DÉCHARGE D'INDUCTION. — En 1843, M. Abria [1], opérant avec la décharge d'une bobine d'induction dans un tube où la pression de l'air était de 2^{mm}, obtint une aigrette partant du pôle positif, qui était une petite sphère, et n'allant pas tout à fait jusqu'au pôle négatif, qui était une pointe : celle-ci était entourée d'un intervalle obscur. Quant à l'aigrette, *elle présentait vers le pôle négatif des bandes alternativement obscures et lumineuses*. Cette apparence *stratifiée* de la décharge de la bobine a été étudiée principalement par Gassiot [2], par M. Spottiswoode [3] et par M. Fernet [4]. Les recherches très étendues et très intéressantes qu'ils ont publiées à ce sujet n'offrent malheureusement jusqu'ici qu'un caractère purement descriptif et la nature intime des stratifications lumineuses doit être considérée comme inconnue.

Les stratifications s'observent d'une manière particulièrement nette dans des tubes renflés aux deux bouts où se trouvent logées les électrodes, et étirés en un cylindre plus

---

[1] ABRIA, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. VII, p. 447; 1843.

[2] GASSIOT, *Proceedings of the Royal Society*, t. X, p. 6 et 393; 1859-60.

[3] SPOTTISWOODE, *Proceedings of the Royal Society*, t. XXIII, p. 455; 1875, et t. XXV, p. 73; 1876.

[4] FERNET, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XC, p. 680; 1880.

étroit et très allongé dans leur portion moyenne : elles paraissent sensiblement équidistantes et presque immobiles ou animées d'un léger tremblement dans une direction normale à leur surface. Elles se produisent nettement dans l'air ou l'acide carbonique pour des pressions inférieures à 1^{mm} de mercure.

Le seul procédé logique pour étudier les stratifications consiste à observer leur image dans un miroir tournant; on annule ainsi l'effet de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine. Ce procédé a été mis en pratique par M. Spottiswoode et par M. Fernet. Voici la disposition des expériences du physicien français et les résultats qu'il a fait connaître.

Les stratifications sont produites à l'intérieur d'un gros tube vertical T à chacune des extrémités duquel sont soudés des fils servant à faire passer les décharges d'une bobine de Ruhmkorff. L'intérieur de ce tube est en communication permanente avec une pompe de Geissler, de sorte qu'on peut étudier les transformations du phénomène sans faire varier, d'une expérience à une autre, d'autre condition que la pression. Le tube T est placé derrière un écran dans lequel est pratiquée une fente verticale. En regard de la fente, on installe un miroir tournant, mû par une petite turbine et dont l'axe de rotation est également vertical. On observe ainsi, par le déplacement de l'image et sans superposition, les apparences successives qu'offrent les points du tube laissés libres par la fente.

Dès que la raréfaction de l'air est suffisante pour laisser passer le courant induit inverse, on voit dans le miroir deux images distinctes, d'autant plus étalées que la rotation est plus rapide, et présentant des dispositions inverses. Si l'on imagine chacune de ces images découpée en petites bandes verticales de même largeur que la fente, ces bandes représentent les aspects successifs de la fente pendant la durée d'une décharge.

Nous reproduisons ici trois figures publiées par M. Fernet et correspondant à des pressions différentes. La *fig.* 168 a été obtenue pour une pression de 5^{mm} à 6^{mm}, alors que l'observation du tube à la vue simple ne donne qu'une lueur diffuse et

plus ou moins irrégulière, sans stratifications perceptibl
Les deux décharges directe et inverse produisent d'abor

Fig. 168.



sauf au voisinage du pôle négatif, une illumination que l'
peut considérer comme instantanée. A l'instant immédiat
ment suivant et pendant tout le reste de la durée de la décharg
la lumière n'apparaît plus qu'en des points discontinus, d

és à peu près régulièrement sur une même verticale. Les bes montrent que chacun de ces points est animé, jusqu'à

Fig. 169.



ant où la lumière cesse d'être perceptible, d'un mouvement qui l'éloigne du pôle négatif.

fig. 169 représente le phénomène pour une pression de 2mm, alors que, à la vue simple, apparaissent çà et là

dans le tube quelques stratifications. Dans chacune des deux décharges, la discontinuité du phénomène lumineux semble se produire dès le premier instant; dans les instants suivants les points lumineux se déplacent d'abord en s'éloignant du pôle négatif, comme dans l'expérience précédente; mais bientôt à ce mouvement succède un mouvement de sens contraire et enfin un troisième dans le sens initial. Ces changements de signe dans la direction du mouvement ne se produisent pas en même temps pour les divers points lumineux, mais d'autant plus tard que ces points sont plus éloignés du pôle positif. Le phénomène a aussi plus de durée dans la région la plus voisine de ce pôle.

Enfin la *fig.* 170 se rapporte à une pression de $0^{mm},5$ environ, au moment où les stratifications apparaissent nettement à la vue simple. On observe encore dans chaque tranche lumineuse des mouvements de sens inverse, mais paraissant dirigés d'abord du pôle positif au pôle négatif.

Pour obtenir des stratifications, il n'est pas indispensable d'employer une bobine d'induction. Gassiot (¹) les observa à l'aide d'une pile à eau de $3520^{él}$, d'une pile de Grove de 400 ou d'une pile de Daniell de 500. MM. Warren de la Rue, Müller et Spottiswoode ont repris les mêmes expériences avec une pile de $1080^{él}$ au chlorure d'argent, et reconnu que les tubes qui ne donnent pas de stratifications avec la pile seule en présentent dès qu'on ajoute un condensateur dans le circuit; ils ont été ainsi conduits à supposer que les stratifications ne se produisent dans les cas des piles que si le courant présente des variations d'intensité. Pour s'en convaincre, ils ont disposé dans le circuit d'une pile P le fil primaire d'une bobine d'induction privée de son interrupteur et un tube T à gaz raréfié. Un deuxième tube T' est intercalé dans le circuit secondaire de la bobine. Les expérimentateurs anglais ont reconnu qu'aux instants précis où le tube T montre des stratifications, et à ces seuls instants, le tube T' s'illumine; il y a donc induction du circuit primaire sur le circuit secondaire de la bobine, c'est-à-dire variation d'intensité du courant dans le circuit du tube T au moment où la lumière se montre stra-

(¹) Gassiot, *Proceedings of the Royal Society*, t. X, p. 36.

. Il reste à savoir si l'état du gaz traversé en T par la arge ne joue pas le principal rôle dans la production des

Fig. 170.



nittences signalées par l'illumination T'. Cette hypothèse tra sans doute la plus vraisemblable.

isque la production des stries révèle une intermittence urant, il est bien clair que la décharge à travers un gaz

raréfié ne peut être comparée au passage d'un courant continu à travers des résistances métalliques. On constate, en effet, comme l'a reconnu en particulier M. Varley ([1]), que pour qu'un tube à gaz s'illumine il faut qu'une certaine différence de potentiel s'établisse entre les deux pôles, après quoi le courant peut être continué par une différence de potentiel moindre, mais dont la valeur minimum est encore considérable. MM. Warren de la Rue et Hugo Müller ([2]) ont constaté que cette valeur minimum diminue d'abord avec la pression, pour augmenter ensuite quand la pression continue de décroître jusqu'à ce que le courant produit par une pile de 11000 éléments ne traverse plus le gaz.

ÉTAT SENSITIF DES DÉCHARGES A TRAVERS LES GAZ RARÉFIÉS. — La décharge à travers les gaz raréfiés présente parfois une sensibilité remarquable à l'approche du doigt ou d'un conducteur métallique en relation avec le sol. MM. Spottiswoode et Moulton ([3]) ont étudié les conditions de cette sensibilité et indiqué les moyens de la produire d'une manière certaine. Par exemple, si l'on illumine un tube à l'aide de la machine de Holtz, la décharge sera sensitive à la condition d'interposer dans l'un des fils qui retient le tube à la machine une petite étincelle éclatant dans l'air : la décharge présente alors une discontinuité telle que la quantité d'électricité est très petite dans chaque décharge individuelle et que la durée de chaque passage du courant est très faible par rapport à celle des intermittences. Tous les autres procédés, donnant des décharges sensitives, réalisent les mêmes conditions générales.

L'effet produit par un conducteur résulte évidemment de la modification qu'il apporte dans l'état électrique du champ au sein duquel s'effectue la décharge. Les auteurs n'ont pas eu

---

([1]) VARLEY, *Proceedings of the Royal Society*, t. XIX, p. 237 ; 1870.

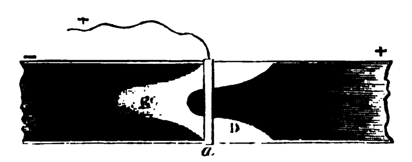
([2]) WARREN DE LA RUE et HUGO MULLER, *Philosophical Transactions*, t. CLXIX, Part I, p. 55 et 155, et t. CLXXI, Part I, p. 65 ; *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XIII, p. 433 ; t. XV, p. 289, et t. XX, p. 145.

([3]) W. SPOTTISWOODE et MOULTON, *Philosophical Transactions*, p. 165 ; 1879.

de peine à constater, à l'aide d'un téléphone, que le fil qui relie le conducteur au sol est le siège d'un mouvement électrique intermittent au même degré que la décharge sensible qu'il influence.

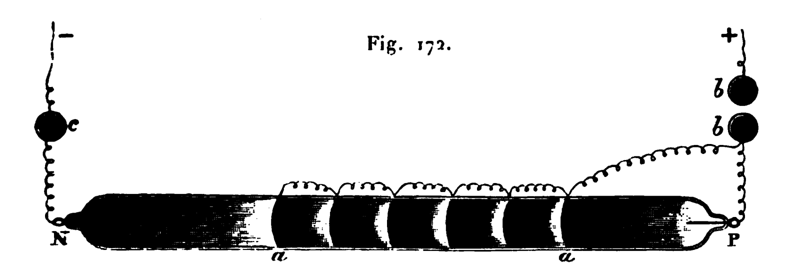
Le résultat le plus curieux de l'étude de MM. Spottiswoode et Moulton est l'imitation artificielle des stratifications, obtenue à l'aide des décharges sensitives. Supposons d'abord que la petite étincelle à laquelle est due la sensibilité du tube éclate du côté de l'électrode positive, et qu'on relie cette électrode à un anneau étroit d'étain entourant une section du tube. Aussitôt une langue lumineuse, qui semble partir de la surface intérieure du tube située sous l'étain, se dirige vers l'électrode négative, tandis que du côté positif la colonne lumineuse primitive est déprimée et souvent presque coupée en deux. La *fig.* 171 montre l'une des apparences que l'on

Fig. 171.



peut ainsi obtenir. Prenons maintenant une série d'anneaux tous reliés entre eux et à l'électrode positive (*fig.* 172) et séparés l'un de l'autre par une distance un peu moindre que le

Fig. 172.



diamètre du tube; nous verrons chacun des anneaux servir de base à un cône creux lumineux à l'extérieur, c'est-à-dire vers l'électrode négative, et se limitant à l'espace obscur qui

sert de base à l'anneau lumineux suivant. Si l'on approche le doigt du tube, chacune de ces colonnes lumineuses se meut individuellement dans le même sens où se déplacerait la colonne entière si les anneaux n'existaient pas. Il est impossible de méconnaître l'analogie d'apparence et de propriétés de ces stries artificielles avec les stratifications précédemment étudiées. Si cette analogie est réelle, n'y aurait-il pas lieu de chercher l'origine des stratifications dans un partage de la décharge s'effectuant entre le gaz raréfié intérieur et la paroi du tube? On conçoit qu'un tel partage puisse s'effectuer quand la résistance du gaz devient très considérable et dans une proportion d'autant plus forte que le gaz est plus raréfié. La discontinuité du phénomène lumineux pourrait alors résulter d'une alternance régulière entre les deux décharges gazeuse et vitreuse. L'expérience seule permettra de savoir ce qu'il en est.

EFFLUVE ÉLECTRIQUE. — Quand une machine de Holtz donne entre ses deux pôles un courant d'étincelles, si l'on met ces pôles en relation avec les deux armatures d'un condensateur à lame d'air, les variations de potentiel qui se produisent aux divers points de la masse gazeuse donnent lieu à des décharges par influence connues sous le nom de *décharges obscures* ou d'*effluve électrique*. Leurs effets sont les mêmes à l'intensité près, soit que les potentiels communiqués aux deux armatures conservent toujours le même signe et changent seulement de grandeur, comme cela a lieu dans le cas de la machine de Holtz, soit que ces potentiels changent périodiquement de signe. On réalise cette dernière condition en mettant les deux armatures du condensateur en relation avec les extrémités du fil induit d'une bobine de Ruhmkorff.

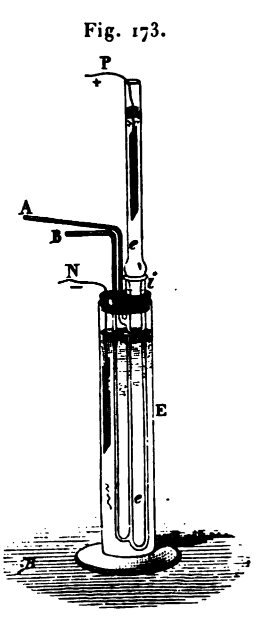
Les effets chimiques de l'effluve sont extrêmement remarquables et méritent d'être étudiés avec quelque détail. Voici la disposition expérimentale adoptée par M. Berthelot [1]. Dans une éprouvette E, contenant de l'acide sulfurique (*fig.* 173), plonge une lame de platine que l'on met en rela-

---

[1] BERTHELOT, *Essai de Mécanique chimique*, t. II, p. 367. Paris; 1879.

tion avec l'un des pôles N de la machine de Holtz ou de la bobine. C'est l'armature extérieure du condensateur ; à l'aide d'un bouchon de liège on y fixe un tube *i*, large et profond, recevant par sa partie supérieure A un courant de gaz qui s'en échappe par un tube B soudé à sa partie inférieure; une éprouvette *e*, un peu plus étroite que *i*, présente un renflement rodé qui lui permet de se fixer comme un bouchon sur l'orifice de *i*. Elle contient de l'acide sulfurique et une deuxième lame de platine en relation avec le deuxième pôle P de la machine de Holtz ou de la bobine : c'est la deuxième armature du condensateur.

Fig. 173.



Les effets chimiques de l'effluve étudiés jusqu'ici sont classés par M. Berthelot de la manière suivante : 1° *changements isomériques ;* 2° *formation et décomposition de composés binaires;* 3° *réaction de l'oxygène, de l'hydrogène ou de l'azote libre sur les matières organiques.*

I. Parmi les changements isomériques, il convient de signaler en première ligne la transformation de l'oxygène en ozone, celle du cyanogène en paracyanogène, observée par M. Berthelot, et celle de l'acétylène C^4H^2 en polymères résineux ou liquides, découverte par M. P. Thenard. Nous n'insisterons que sur la formation de l'ozone. Cette substance n'avait été obtenue qu'en proportion très faible, tant qu'on avait eu recours, pour la produire, à l'action de l'étincelle électrique directe. L'appareil de M. Berthelot permet, dès la température ordinaire, d'obtenir jusqu'à 8,5 pour 100 d'ozone sur la quantité primitive d'oxygène employé; mais la proportion d'ozone augmente beaucoup quand on abaisse suffisamment la température. Par exemple, MM. Chappuis et Hautefeuille [1]

---

[1] CHAPPUIS et HAUTEFEUILLE, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCI, p. 228 et 522; 1880.

laissent séjourner l'oxygène pendant un quart d'heure dans un appareil à effluves et à décharges alternatives, dont les tubes concentriques en verre mince sont plongés dans du chlorure de méthyle, et dont la température est par conséquent de — 23°. A cette température et sous la pression de 760mm, la proportion d'oxygène transformé en ozone est, en poids, de 21,4 pour 100; elle augmente encore de plus du double, quand on abaisse la température à — 55°.

En examinant un écran blanc à travers un tube de 1m de long contenant de l'oxygène ozonisé préparé à — 23°, MM. Chappuis et Hautefeuille (1) ont reconnu que ce gaz est coloré en bleu de ciel. Cette couleur devient intense quand on comprime le même mélange dans les appareils de M. Cailletet; on peut même y liquéfier l'ozone et constater la couleur bleue du liquide obtenu. Ajoutons que M. Chappuis (2) a pu étudier avec certitude le spectre d'absorption propre à l'ozone.

II. Parmi les combinaisons binaires provoquées par l'effluve, nous signalerons celles de l'azote et de l'hydrogène en ammoniaque (3), de l'azote et de l'eau en azotite d'ammoniaque, de l'oxygène et de l'azote en acide pernitrique (4), découvert et étudié par MM. Chappuis et Hautefeuille, et caractérisé par un très beau spectre d'absorption absolument différent de celui de l'ozone; enfin de l'oxygène et de l'acide sulfureux en acide persulfurique de M. Berthelot (5).

L'acide sulfhydrique, les hydrogènes sélénié et phosphoré, l'acide carbonique sont décomposés par l'effluve; les deux premiers avec dépôt de soufre ou de sélénium libre, dégagement d'hydrogène et formation d'un polysulfure ou polysélé-

(1) Chappuis et Hautefeuille, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCI, p. 522, et t. XCIV, p. 1249 (1882); *Journal de Physique*, 2e série, t. I.

(2) Chappuis, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCIV, p. 858, et *Journal de Physique*, 3e série, t. I.

(3) Chabrier et P. Thenard, voir *Essai de Mécanique chimique* de M. Berthelot.

(4) Chappuis et Hautefeuille, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCII, p. 80,

(5) Berthelot, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXXVI, p. 23.

niure ; le troisième en hydrogène et sous-phosphure jaune, le dernier en oxyde de carbone et oxygène; mais cette réaction est limitée par la réaction inverse.

III. L'hydrogène libre est absorbé par la benzine, l'essence de térébenthine, l'acétylène ; il réagit sur l'oxyde de carbone en donnant, entre autres produits, de l'acide carbonique et un nouveau corps solide voisin par sa composition centésimale de la formule $C^4H^3O^3$. L'azote libre est absorbé en plus ou moins forte proportion par la plupart des substances organiques. L'oxygène enfin développe des oxydations remarquables qui ne peuvent pas toujours être attribuées à l'action ordinaire de l'ozone, exercée en dehors de l'effluve : signalons, par exemple, la transformation du chlorure de potassium humide en chlorate de potasse ([1]).

([1]) Nous renvoyons le lecteur désireux de plus de développements à l'Ouvrage de M. Berthelot (*Essai de Mécanique chimique, fondée sur la Thermochimie*, 2 vol. in-8°. Paris; 1879), auquel sont empruntés la plupart des faits énoncés dans ce paragraphe.

CHAPITRE IX.

DÉTERMINATION DE L'OHM.

Définitions de la force électromotrice et de la résistance électromagnétique à l'aide des phénomènes d'induction. — Détermination expérimentale de l'unité absolue de résistance. — Valeur de l'ohm. — Détermination de v. — Signification de la vitesse v.

DÉFINITIONS DE LA FORCE ÉLECTROMOTRICE ET DE LA RÉSISTANCE ÉLECTROMAGNÉTIQUE A L'AIDE DES PHÉNOMÈNES D'INDUCTION. — Après avoir défini l'intensité électromagnétique d'un courant à l'aide des actions électromagnétiques, nous avons eu recours à la loi de Joule pour définir la résistance et à la loi d'Ohm pour définir la force électromotrice. Or la loi de Joule fournit l'expression de l'énergie dépensée par le courant à travers les résistances qu'elle échauffe. On pourra la remplacer, pour la définition des unités électromagnétiques, par une autre loi exprimant un mode de dépense de l'énergie par les courants : celle qui se présente le plus naturellement à l'esprit et qui fournit la définition la plus directe est la loi de l'induction par le mouvement. Voici dès lors comment on pourra procéder.

Pour un circuit que l'on déplace d'une manière quelconque dans un champ magnétique, on constate que l'intensité du courant induit est proportionnelle à la variation $-\frac{d\mathfrak{F}}{dt}$ du flux de force total à travers le circuit, rapportée à l'unité de temps. On posera

$$E = -\frac{d\mathfrak{F}}{dt} \tag{1}$$

et cette relation servira de définition à une grandeur qu'on appellera la *force électromotrice*. On dira, dès lors, qu'*une*

force électromotrice est égale à l'unité quand elle peut être équilibrée par la force électromotrice induite dans un circuit traversé par un flux de force qui diminue de 1 unité par seconde.

Il est aisé de trouver les dimensions de la force électromotrice ainsi définie : en effet, le flux de force $\mathcal{F}$ est le produit de l'intensité d'un champ magnétique F par une surface S; l'intensité du champ magnétique F est elle-même une force rapportée à l'unité de pôle magnétique, ou le quotient d'une force par une quantité de magnétisme.

Les dimensions de la quantité de magnétisme sont $M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}$. On a donc symboliquement [1]

$$E = \frac{\mathcal{F}}{T} = \frac{FL^2}{T} = \frac{MLT^{-2}}{\mu} \frac{L^2}{T} = \frac{MLT^{-2}}{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-1}} \frac{L^2}{T} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}.$$

La quantité que nous désignons ici par E étant identique à celle que nous avions précédemment définie, nous retrouvons par une autre voie les dimensions déjà connues de la force électromotrice [2].

La force électromotrice une fois définie, on définira la résistance à l'aide de la loi d'Ohm

$$R = \frac{E}{I}.$$

Une résistance égale à 1 sera celle d'un circuit dans lequel une force électromotrice égale à l'unité entretient un courant d'intensité égal à 1.

---

[1] On retrouve ces dimensions tout aussi simplement à l'aide d'un cas particulier : soit, par exemple, le déplacement d'un conducteur rectiligne de longueur L, s'effectuant avec une vitesse V constante normalement aux lignes de force d'un champ uniforme d'intensité F. On a alors

$$E = FVL = \frac{FL^2}{T} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}.$$

[2] *Voir* 2e fascicule de ce Volume.

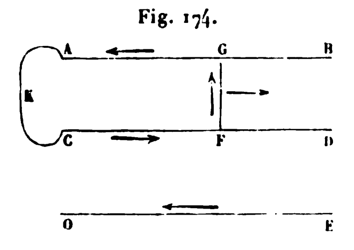
Les dimensions de cette résistance seront

$$R = \frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}} T^{-2}}{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}} = LT^{-1}.$$

Ce sont les dimensions d'une vitesse, comme nous l'avions prouvé antérieurement.

La considération des phénomènes d'induction va nous permettre de nous rendre compte, par une expérience, de l'égalité de dimensions d'une vitesse et d'une résistance électromagnétique. Soit un circuit fermé comprenant deux rails AB, CD parallèles, de longueur indéfinie dans un sens, de résistance électrique négligeable, réunis d'une part à leurs extrémités libres par un fil K de résistance égale à R (*fig.* 174); d'autre part, à l'aide d'une traverse GF mobile, de résistance négligeable, et qui se déplace perpendiculairement à leur direction avec une vitesse V constante. La distance des deux rails est de 1^{cm}, ils sont horizontaux et situés dans un plan vertical perpendiculaire au méridien magnétique; nous supposons, pour plus de simplicité, que l'intensité horizontale du champ magnétique terrestre est justement égale à l'unité. Dans ces conditions, la force électromotrice d'induction est précisément égale à V, et, puisque la résistance du circuit est R, l'intensité du courant est égale à $\frac{V}{R}$. Cette intensité sera égale à 1, si l'on a

Fig. 174.



$$\frac{V}{R} = 1, \quad R = V.$$

La résistance d'un conducteur est donc numériquement égale à la vitesse avec laquelle une barre de longueur égale à 1 devrait se déplacer normalement aux lignes de force d'un champ magnétique d'intensité 1, pour produire à travers cette résistance un courant d'intensité 1. Par suite, l'unité

de résistance est telle qu'une barre de longueur égale à 1, se déplaçant avec une vitesse égale à 1, d'après la loi énoncée ci-dessus, produirait dans cette résistance un courant d'intensité 1.

Détermination expérimentale de l'unité absolue de résistance. — Pour déterminer expérimentalement l'unité absolue de résistance, on peut adopter deux marches différentes, suivant qu'on applique la loi de Joule ou qu'on emploie les phénomènes de l'induction. Dans le premier cas, on applique les relations

$$W = I^2RT = JC,$$

dans lesquelles C désigne la chaleur dégagée pendant le temps T dans la résistance R, J l'équivalent mécanique de la chaleur. On en tire

$$R = \frac{JC}{I^2T},$$

et la mesure d'une résistance en unités absolues conduit à mesurer une quantité de chaleur, un temps, une intensité de courant, enfin l'équivalent mécanique de la chaleur. Cette méthode a été employée par Joule [1].

Dans le second cas, on imprime au conducteur dont on veut mesurer la résistance un mouvement connu dans un champ magnétique uniforme et l'on déduit la résistance de l'application de la loi d'Ohm

$$R = \frac{E}{I}$$

et de la formule

$$E = -\frac{d\mathfrak{F}}{dt}$$

de l'induction par le mouvement. On est donc ramené, en apparence, à mesurer une intensité de courant, l'intensité d'un champ magnétique et un temps. Mais il est clair, d'après les équations de dimensions, qu'on peut simplifier la mesure et la réduire à une mesure de vitesse, comme dans l'expérience fictive rapportée ci-dessus.

---

(1) Joule, *Philosophical Magazine*, 4e série, t. II; 1851.

On sait, en effet, que l'intensité d'un courant peut être mesurée en unités absolues à l'aide de la boussole des tangentes, pourvu que l'on connaisse la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Si l'aiguille est centrale et assez courte par rapport au rayon r du cadre de la boussole, on a (p. 125), en désignant par θ la déviation produite par un courant permanent d'intensité I, par n le nombre de tours du fil,

$$I = \frac{rH}{2n\pi} \tang\theta;$$

I est donc proportionnel à H; mais la force électromotrice d'induction E est aussi proportionnelle à H quand le déplacement du circuit induit a lieu dans le champ magnétique terrestre et qu'il se fait autour d'un axe vertical; il en résulte que, dans ces conditions, R est indépendant de H, et l'on n'a en réalité à mesurer qu'un temps, une déviation et des longueurs; la formule définitive est donc du degré 0 par rapport à la masse, et l'on reconnaît aisément qu'elle est du degré 1 par rapport à la longueur, et du degré -1 par rapport au temps.

Les mesures de résistance effectuées à l'aide de l'induction sont donc, en définitive, plus simples et plus sûres que celles où l'on fait intervenir la loi de Joule. Elles ont l'avantage d'éliminer la mesure difficile de H et celle, plus difficile encore, de l'équivalent mécanique de la chaleur, qui seraient indispensables si l'on partait de la loi de Joule.

Quant aux méthodes employées pour la réalisation des mesures, elles peuvent différer par un certain nombre de caractères essentiels. Nous indiquerons sommairement les principales.

1° *Première méthode de Weber* (1). — Elle consiste à mesurer la quantité d'électricité mise en mouvement par une rotation de 90° ou de 180° d'une bobine circulaire plate mobile autour d'un axe vertical. A cet effet, le fil de la bobine est en communication avec une boussole des tangentes. On évalue la quantité d'électricité par l'impulsion de l'aiguille.

---

(1) WEBER, *Elektrodynamische Maassbestimmungen*, § 9 et suivants.

Soit Q la quantité d'électricité mise en jeu par une rotation de 180° à partir d'un plan perpendiculaire au méridien magnétique : nous avons démontré qu'elle a pour valeur

$$Q = \frac{2SH}{R} = \frac{2Hp\pi r^2}{R},$$

p représentant le nombre de tours, πr^2 la surface embrassée par un tour de fil, R la résistance totale.

Soit, d'autre part, θ l'angle d'impulsion de l'aiguille du galvanomètre. En désignant par T la période de son oscillation, par G la constante du cadre, on a (p. 142)

$$Q = \frac{2HT}{G\pi} \sin\frac{\theta}{2};$$

égalant les deux valeurs de Q, on trouve

$$R = \frac{p\pi^2 r^2 G}{T \sin\frac{\theta}{2}}.$$

La valeur de R ne dépend que de la constante G de la boussole, de la surface totale $p\pi r^2$ du fil de la bobine plate et de la durée T d'oscillation de l'aimant.

Toutefois la formule que nous venons d'employer suppose que la rotation s'est effectuée dans un temps infiniment court, et la méthode entraîne des corrections difficiles.

Pour donner une idée des conditions de l'expérience de Weber, voici les principales dimensions de son appareil. Le cadre mobile avait environ 1^m de diamètre; il était recouvert d'un fil de cuivre pesant 16^{kg} et qui faisait 145 tours sur le cadre. Le barreau du galvanomètre avait $0^m,06$ de long; il était placé au centre d'un cadre portant 1854 tours de fil et ayant $0^m,60$ de diamètre.

2° *Décharge induite par un courant.* — Au lieu de mesurer la quantité d'électricité induite sous l'influence du magnétisme terrestre, on peut aussi mesurer la quantité d'électricité induite par un courant qui commence ou qui finit :

$$Q = \pm MI.$$

On mesure l'intensité du courant inducteur à la boussole des tangentes. Le coefficient M s'évalue à l'aide des dimensions des bobines. En général, on emploie des bobines égales, parallèles, de même axe et dont la gorge possède une section très petite par rapport à leur rayon. M. Mascart ([1]) a employé, au contraire, deux bobines inégales, concentriques et placées dans le même plan. Dans les deux cas, le calcul direct de M peut être effectué avec une erreur relative très faible ([2]).

Au lieu de mesurer la quantité d'électricité induite par un arc d'impulsion, on peut encore, comme l'a fait M. Roiti ([3]), mesurer la déviation permanente produite par une succession ininterrompue de courants induits : un commutateur interrompt le courant inducteur n fois par seconde et ne ferme le circuit induit sur le galvanomètre que pendant la durée des courants induits de même espèce. L'intensité moyenne du courant ainsi produit est

$$i = \mp n\mathrm{MI}.$$

3° *Deuxième méthode de Weber ou méthode de l'amortissement.* — Weber a encore employé une méthode consistant à faire osciller un petit barreau aimanté au centre d'un cadre circulaire dont le fil était fermé sur lui-même, et à observer le décrément logarithmique des oscillations. Celui-ci dépend de la constante du cadre, du moment magnétique de l'aimant, de son moment d'inertie, enfin de la résistance du cadre. On peut donc déduire la résistance du fil enroulé sur le cadre de l'observation du décrément logarithmique. Un terme correctif, d'ailleurs assez petit, dépend du coefficient de self-induction de la bobine.

4° *Méthode de Sir W. Thomson.* — Sir W. Thomson ([4]) a imaginé une autre méthode adoptée par l'Association britannique pour la première fixation de l'ohm, et d'après laquelle ont été construits les premiers étalons de résistance électro-

---

([1]) MASCART, DE NERVILLE et BENOIT, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VI, p. 5; 1885.

([2]) *Voir* MASCART et JOUBERT, *Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme*, t. II, p. 159.

([3]) ROITI, *Nuovo Cimento*, 3e série, t. XV, p. 97; 1884.

([4]) Sir W. THOMSON, *Report of the British Association*; 1869.

magnétique. Elle consiste à faire tourner autour d'un axe vertical un cadre circulaire fermé, au centre duquel est suspendu un petit aimant, et à observer la déviation permanente de celui-ci, sous l'influence du cadre tournant.

Si l'on néglige l'induction très faible exercée par l'aimant sur le cadre, on peut employer la formule établie page 196. L'intensité I du courant est donnée en valeur absolue par la formule

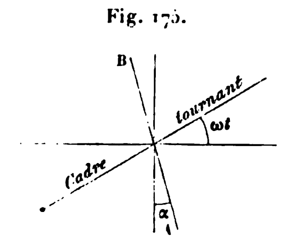
$$I = \frac{S\omega H}{R^2 + L^2\omega^2}(r \sin \omega t - L\omega \cos \omega t).$$

La somme des moments des forces appliquées à l'aimant AB à un instant donné est, en désignant par MH son moment magnétique, par α sa déviation (*fig.* 175),

$$MH \sin \alpha + MGI \sin(\omega t - \alpha);$$

G est la constante de l'action électromagnétique du cadre. Pour que la déviation soit fixe, il faut que la somme des

Fig. 175.



moments correspondant à la durée T d'une révolution entière soit nulle :

$$TMH \sin \alpha - MG \int_0^T I \sin(\omega t - \alpha)\, dt = 0.$$

Il ne reste qu'à remplacer I par sa valeur et à effectuer l'intégration indiquée. En remarquant que $\omega T = 2\pi$, on trouve

$$TMH \sin \alpha - TMHG \frac{S\omega}{2(r^2 + L^2\omega^2)}(r \cos \alpha + L\omega \sin \alpha) = 0;$$

T, M, H disparaissent de cette équation, et r est déterminé par l'équation

$$r^2 - \tfrac{1}{2}\,GS\omega \cot g\alpha .\, r + L\omega^2 (L - \tfrac{1}{2}\,GS) = 0,$$

qui ne dépend plus que de la déviation α, de la vitesse angulaire ω, et des constantes géométriques du cadre. Toutefois, le coefficient L de self-induction ne peut être déterminé exactement que par une mesure expérimentale.

L'appareil employé par la Commission de l'Association britannique comprenait :

1° Une machine motrice formée d'un volant qu'on faisait mouvoir à la main et qui, par l'intermédiaire d'une série de courroies de transmission et la poulie r (*fig.* 176), communiquait le mouvement au cadre mobile;

2° La bobine cc' (*fig.* 176), soutenue par un fort bâti en laiton H sur trois chevilles scellées elles-mêmes dans un bloc de pierre, supportait l'appareil. Cette bobine est divisée en deux parties. Le fil de chacune d'elles est enroulé sur un anneau en laiton coupé en c, c' par du caoutchouc durci, pour éviter les courants d'induction dans l'anneau ; les extrémités aboutissent à deux pièces de cuivre isolées par du caoutchouc vulcanisé et dans chacune desquelles est creusée une coupelle à mercure. Pendant la rotation, les deux coupelles sont réunies par une tige de cuivre amalgamé.

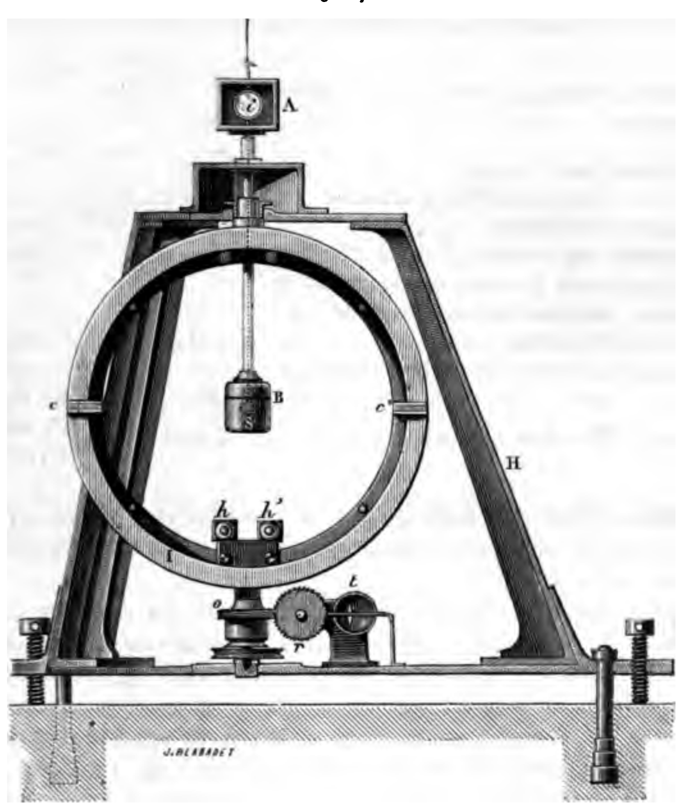
Le nombre de tours effectués par la bobine se compte à l'aide d'une roue hélicoïdale o fixée à son axe et engrenant avec un pignon muni de 100 dents. Un bras porté par le pignon soulève à chaque tour, c'est-à-dire à chaque centaine de révolutions de la bobine, un ressort qui frappe sur un timbre t.

L'instant où les chocs se produisent est enregistré sur un chronomètre ;

3° L'aimant S doit avoir un moment magnétique très faible, pour que l'induction perturbatrice qu'il exerce sur le cadre soit négligeable ; il est suspendu à l'intérieur d'une boîte en laiton B portée à l'extrémité d'un tube de même substance et soutenu par un trépied qui repose sur le bâti de l'appareil. Un miroir i, relié à l'aimant par une tige rigide en laiton, est

placé à l'intérieur d'une boîte A de verre et observé à distance par la méthode connue de la réflexion. Un fil de cocon supporte le miroir et l'aimant; il est lui-même fixé à une pièce

Fig. 176.



mobile permettant de le faire tourner, et il peut être élevé d'une faible quantité à l'aide d'une petite poulie;

4° Un régulateur à force centrifuge;

5° Un pont de Wheatstone permettant de comparer la résistance de la bobine à celle du fil de maillechort destiné à former l'étalon; la particularité essentielle de ce pont consiste en une boîte de résistance en dérivation, placée sur l'une des branches principales et qui permet d'altérer le rapport des deux grandes

branches dans des limites très étroites $\left(\frac{100}{101} \text{ à } \frac{101}{100,5}\right)$ et avec une approximation de $\frac{1}{512}$.

Le Tableau suivant indique les conditions précises des expériences faites en 1863 et en 1864 :

	1863.	1864.
Nombre de tours du fil des bobines tournantes	307	313
Longueur du fil enroulé	302^m,063	311^m,118
Rayon moyen des bobines tournantes	0,1566	0,15819
Largeur des bobines	0,0185	0,01841
Épaisseur des bobines	0,0132	0,01608
Distance entre le centre de rotation et le plan correspondant au milieu de chacune des bobines	0,01915	0,01925
Angle sous-tendu au centre des bobines par le rayon moyen du milieu des bobines	83°1′	83°6′
Distance du centre du miroir à l'échelle	2,9853	2^m,212 2,116

Dans l'une des expériences, la déviation de l'aimant était de 6°29′30″ pour une vitesse de rotation d'environ 408 révolutions par minute.

Une erreur commise dans l'évaluation du coefficient L faussa le résultat de ces premières expériences et conduisit à représenter la valeur de l'ohm par un étalon trop faible.

5° *Méthode de Carey-Foster et Maxwell.* — Une méthode due à M. Carey-Foster (¹) et à Maxwell consiste à faire tourner autour d'un axe vertical un cadre *c* (*fig.* 177) dont le circuit reste toujours ouvert, et à équilibrer la force électromotrice d'induction développée dans le cadre, quand il est dans le plan du méridien magnétique, par une dérivation E prise sur le circuit d'une pile constante et formée par la résistance à mesurer. On fait varier par un rhéostat la résistance du circuit de la pile jusqu'à ce qu'un galvanomètre *y*, placé sur le circuit du cadre, reste au zéro. Il suffit alors de mesurer

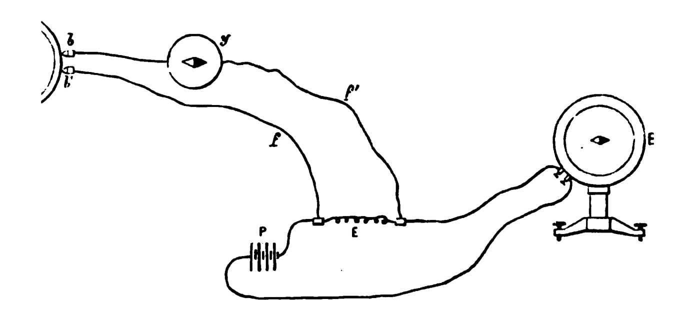
(¹) *Association britannique*; Belfast, 1874.

ssole des tangentes B l'intensité du courant dans le e la pile. Soit r la résistance comprise entre les deux e dérivation; on a

$$e = ir.$$

'ce électromotrice est égale à celle qui est développée

Fig. 177.



:adre à l'instant où le circuit du galvanomètre y est elle-ci a pour expression

$$e = S\omega H;$$

composante horizontale du magnétisme terrestre, S e totale embrassée par le fil du cadre mobile, enfin ω : angulaire de rotation. Désignons par n le nombre de : le cadre B effectue en une seconde,

$$\omega = 2n\pi,$$
$$e = 2n\pi SH;$$

e

$$r = \frac{2n\pi SH}{i}.$$

K la constante de la boussole B, α sa déviation p
on a

$$i = KH \tang\alpha$$

et enfin

$$r = \frac{2n\pi S}{K \tang \alpha}.$$

Cette méthode, ainsi que les suivantes, offre l'avantage d'éliminer complètement la constante de self-induction du cadre mobile, si difficile à mesurer avec précision.

6° *Méthodes de M. Lorenz et de M. Lippmann.* — M. Lorenz ([1]) se place dans des conditions où l'on obtient une force électromotrice d'induction constante. Il emploie à cet effet l'induction produite par un courant circulaire sur un disque de cuivre concentrique tournant dans le plan du cadre. La force électromotrice d'induction, entre le centre et la circonférence du disque, est exprimée par $C\omega i$, en représentant par ω la vitesse angulaire, par i l'intensité du courant inducteur, enfin par C une constante que l'on détermine par le calcul. On oppose cette force électromotrice d'induction à la différence de potentiel ir produite par le courant constant aux deux extrémités de la résistance à mesurer, et l'on fait varier la vitesse de rotation jusqu'à rendre égales ces deux forces électromotrices. On a alors

$$C\omega i = ir, \quad r = C\omega.$$

M. Lippmann ([2]) a proposé de modifier la méthode de M. Lorenz, en substituant au courant employé par M. Lorenz l'action du magnétisme terrestre. Un disque de cuivre est mobile autour de son axe parallèle à l'aiguille de déclinaison. Il s'y produit une force électromotrice d'induction, dirigée radialement, et que l'on recueille au moyen de frotteurs placés l'un sur l'axe, l'autre à la circonférence; on peut même remplacer le disque par un simple fil rectiligne tournant et dont l'extrémité s'appuie sur un anneau fixe. On oppose la force électromotrice constante induite dans le fil à celle qui existe aux deux extrémités de la résistance à mesurer, parcourue par un courant dont on mesure l'intensité à la boussole, comme dans la méthode de M. Carey-Foster et de Maxwell.

([1]) Lorenz, *Pogg. Ann.*, t. CLXIX, p. 251; 1873. Analysé dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. II, p. 424.

([2]) Lippmann, *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 313; 1882.

VALEUR DE L'OHM. — A la suite du Congrès des électriciens, un grand nombre de savants de tous les pays ont réuni leurs efforts pour fixer d'une manière définitive l'étalon de l'ohm. Les diverses méthodes que nous venons d'indiquer ont été appliquées concurremment : les causes d'erreur qu'elles comportent ont été discutées ; enfin une convention internationale est intervenue et a fixé la valeur de l'*ohm légal* auquel devront être rapportés tous les étalons commerciaux de résistance. Voici, classés d'après les méthodes employées, les résultats des mesures qui ont servi de base à cette convention (¹) :

Dates et observateurs.	Valeur de l'ohm en colonne mercurielle à zéro.	
Méthode calorimétrique.		
	cm	cm
1866. Joule	106,22	106,04
1867. Joule	106,10	
1877. H.-F. Weber	105,88	
1883. Fletcher	105,95	
Première méthode de Weber.		
1874. F. Kohlrausch	105,91	106,16
1884. Mascart, de Nerville et Benoît	106,37	
1884. G. Wiedemann	106,19	
Décharge induite par un courant.		
1878. Rowland	106,16	106,11
1882. Glazebrook	106,29	
1883. Kimball	106,25	
1884. Mascart, de Nerville et Benoît	106,30	
1884. H.-F. Weber	105,37	
1884. Rowland et Kimball	106,31	
Série de décharges induites.		
1884. Roiti	105,89	105,93
1885. Himstedt	105,98	

(¹) D'après MM. MASCART et JOUBERT, *Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme*, t. II, p. 619.

Dates et observateurs.	Valeur de l'ohm en colonne mercurielle à zéro.	
Amortissement.	cm	
1882. Dorn	105,46	105,60
1884. Wild	106,03	
1884. H.-F. Weber	105,26	
1884. Baille	105,67	
Méthode de Sir W. Thomson.		
1865. Comité de l'Association britannique	104,83	105,79
1881. Lord Rayleigh et Schuster	105,95	
1882. Lord Rayleigh	106,25	
1882. H.-F. Weber	106,16	
Courant d'induction constant.		
1873. Lorenz	107,10	106,31
1883. Lord Rayleigh et Mlle Sidgwick	106,22	
1884. Lorenz	106,19	
1884. Lenz	106,13	
1884. Rowland, Kimball et Duncan	106,29	
1885. Lorenz	105,93	
Moyenne générale	106,022	

La moyenne brute de ces nombres correspond à 106^{cm} de mercure à $\frac{1}{5000}$ près. La Commission internationale a donc fixé la valeur de l'ohm légal à la résistance d'une colonne mercurielle de 1^{mmq} de section et de 106^{cm} de longueur.

Cependant, si l'on exclut du Tableau précédent les valeurs visiblement erronées, telles que la détermination du Comité de l'Association britannique, ou la première mesure de M. Lorenz, et si l'on excepte en outre les valeurs obtenues par la méthode de l'amortissement et par celle des décharges induites répétées, méthodes qui exigent les corrections les moins certaines, on obtient comme valeur moyenne des déterminations comparées $106^{cm},153$. Il est donc vraisemblable que la valeur de l'ohm légal est inférieure à l'ohm théorique au moins de 1 à 2 millièmes.

Détermination de v. — Un élément théorique aussi important à connaître que l'unité absolue de résistance, c'est la

esse v, d'où dépend le rapport des unités électromagné-
ues et électrostatiques.

Rappelons que, si l'on désigne par de grandes lettres les leurs numériques des divers éléments dans le système ectromagnétique, par de petites lettres les valeurs des mêmes iantités dans le système électrostatique, on a les relations

$$Q = It, \qquad q = it;$$
$$I^2Rt = i^2rt;$$
$$E = IR, \qquad e = ir;$$
$$Q = CE, \qquad q = ce.$$

et q représentant ainsi *les valeurs numériques d'une même iantité concrète d'électricité* évaluée dans les deux systènes, on a

$$v = \frac{q}{Q}$$

les relations (1), (2), (3), (4), (5) donnent ([1])

$$v = \frac{q}{Q} = \frac{i}{I} = \sqrt{\frac{R}{r}} = \frac{E}{e} = \sqrt{\frac{c}{C}}.$$

On peut donc arriver à l'évaluation de v par la double esure d'une résistance, d'une intensité de courant, etc., les ux mesures d'un même élément concret étant effectuées ns les deux systèmes.

1° *Double mesure de la quantité.* — Cette méthode, em-

---

[1]) Si l'on représente par (Q) et (q) les grandeurs des unités électro-ignétique et électrostatique de quantité, évaluées en fonction d'une même té concrète, on aura

$$Q(Q) = q(q)$$

par suite,

$$\frac{(Q)}{(q)} = \frac{q}{Q} = v.$$

rouvera de la même manière

$$v = \frac{(Q)}{(q)} = \frac{(I)}{(i)} = \sqrt{\frac{(r)}{(R)}} = \frac{(e)}{(E)} = \sqrt{\frac{(C)}{(c)}}.$$

ployée par Weber et Kohlrausch [1], consiste essentiellement à charger un condensateur de surface connue à l'aide d'une pile et à le décharger à travers un galvanomètre. La quantité d'électricité, en mesure électrostatique, est le produit de la surface du condensateur par la différence de potentiel : cette dernière est déterminée à l'aide d'un électromètre absolu. En mesure électromagnétique, la quantité d'électricité se déduit de la première impulsion θ d'un galvanomètre (p. 142) par la formule

$$Q = \frac{2HT}{G\pi} \sin\frac{\theta}{2},$$

dont nous avons fait précédemment usage.

2° *Double mesure de la force électromotrice.* — Sir W. Thomson [2] a évalué une même force électromotrice en mesures électrostatique et électromagnétique, en faisant passer un courant constant à travers une résistance r connue en valeur absolue ; on mesurait, à l'aide de l'électromètre absolu, la différence de potentiel $e = ri$ aux deux extrémités de cette résistance ; on déterminait en même temps à la boussole l'intensité électromagnétique, et, en multipliant par la valeur absolue de la résistance, en unités électromagnétiques, on avait la mesure électromagnétique de la force électromotrice.

Maxwell [3] a employé une méthode analogue ; elle consiste essentiellement à compenser, dans des conditions connues, l'attraction électrostatique qui s'exerce entre deux disques conducteurs en communication avec les pôles d'une pile P, par la répulsion électrodynamique entre deux bobines plates, fixées à ces disques et parcourues par le courant d'une pile P'.

3° *Double mesure de la capacité.* — La capacité électrostatique d'un condensateur ne dépend que de ses dimensions linéaires. Pour en mesurer la valeur électromagnétique, il suffit de décharger le condensateur à travers un galvanomètre connu. Voici comment opère M. Stoletow [4]. Le condensateur

---

(1) WEBER et KOHLRAUSCH, *Elektrodynamische Maasbestimmungen*; 1856.

(2) Sir W. THOMSON, *Report of the British Association*; 1869.

(3) MAXWELL, *Philosophical Transactions*, p. 643; 1868, et *Philosophical Magazine*, 4e série, t. XXXVI, p. 316.

(4) STOLETOW, *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 468; 1881.

à lame d'air est formé de disques plans : l'un des plateaux est fixe, l'autre, qui est mobile, est entouré d'un anneau de garde. Le condensateur est chargé par une pile faible et se décharge à travers un galvanomètre; pour rendre les mesures pratiquement possibles, on a recours à un commutateur tournant qui établit un certain nombre de fois, à chaque révolution, les communications correspondant à la charge et à la décharge; on observe alors une déviation permanente de l'aiguille du galvanomètre. On compare cette déviation à celle que fournit la même pile fermée d'une manière permanente par une résistance connue : on élimine ainsi la constante du galvanomètre et la force électromotrice de la pile, et la mesure ne dépend plus que de la détermination d'un temps, d'une longueur d'une résistance en valeur absolue, enfin du rapport des intensités de deux courants et de celui de deux résistances.

Voici les principaux résultats obtenus jusqu'ici relativement à v (¹) :

1856.	Weber et Kohlrausch..........	$3,107.10^{10}$
1869.	W. Thomson et King (²)........	2,808
1872.	Dugald M'Kichan (³)...........	2,896
1880.	Shida (⁴).....................	2,955
1879.	Ayrton et Perry (⁵)............	2,960
1883.	J. G. Thomson (⁶).............	2,920
1884.	Klemencik (⁷).................	3,019
1885.	Himstedt (⁸)..................	3,074
	Moyenne.............	$2,967.10^{10}$

(¹) D'après MM. MASCART et JOUBERT, *Leçons sur l'Électricité et le Magnétisme*, t. II, p. 638. La valeur de l'ohm adoptée dans ce Tableau pour la réduction des observations des divers expérimentateurs est $106^{cm},25$.

(²) KING, *Report of the Committee on electr. stand;* 1869.

(³) DUGALD M'KICHAN, *Phil. Trans.*, L.R.S.; 1879.

(⁴) SHIDA, *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. X, p. 401; 1880.

(⁵) AYRTON et PERRY, *Philosophical Magazine*, 3ᵉ série, t. VII, p. 277; 1879.

(⁶) J. J. THOMSON, *Phil. Trans.*, L.R.S.; 1883.

(⁷) KLEMENCIK, *Wien Berichte*, 3ᵉ série, t. LXXIII, p. 88; 1884.

(⁸) HIMSTEDT, *Wied. Ann.*, t. XXIX, p. 560; 1886. *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VII, p. 90.

Il est remarquable que la vitesse v est, au degré d'approximation que comportent les mesures, la vitesse même de la lumière. Les déterminations les plus récentes que l'on possède de cette vitesse sont en effet les suivantes :

1862.	Foucault	$2,980.10^{10}$
1874.	Cornu	$3,004.10^{10}$
1879.	Michelson	$2,998.10^{10}$
	Moyenne	$2,994,10^{10}$

SIGNIFICATION DE LA VITESSE v. — Maxwell a donné une interprétation très intéressante de la vitesse v. Il imagine qu'un déplacement d'électricité statique produit tous les effets du courant électrique, ce qui, comme nous le verrons plus tard, paraît en accord avec l'expérience. Il considère ensuite deux plans parallèles électrisés P, P′, qui glissent sur eux-mêmes parallèlement avec des vitesses égales. Chaque bande linéaire tracée dans l'un de ces plans équivaut, d'après notre hypothèse, à un courant de même direction. Il en résulte que, si les plans immobiles se repoussent électrostatiquement, les plans en mouvement doivent s'attirer en vertu d'actions électrodynamiques. Pour une vitesse convenable, il pourra y avoir équilibre entre les deux sortes d'actions : les plans parallèles mobiles n'exerceront entre eux ni attraction, ni répulsion.

Soit V cette vitesse. Une bande de largeur dx, prise sur le plan P, est recouverte d'une couche électrique de densité σ; elle contient, par unité de longueur, une quantité d'électricité dont la mesure électrostatique est σdx, et la mesure électromagnétique $\frac{\sigma dx}{v}$. Mais cette masse parcourt dans l'unité de temps une longueur égale à V; l'intensité électromagnétique du courant A produit, c'est-à-dire la quantité d'électricité qui traverse la section de la bande dans l'unité de temps, évaluée en mesure électromagnétique, est $\frac{V}{v}\sigma dx$. Il faut calculer l'action électromagnétique de ce courant A de longueur indéfinie, sur un courant parallèle A′, situé dans le plan P′, et auquel nous attribuerons la même intensité, une longueur l finie et une largeur dx' infiniment petite. Soient δ

la distance des deux plans, x la distance de A à la projection a' de A' sur le plan P. L'action électrodynamique a pour mesure

$$2\left(\frac{V}{v}\right)^2 \sigma^2 dx\, dx'\, l \frac{1}{\sqrt{\delta^2 + x^2}},$$

et sa composante, suivant la normale aux deux plans, est

$$2\left(\frac{V}{v}\right)^2 \sigma^2 dx\, dx'\, l \frac{\delta}{\delta^2 + x^2}.$$

Pour avoir l'action électrodynamique totale sur la bande de longueur l et de largeur dx', il faut intégrer cette expression de $x = -\infty$ à $x = +\infty$:

$$F = 2\left(\frac{V}{v}\right)^2 \sigma^2 l\, dx' \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta\, dx}{\delta^2 + x^2} = 2\pi \left(\frac{V}{v}\right)^2 \sigma^2 l\, dx'.$$

Calculons maintenant la répulsion électrostatique. On sait que l'action d'un plan indéfini, portant une densité σ, sur l'unité de surface d'un autre plan parallèle portant la même densité, est $2\pi\sigma^2$ (¹). La répulsion totale sur la bande $l\,dx'$ est donc

$$F' = 2\pi\sigma^2 l\, dx'.$$

Nous voulons maintenant avoir $F = F'$. Il suffit que

$$\left(\frac{V}{v}\right)^2 = 1, \quad V = v.$$

La vitesse v est donc celle avec laquelle deux plans parallèles électrisés devraient glisser sur eux-mêmes pour que leur attraction électrodynamique contrebalançât exactement leur répulsion électrostatique.

On peut objecter à cette interprétation qu'elle fait intervenir des vitesses de déplacement *absolues*. Le mouvement de la Terre dans l'espace étant inconnu et sa vitesse absolue probablement très grande, l'action électrostatique de deux disques électrisés dépendrait de cette vitesse et, par suite, de leur orientation, ce que l'on n'a jamais observé.

(¹) *Voir* t. IV, 1er fascicule.

CHAPITRE X.

INFLUENCE MAGNÉTIQUE.

Influence magnétique. — Cas de l'acier. — Force coercitive. — Anciens procédés d'aimantation. — Aimantation par les courants.

Problème général du magnétisme induit. — Étude expérimentale de la fonction magnétisante. — Hypothèse de Poisson. — Force exercée à l'intérieur d'un aimant. — Induction magnétique en un point d'un aimant. — La distribution du magnétisme induit est à la fois lamellaire et solénoïdale. — Équations de l'équilibre magnétique. — Induction sur un corps de forme quelconque. — Cas d'une fonction magnétisante arbitraire. — Théorie de Kirchhoff. — Théorie de M. Duhem.

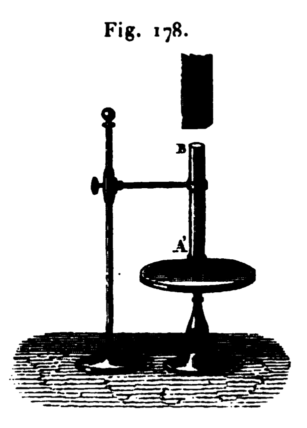
Dans les Chapitres qui précèdent, nous avons assimilé les courants aux aimants et tiré les conséquences fécondes de cette assimilation. Nous devons maintenant revenir à l'étude expérimentale des aimants, pour tâcher de pénétrer leur constitution intime. Cette étude est relativement peu avancée; on n'aura pas de peine à reconnaître combien elle est complexe, si l'on réfléchit qu'aux actions réciproques communes aux aimants et aux courants viennent s'ajouter des réactions par influence que les courants ne nous offrent pas.

INFLUENCE MAGNÉTIQUE. — L'expérience fondamentale de l'aimant plongé dans la limaille nous apprend que le fer est susceptible de s'aimanter par influence; car, si nous considérons isolément l'un des filets attachés à l'aimant, nous trouvons que le premier grain de limaille adhère à la surface de l'aimant, mais le second adhère au premier, le troisième au second, et ainsi de suite. Chacun d'eux jouit donc des propriétés d'un aimant; mais cette propriété n'est que momentanée, car, si l'on arrache un des filets de limaille et

qu'on l'écarte de l'aimant, les éléments dont il est formé se détachent les uns des autres et ne manifestent plus d'attraction réciproque.

Une fois cette idée émise, il est aisé de la vérifier. Suspendons un morceau de fer doux BA′ (*fig.* 178) au-dessus d'un support recouvert de limaille et à une petite distance de celle-ci; puis approchons de la partie supérieure B le pôle A d'un aimant. Avant même que le contact se fasse entre A et B, la limaille sera soulevée et attirée par A′ où elle se suspendra comme si BA′ était aimanté. Pour varier la même expérience, nous pourrons (*fig.* 179), après le contact de A avec B, approcher de A un petit morceau de fer *m*; il y adhérera, et nous pourrons en soutenir un grand nombre si nous avons soin de les prendre de moins en moins lourds. Nous réalisons ainsi une chaîne d'aimants qui nous expliquent fort bien la chaîne des parcelles de limaille que nous avons d'abord décrite.

Fig. 178.



On peut d'ailleurs reconnaître la nature des pôles dans les aimants ainsi juxtaposés; nous n'avons qu'à approcher de l'extrémité A′ une petite aiguille aimantée AB (*fig.* 180): son pôle boréal, attiré par l'extrémité A de l'aimant, sera attiré aussi par l'extrémité A′. Nous devons donc admettre que le morceau de fer BA′ présente un pôle boréal au pôle austral de l'aimant A, et un pôle austral à l'extrémité opposée. Il en est de même d'un deuxième morceau de fer placé à la suite de BA′, etc. L'aimantation du fer développée par influence est donc dans le sens de la force magnétique exercée par l'aimant influençant.

Dans la théorie des fluides magnétiques, on admettait que le fer doux contient une quantité indéfinie de fluide magnétique neutre, formé par la réunion de quantités équivalentes de magnétisme austral et boréal; que ce fluide boréal est attiré par le fluide austral, et le fluide austral repoussé jus-

qu'à ce que leurs actions, inverses de celle de l'aimant influençant, fassent équilibre à celles-ci en tous les points intérieurs à

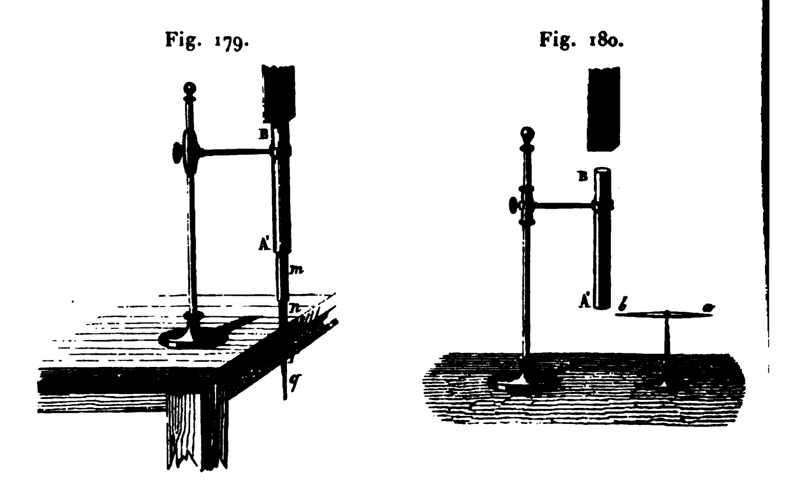


Fig. 179. Fig. 180.

la masse du fer doux. Cette théorie était, on le voit, calquée sur celle de l'influence électrique.

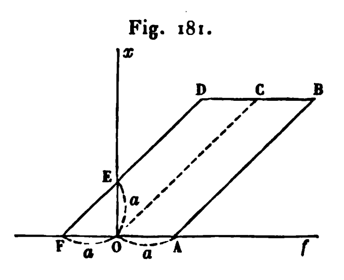
CAS DE L'ACIER. — FORCE COERCITIVE. — Le fer doux n'est pas la seule substance capable de s'aimanter par influence. Un morceau d'acier trempé placé dans un champ magnétique suffisamment énergique s'aimante aussi et, ce qui est particulièrement digne de remarque, demeure aimanté quand on supprime le champ qui a produit l'aimantation : ce n'est même qu'à la faveur de cette propriété de l'acier que l'on a pu préparer des aimants permanents artificiels.

L'étude des procédés d'aimantation va nous montrer qu'il n'y a aucune différence essentielle entre l'influence exercée sur le fer et l'acier, si ce n'est le pouvoir qu'a cette dernière substance de conserver une partie plus appréciable du magnétisme qu'on lui a communiqué.

Pour rendre compte de la conservation du magnétisme induit, Coulomb admettait que l'acier possède un *pouvoir coercitif*, ou défaut d'élasticité magnétique, qui s'oppose à la production de l'aimantation non encore développée, ou à la perte de l'aimantation acquise. On peut comparer l'effet du

pouvoir coercitif à celui d'un frottement. Considérons, avec M. Warburg ([1]), un corps pesant P placé sur une table et maintenu par un ressort sans tension initiale. Quand le corps se trouve ensuite soumis à une force horizontale F directement opposée à la résistance du ressort et supérieure au frottement a que le corps exerce sur son plan d'appui, il se déplace d'une quantité x et le ressort se tend proportionnellement à $F - a$. Convenons de représenter les déplacements x du corps par des ordonnées, les forces auxquelles il est soumis par des abscisses (*fig.* 181) et supposons que les forces F varient de o à $p > a$ et de p à o et à $-a$. Le point figuratif de l'état du corps se déplace de O en A, B, C, D, E, F, et nous pourrons former le Tableau suivant :

Fig. 181.



Force agissante.	Point figuratif.	Tension du ressort.
o	O	o
a	A	o
p	B	$p - a$
$p - a$	C	$p - a$
$p - 2a$	D	$p - a$
o	E	a
$-a$	F	o

La tension du ressort correspondant à une force F donnée nous représente, dans cette comparaison, l'aimantation produite par une force magnétisante égale à F. Des expériences de mesure pourront seules décider jusqu'à quel point l'analogie que nous invoquons est acceptable.

Anciens procédés d'aimantation. — Les premiers aimants artificiels ont été obtenus par le contact ou la friction d'une pièce d'acier contre des aimants naturels. Ces nouveaux aimants ont ensuite servi à en fabriquer d'autres par les divers procédés que nous allons indiquer.

([1]) Warburg, *Wiedemann's Annalen*, t. XIII, p. 141 ; 1881.

1° *Simple touche.* — Approchons un barreau d'acier *ba* d'un pôle austral A (*fig.* 182). Il se trouve placé dans un champ magnétique d'intensité variable et prend par influence un pôle boréal en *b*, un pôle austral en *a*; mais l'aimantation permanente qu'il reçoit ne peut être régulière, et la ligne neutre sera beaucoup plus rapprochée de *b* que de *a*. C'est ce que Gaugain [1] a constaté directement en étudiant la distribution du magnétisme sur le barreau *ba* par une méthode que nous indiquerons dans le Chapitre suivant.

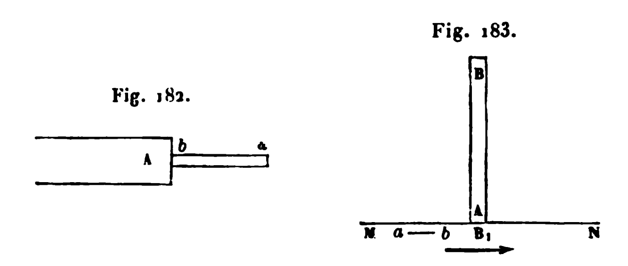


Fig. 182.
Fig. 183.

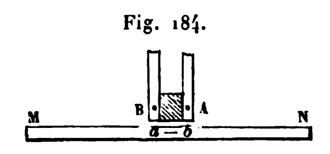
On peut augmenter l'influence en faisant successivement agir le pôle A sur toutes les parties du barreau, c'est-à-dire en frottant l'aimant sur le barreau. On se rendra compte de l'effet produit en substituant fictivement au barreau d'acier un barreau de fer doux MN (*fig.* 183). Quand le pôle A occupe une certaine situation, considérée arbitrairement, il développe par influence un pôle boréal B_1 dans la région de MN la plus voisine, et un pôle austral A_1 vers chacune des extrémités. En déplaçant le barreau AB dans le sens de la flèche, on amène le pôle boréal B_1 de M en N; par suite, chacune des particules magnétiques du barreau a été successivement amenée à présenter son pôle boréal *b* vers N, son pôle austral vers M, et, comme l'aimantation, une fois produite, persiste partiellement dans l'acier, nous voyons que le barreau demeure aimanté, de manière à présenter un pôle austral en M, un pôle boréal en N. Cependant les expériences de Gaugain ont établi que l'aimantation n'est pas parfaitement

(1) GAUGAIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. VIII, p. 334; 1876.

régulière. La ligne neutre n'est pas au milieu, elle est plus voisine de l'extrémité N vers laquelle est dirigée la friction.

2° *Double touche.* — Au lieu d'un seul aimant, Mitchell ([1]) en prit deux, opposés par leurs pôles A et B (*fig.* 184) et séparés l'un de l'autre par une cale en bois. Le champ magnétique est alors maximum dans l'intervalle AB où les actions des deux barreaux s'ajoutent, très faible dans l'espace extérieur où elles se retranchent. Chaque molécule magnétique,

Fig. 184.

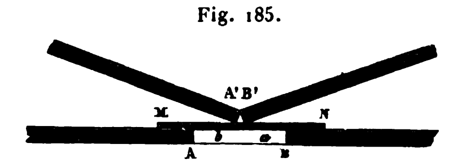


telle que *ab*, se trouve donc soumise à une action énergique au moment où le système frottant passe sur elle, et toutes les molécules subissent successivement la même influence. Malgré la légère réaction à laquelle elles se trouvent ensuite soumises, elles demeurent toutes orientées comme *ab* : il se développe un pôle austral en M, un pôle boréal en N ([2]).

Généralement on fait la friction d'abord en allant de M vers N, puis de N en M. L'action est plus complète quand on a soin de placer deux fers doux contre les extrémités M et N du barreau, car ces fers doux, aimantés par influence, accroissent l'intensité du champ magnétique.

Œpinus ([3]) modifia et perfectionna la méthode de Mitchell. Il plaçait le barreau MN (*fig.* 185) sur les pôles opposés A et

Fig. 185.



B de deux aimants qui déjà tendaient à l'aimanter par influence, puis il promenait au-dessus deux autres aimants

---

([1]) MITCHELL, *Treatise on artificial Magnets;* Cambridge, 1751.

([2]) On trouvera dans le Mémoire déjà signalé de Gaugain une analyse intéressante des actions superposées dans la méthode de la double touche.

([3]) ŒPINUS, *Tentamen theoriæ Electricitatis et Magnetismi*; 1759.

opposés par leurs pôles et séparés par une cale en bois, mais inclinés de 15° à 20° sur l'horizon. Cette combinaison avait pour but de rapprocher le plus possible les pôles A′ et B′ du barreau MN. Quand le barreau est gros, on répète l'opération successivement sur ses quatre faces.

3° *Touche séparée.* — Knight (¹), Duhamel (²) et Coulomb (³) ont employé un procédé qui diffère du précédent en ce que les deux pôles A′ et B′, au lieu de rester réunis et de recevoir un mouvement commun, sont d'abord posés ensemble vers le milieu de MN, puis séparés l'un de l'autre en glissant l'un vers M, l'autre vers N ; après quoi, on les enlève tous deux pour les replacer sur le milieu de MN et recommencer l'opération.

Nous expliquerons par la suite l'utilité des frictions répétées.

4° *Aimantation par la terre.* — Puisque l'action de la terre peut être assimilée à celle d'un aimant, elle doit produire des phénomènes d'influence. Mais le champ magnétique terrestre est trop peu intense pour provoquer une aimantation sensible de l'acier trempé. On vérifie cependant sans peine qu'un barreau de fer doux placé parallèlement à l'aiguille d'inclinaison présente un pôle austral à son extrémité inférieure, un pôle boréal à son extrémité supérieure.

Si, pendant qu'une tige de fer est dans cette situation on réussit à la rendre coercitive, elle conserve une partie de son magnétisme. On constate en effet que l'écrouissage résultant de chocs répétés ou de torsions auxquelles le fer est soumis pendant l'influence communique à ce métal la propriété de rester aimanté. On s'explique donc comment les instruments des serruriers finissent toujours par être aimantés quand on s'en sert depuis quelque temps.

AIMANTATION PAR LES COURANTS. — Les courants exercent, comme les aimants, des phénomènes d'influence magnétique, et c'est toujours aux courants que l'on a recours aujourd'hui

(¹) KNIGHT, *Philos. Trans.*; 1751.

(²) DUHAMEL, *Mémoire sur les aimants artificiels*, Paris, 1760, et LALANDE, *Memoires de l'Académie des Sciences*; 1761.

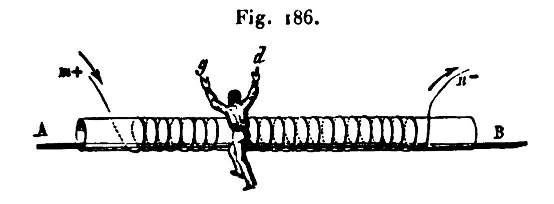
(³) COULOMB, *Journal de Physique de La Métherie*, t. XLIII ; 1793.

pour produire une aimantation énergique du fer doux ou de l'acier.

Nous savons que le champ magnétique intérieur d'un solénoïde électromagnétique est sensiblement constant en grandeur et en direction tout le long de son axe, sauf au voisinage des extrémités. Une aiguille ou un barreau placés dans l'axe du solénoïde seront donc soumis simultanément, en tous leurs points, à une force magnétique très sensiblement constante en grandeur et en direction, ce que l'on ne pouvait obtenir que très imparfaitement à l'aide des systèmes de barreaux employés, avant la découverte d'Ampère, à produire l'aimantation.

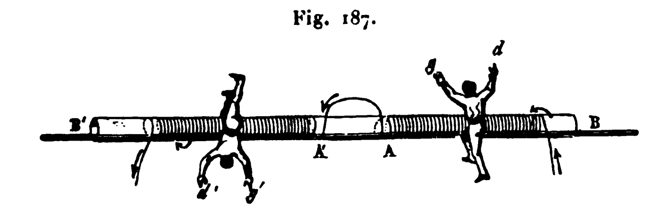
Le pôle austral A du barreau soumis à l'influence se développe à la gauche du courant : il change donc de place par rapport à l'observateur suivant la direction du courant et le sens de l'enroulement du solénoïde (*fig.* 186). En changeant

Fig. 186.



le sens de l'enroulement au milieu du solénoïde, on développe dans la région AA′ (*fig.* 187) un double pôle supplémentaire ou point conséquent : ainsi, dans le cas de la figure, le bar-

Fig. 187.



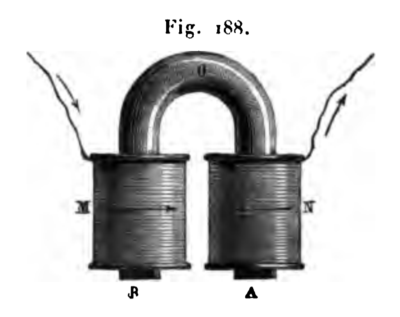
reau aimanté présentera un pôle boréal à chacune de ses extrémités BB′, un pôle austral conséquent en son milieu AA′. On peut multiplier à volonté les points conséquents, resserrer ou écarter les spires en divers endroits et, plus

généralement, modifier l'intensité de champ de toutes les manières possibles, de façon à obtenir une variété indéfinie d'aimants.

Quand on aimante du fer doux, les propriétés magnétiques cessent dès qu'on supprime le champ en interrompant le courant : on peut le démontrer dans les Cours à l'aide de la sirène de Froment. Elle se compose d'un morceau de fer doux entouré par un conducteur hélicoïdal, et devant lequel est un contact mobile qu'un ressort tient éloigné, mais qui peut venir toucher le fer quand celui-ci est aimanté. Le courant passe toutes les fois que ce contact est éloigné; alors il est attiré; mais son mouvement ouvre le circuit : aussitôt le fer doux se désaimante; alors le ressort, agissant sur ce contact, le ramène à sa position primitive et ferme de nouveau le circuit. Il en résulte un mouvement de va-et-vient assez rapide pour produire un son dont l'acuité augmente avec la rapidité des oscillations; on fait varier celle-ci en diminuant l'étendue de la course de contact.

On peut obtenir, à l'aide des courants, une aimantation extrêmement intense du fer doux. Un *électro-aimant* est une pièce de fer très doux, droite ou recourbée en fer à cheval AOB, comme l'indique la *fig.* 188. On entoure alors les deux

Fig. 188.



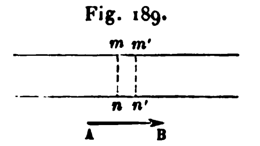
extrémités de bobines de fils enroulés M, N, à travers lesquelles on fait passer le courant. Si le fer est rectiligne, les deux bobines n'en forment qu'une seule; mais, si on le recourbe en fer à cheval, le sens du courant doit être dirigé en sens contraire dans M et dans N; le pôle austral est en A à la gauche de la flèche N et le pôle boréal B à la droite de

. On peut suspendre cet appareil à une potence et lui présenter un contact de fer doux; celui-ci adhère aux pôles A B, et il faut parfois plusieurs centaines de kilogrammes pour les séparer. Mais, dès qu'on supprime le courant, le contact se détache sous un faible effort : il n'est plus maintenu que par un magnétisme rémanent très faible dont nous étudierons ultérieurement la nature.

PROBLÈME GÉNÉRAL DU MAGNÉTISME INDUIT. — Après avoir constaté les diverses manières dont se produit l'influence, il reste à en déterminer les lois numériques. Le problème général qui se présente à nous est le suivant : *Déterminer la distribution et l'intensité du magnétisme dans un corps de forme donnée, placé dans un champ magnétique connu.* Pour le résoudre dans toute sa généralité, il faudrait d'abord savoir comment l'intensité de l'aimantation en un point dépend de la force magnétisante qui agit en ce point. Nos connaissances, même à cet égard, sont extrêmement bornées.

Dans l'impossibilité de faire agir une force magnétique connue sur un élément magnétique unique, nous sommes forcés d'avoir recours à des expériences complexes, qu'il faut savoir interpréter. Considérons, par exemple, un cylindre de faible section terminé par des bases planes et placé dans la direction des lignes de force d'un champ magnétique d'intensité uniforme (*fig.* 189). L'aimantation dans une tranche mn, $m'n'$, résulte de l'action combinée du champ uniforme primitif et du champ nouveau développé par l'aimantation du reste du barreau. Or l'aimantation dans une tranche quelconque est, par raison de symétrie, dans la direction des lignes de force du champ magnétique primitif, et elle possède une intensité uniforme, tant que la distance de mn aux deux extrémités sera suffisante. Cette intensité ne peut être fonction que de celle du champ et de la nature de la substance magnétique. En effet, puisque l'aimantation est longitudinale et uniforme, c'est-à-dire *solénoïdale* (p. 10), dans la portion du barreau considérée, il n'y a nulle part de magnétisme libre, si ce n'est au voisinage des extrémités du barreau, et le

Fig. 189.



champ primitif n'est altéré que par l'influence de celles-ci, qui est supposée négligeable. Nous désignerons le rapport k de l'intensité I de l'aimantation uniforme produite dans cette expérience à celle F du champ sous les noms de ***coefficient d'aimantation*** et de ***fonction magnétisante***.

Rappelons que l'intensité I de l'aimantation est un moment magnétique rapporté à l'unité de volume. Ses dimensions sont données par la formule symbolique

$$I = \frac{\mu L}{L^3} = M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Ce sont précisément les dimensions de l'intensité du champ magnétique.

Le rapport k est donc un nombre abstrait, indépendant de la valeur adoptée pour les unités fondamentales.

ÉTUDE DE LA FONCTION MAGNÉTISANTE. — Pour étudier comment varie cette fonction, on pourra effectuer des systèmes de doubles mesures de l'intensité du champ et de l'intensité de l'aimantation développée dans un barreau cylindrique sous l'action de ce champ; on se placera dans des conditions telles que l'influence des extrémités soit négligeable, à moins qu'on ne préfère en tenir compte par une correction appropriée. Voici une manière d'opérer qui est très simple (¹).

Le champ magnétique est celui d'une spirale magnétisante, longue et étroite. On peut y introduire des aiguilles cylindriques minces, disposées au milieu de la bobine et suivant son axe où elles sont maintenues par des supports convenables (*fig.* 190). Quand une telle aiguille est très longue par rapport à son diamètre, et que la bobine dépasse largement, de part et d'autre, les extrémités de l'aiguille, les conditions théoriques, indiquées ci-dessus, sont très sensiblement réalisées, et l'aiguille est aimantée uniformément, sauf dans une région très courte voisine de chaque extrémité. Soient I l'intensité de l'aimantation (p. 7), S la section; la quantité de magnétisme de chacun des pôles de l'aiguille est $\mu = IS$.

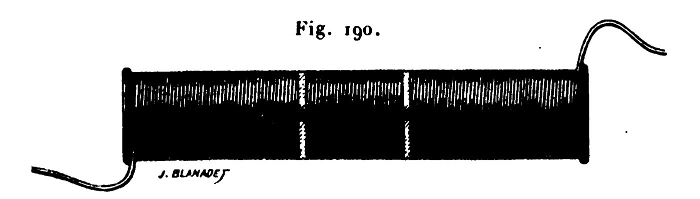
(¹) BOUTY, *Annales de l'École Normale supérieure*, 2ᵉ série, t. V, p. 123; 1876. *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. IV, p. 367.

pôles seraient à l'extrémité même de l'aiguille, si l'ai-
tation était rigoureusement uniforme. Soient d la distance
nnue d'un pôle à l'extrémité la plus voisine, l la demi-
ueur de l'aiguille, M son moment magnétique : on a

$$M = 2\mu(l - d) = 2IS(l - d),$$

i l'on connaissait M, l, d et S, on en tirerait I. Or il est évi-
que, pour une intensité fixe du courant et pour des aiguilles
ngueurs différentes, mais supérieures à une certaine li-
L (qui dépend de leur section S), la distance d des pôles,
extrémités, demeure invariable. Il suffit donc de mesurer

Fig. 190.



série de valeurs correspondantes de M et de l; on en dé-
ι μ et d et par suite I avec une certitude d'autant plus
de que les mesures auront été plus multipliées. Pour dé-
iner la fonction magnétisante, il suffit de recommencer
mêmes mesures pour une série de valeurs de l'intensité du
ant assez nombreuses et assez rapprochées.

ur mesurer les moments M, on peut employer plusieurs
iodes. La plus simple et la plus générale consiste à placer
irale magnétisante perpendiculairement au plan du méri-
magnétique et à une distance D très grande, par rapport
longueur L de la spirale, d'un très petit barreau aimanté
suspendu par un fil de cocon et dont on observe les dé-
ons par la méthode de Poggendorff. Soit X le moment
nétique de la spirale seule : elle produit une déviation α
arreau dont la tangente, pour une distance D invariable,
roportionnelle à X,

$$\tang \alpha = KX.$$

n introduit l'aiguille à aimanter, vierge de toute aimanta-

tion antérieure, dans l'axe et au milieu de la spirale; la nouvelle déviation α' est

$$(3) \qquad \operatorname{tang}\alpha' = K(X + M),$$

où M désigne le moment magnétique temporaire ou total de l'aiguille. Enfin, si l'on supprime le courant, la déviation se réduit à α'' et, en appelant M_1 le moment magnétique résiduel du barreau,

$$(4) \qquad \operatorname{tang}\alpha'' = KM_1.$$

Des équations (2), (3) et (4) on déduit $\frac{M}{X}$ et $\frac{M_1}{X}$, puis, à l'aide de l'équation (1) $\frac{I}{X}$, $\frac{I_1}{X}$. Les moments X d'une spirale invariable, parcourue par des courants d'intensité diverse, sont proportionnels à l'intensité de ces courants et par conséquent proportionnels à l'intensité du champ magnétique qu'elle produit. On a donc, en définitive, par une série de mesures effectuées avec la même spirale et à une distance D invariable, mais pour des intensités de courants différentes, une série de valeurs de la fonction magnétisante temporaire et de la fonction magnétisante résiduelle, exprimées l'une et l'autre à l'aide d'une même unité arbitraire.

La même méthode pourrait, à la rigueur, fournir des mesures absolues; mais il vaut mieux opérer alors comme l'a fait M. Rowland ([1]). Le corps soumis à l'aimantation a la forme d'un tore de très faible section par rapport au rayon de son cercle moyen; il est placé dans une bobine dont l'axe est un cercle coïncidant avec ce cercle moyen. L'aimantation du tore est alors très sensiblement uniforme : ses molécules magnétiques forment des solénoïdes fermés qui ne peuvent exercer d'action magnétique au dehors (p. 10). Toutefois, au moment de l'aimantation, un courant induit se produira dans un anneau de fil conducteur enlacé sur le tore et en communication avec un galvanomètre (p. 217); ce courant sera le même que si l'on remplaçait l'aimant par un solénoïde équivalent.

([1]) ROWLAND, *On magnetic permeability, and the maximum of magnetism of iron, steel and nickel* (*Philosophical Magazine*, 4e série, t. XLVI, p. 140; 1873).

ı peut donc déduire de la mesure absolue du courant induit lle de l'intensité de l'aimantation totale. En supprimant courant, on aura un nouveau courant induit d'où l'on déıira par différence l'intensité de l'aimantation résiduelle. ı aura donc tous les éléments nécessaires pour déterminer ; fonctions magnétisantes, soit totale, soit résiduelle, en esure absolue.

Les résultats généraux obtenus par M. Rowland peuvent se sumer comme il suit (¹) :

1° Tout le magnétisme induit (ou mieux presque tout) dévepрé par de faibles champs magnétiques est temporaire. *Avec ıcier le phénomène est encore plus apparent qu'avec le fer.*

2° Le magnétisme temporaire induit (différence entre le maétisme total et le magnétisme permanent) augmente toujours ec l'intensité du champ magnétique, *et, dans des limites ez larges, est sensiblement proportionnel à cette intensité.* ıis, quand celle-ci augmente indéfiniment, le magnétisme mporaire induit tend vers une limite finie et déterminée.

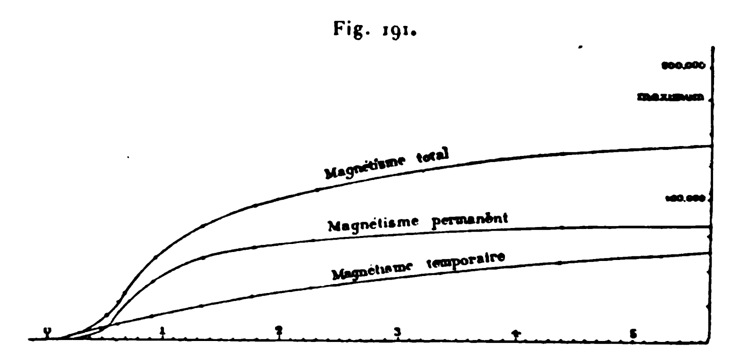
3° Le magnétisme permanent ne commence à apparaître une manière sensible qu'avec un champ d'intensité noble; il croît ensuite très vite, atteint un maximum, *et au là paraît plutôt diminuer* quand le fer a à peu près acquis maximum de magnétisme total dont il est susceptible.

Les courbes ci-jointes (*fig.* 191), relatives à un bon fer de orvège, sont tirées du Mémoire de M. Rowland : elles ont é construites en prenant pour abscisse l'intensité F du champ agnétique, pour ordonnée l'intensité I de l'aimantation; la nction magnétisante k correspondant à un point quelconque l'une des courbes est le rapport de l'ordonnée à l'abscisse, st-à-dire le coefficient angulaire de la droite joignant l'orie O à ce point. Les unités fondamentales adoptées par Rowland sont le mètre, le gramme et la seconde.

(¹) Parmi les recherches les plus intéressantes au sujet de la fonction gnétisante, il convient de signaler celles de M. Stoletow, *On the matising function of soft iron, especially with weaker decomposing vers* (*Philosophical Magazine*, 4ᵉ série, t. XLV, p. 40; 1873, et *Pogg.* n., t. CXLVI, p. 439). Elles ont été réalisées à l'aide d'ellipsoïdes de doux. *Voir*, à la fin de ce Chapitre, les propriétés magnétiques dont it l'ellipsoïde, d'après les recherches théoriques de M. Kirchhoff.

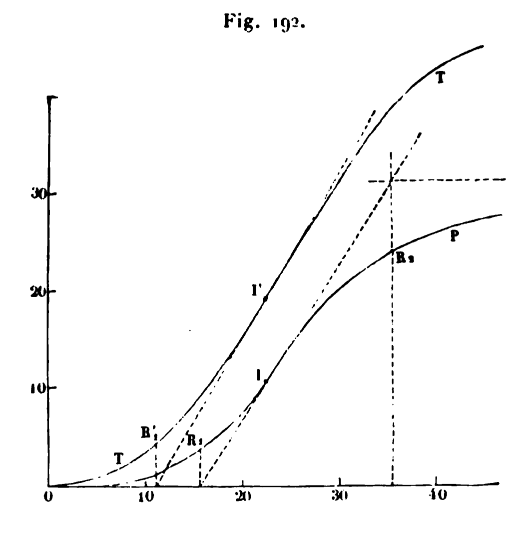
Les courbes en lignes pleines de la *fig.* 192 ont été construites d'après les mêmes conventions (¹), mais avec des

Fig. 191.



unités arbitraires différentes pour I et pour F. Elles se rapportent à un acier trempé très dur, de manière à se rompre comme du verre.

Fig. 192.



La forme des courbes, tout en restant la même d'une m
nière générale, varie beaucoup d'une espèce de fer ou d'ac

(¹) BOUTY, *loc. cit.*

une autre, de telle sorte que les mesures absolues ne peu-ent guère avoir d'autre utilité que de fixer pratiquement le aximum du magnétisme que l'on peut communiquer à un mant donné.

Il est bien évident, par ce qui précède, que l'hypothèse de force coercitive, telle que nous l'avons appliquée, est npuissante à expliquer l'ensemble des phénomènes. En pre-ier lieu il n'y a, entre l'acier et le fer, aucune différence sentielle, même lorsque l'acier est trempé très dur. D'autre art, la théorie de la force coercitive ne prévoit ni le mode variation du magnétisme temporaire, ni l'existence de son aximum; mais il est à remarquer qu'elle représente ap-roximativement la loi de la variation du magnétisme per-anent. On peut, en effet, signaler l'analogie grossière de la urbe P du magnétisme permanent (*fig.* 192) avec une ligne risée formée d'une portion de l'axe horizontal à partir du oint O, de la tangente au point d'inflexion I de la courbe, nfin de l'asymptote horizontale. Cette ligne brisée indique-ait une aimantation nulle jusqu'à une certaine valeur a du hamp f, croissant ensuite proportionnellement à $f - a$, jus-u'à une valeur de f peu différente de $2a$, pour demeurer nsuite constante. Ce sont bien là les caractères de l'aiman-tion résiduelle prévue par la considération de la force ercitive (*voir* p. 299).

HYPOTHÈSES DE POISSON. — Aucun essai de théorie générale u magnétisme n'a été tenté jusqu'ici. Mais, si l'on veut se orner à l'étude des phénomènes que présente le fer très oux, placé dans un champ magnétique faible, il résulte de nspection des courbes de M. Rowland que la fonction ma-nétisante temporaire est très sensiblement constante.

Guidé par l'analogie des phénomènes électriques et ma-nétiques, Poisson [1] avait admis, antérieurement à toute périence de mesures, la proportionnalité de l'intensité I du agnétisme induit à l'intensité du champ. Il supposait de us, toujours d'après la même analogie, que l'aimantation

---

[1] POISSON, *Mémoires de l'Académie des Sciences*, t. V et VI; 1821-3.

d'une particule magnétique, située en un point quelconque P, est tout à fait indépendante des valeurs par lesquelles l'intensité F du champ a pu passer antérieurement. Cette hypothèse n'est pas complètement vérifiée par l'expérience, car le fer le plus doux conserve quelque chose de son aimantation par influence après la cessation de la force magnétisante. Toutefois, rien ne s'oppose à ce qu'on fasse abstraction de ce faible *magnétisme rémanent*, au moins pour une première approximation. Grâce à ces hypothèses simples, Poisson est parvenu à faire une théorie mathématique du magnétisme induit qui a été perfectionnée depuis, notamment par Green [1], par Sir W. Thomson [2] et par Maxwell [3].

Dans ce qui va suivre, nous adopterons de préférence le mode d'exposition de ce dernier savant.

FORCE EXERCÉE A L'INTÉRIEUR D'UN AIMANT. — La force exercée par un aimant en un point extérieur à sa masse a pour composantes

$$\alpha = -\frac{\partial V}{\partial x}, \qquad \beta = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad \gamma = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

Pour savoir ce qu'il faut entendre par la force exercée en un point P intérieur à l'aimant lui-même, nous imaginerons qu'on creuse autour de ce point une cavité de très petites dimensions, à l'intérieur de laquelle nous placerons un pôle égal à l'unité. La force F agissant sur ce pôle dépendra de l'intensité et de la direction de l'aimantation en P. Au surplus, il n'est nullement évident qu'elle soit indépendante de la forme de la cavité creusée. Il est donc nécessaire d'indiquer la forme de cette cavité, après quoi la force F sera déterminée comme si le point P était extérieur à l'aimant.

Rappelons que nous avons substitué fictivement à l'aimantation réelle (p. 9) une double distribution, superficielle et

(1) GREEN, *An essay on the application of mathematical analysis to the theories of Electricity and Magnetism;* Nottingham, 1828.

(2) Sir W. THOMSON, *On the theory of magnetic induction in crystalline and non crystalline substances* (*Philosophical Magazine*, 4e série, t. I, p. 177; 1851). *Voir* aussi *Reprint of Papers*, etc.; London, 1872.

(3) MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, t. II, Ch. II.

solide, de matière magnétique. Supposons d'abord l'aimantation uniforme dans une certaine région autour du point P, d'où il résulte, d'après l'équation (11) (p. 8), que la densité ρ de la distribution solide du magnétisme est nulle dans cette région; creusons autour du point P un cylindre droit dont l'axe, passant par P, est dirigé dans le sens de l'aimantation. Les parois latérales du cylindre ne portent aucune distribution magnétique; quant aux bases, elles sont revêtues de quantités de magnétisme égales et contraires, dont la densité superficielle est $+I$ pour l'extrémité négative, $-I$ pour l'extrémité positive. L'action R de ces deux bases s'ajoute à l'action générale du magnétisme libre de l'aimant; nous devrons en tenir compte.

Prenons, en second lieu, une portion d'aimant dans laquelle l'aimantation n'est pas uniforme autour du point P. Nous supposerons alors le cylindre assez petit pour que la distribution solide que nous enlevons avec lui ait une densité ρ constante en tous ses points; mais on sait que, dans des solides semblables, la force exercée en un point donné P par une distribution uniforme de matière attirante ou repoussante, d'après la loi de Newton, varie proportionnellement aux dimensions linéaires (1); l'altération de la force exercée sur le pôle unité par l'ablation de la distribution solide tendra donc vers zéro avec les dimensions du cylindre; à la limite, elle est nulle et il n'y a pas à en tenir compte.

D'une manière tout à fait générale, la force à l'intérieur d'une telle cavité se compose donc : 1° de la force dont les composantes sont

$$-\frac{\partial V}{\partial x}, \quad -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad -\frac{\partial V}{\partial z};$$

2° de la force R provenant des distributions portées par les deux bases de la cavité cylindrique infiniment petite et dont les composantes sont proportionnelles à celles de l'aimantation.

---

(1) Cette action, proportionnelle à la masse agissante, c'est-à-dire au cube des dimensions homologues, est aussi en raison inverse du carré de la distance, c'est-à-dire du carré des dimensions homologues. Elle est donc en définitive proportionnelle aux dimensions homologues.

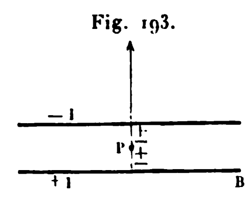
Nous sommes encore libres de faire tendre vers zéro le volume du cylindre, en assignant au rayon de sa base a et à sa demi-longueur b tel rapport constant que nous voudrons.

1° Supposons le rapport $\frac{a}{b}$ négligeable. La quantité de la distribution portée par l'extrémité négative du cylindre est $\pi a^2 I$; la force exercée à une distance b sur le pôle unité est répulsive, égale à $\pi \frac{a^2}{b^2} I$ et tend vers zéro avec $\frac{a}{b}$. Dans ce cas, la force R est négligeable et les composantes de l'action résultante au point P sont

$$\alpha = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad \beta = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad \gamma = -\frac{\partial V}{\partial z}.$$

2° Supposons le rapport $\frac{b}{a}$ négligeable. Le point P (*fig.* 193) se trouve placé entre deux disques plans A et B très voisins, recouverts d'une distribution magnétique uniforme. Le sens de l'aimantation étant indiqué par la flèche, la densité magnétique sur le plan A est égale à $-I$; elle est égale à $+I$ sur le plan B. Nous nous proposons de mesurer la force exercée au centre de la cavité, quand le volume de celle-ci tend vers zéro.

Fig. 193.



Puisque nous supposons $\frac{a}{b}$ infini, les deux disques A et B peuvent eux-mêmes être considérés comme indéfinis. Le potentiel V dans leur intervalle n'est fonction que de la distance z du point P au plan A. Comme on a, en général,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0,$$

on a, en particulier, dans le cas actuel,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0,$$

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \text{const.};$$

e est invariable, quelle que soit la distance. Il suffit de la calculer pour une position particulière du point P ; en un point infiniment voisin du plan A, sur lequel la σ du magnétisme est — I, la force a pour expression

$$R = -\frac{\partial V}{\partial z} = +4\pi I.$$

itre de la cavité, la force conserve la même valeur.

i, dans le cas actuel, la force R est dirigée dans le e l'aimantation et égale à $4\pi I$. Ses composantes sont $4\pi B$, $4\pi C$, et les composantes a, b, c de la force résul- sont elles-mêmes

$$a = \alpha + 4\pi A,$$
$$b = \beta + 4\pi B,$$
$$c = \gamma + 4\pi C.$$

voit par ce qui précède que la force exercée en un P d'un aimant dépend essentiellement de la forme de té infiniment petite creusée autour de ce point. Nous s pu assigner au rapport $\frac{a}{b}$ une valeur finie, remplacer té cylindrique par une cavité sphérique, etc. : nous au- btenu autant de valeurs différentes de la force exercée nt P. L'expression de *force magnétique à l'intérieur aimant* est donc, par elle-même, dénuée de signi- n.

CTION MAGNÉTIQUE EN UN POINT D'UN AIMANT. — Cependant, se reporte au phénomène de l'induction exercée par un ïde magnétique fermé (p. 218), on verra que nous avons nduits à considérer le flux de force émanant de ce solé- comme égal à $4\pi IS$, et, par conséquent, la force magné- en un point P, provenant de l'aimantation, comme à $4\pi I$.

narquons que dans ce cas il n'y a pas de magnétisme

libre et que l'on a

$$\alpha = -\frac{\partial V}{\partial x} = 0,$$

$$\beta = -\frac{\partial V}{\partial y} = 0,$$

$$\gamma = -\frac{\partial V}{\partial z} = 0.$$

Les composantes de la force, évaluées d'après les phénomènes d'induction, sont précisément

$$a = 4\pi A,$$
$$b = 4\pi B,$$
$$c = 4\pi C.$$

La force magnétique, évaluée par l'induction, se confond avec la force résultante au centre d'une cavité en forme de disque infiniment mince, dont l'axe est dans la direction de l'aimantation.

On nomme, en général, *induction magnétique* en un point P d'un aimant la force dont les composantes sont

$$a = \alpha + 4\pi A,$$
$$b = \beta + 4\pi B,$$
$$c = \gamma + 4\pi C.$$

PERMÉABILITÉ MAGNÉTIQUE. — Les expériences d'influence magnétique établissent que, dans certaines limites, on peut considérer l'intensité I de l'aimantation induite comme proportionnelle à l'intensité F du champ, dont les composantes sont α, β, γ. On a

$$I = kF$$

ou

$$A = k\alpha,$$
$$B = k\beta,$$
$$C = k\gamma.$$

k est la constante d'induction ou la fonction magnétisante.

Remplaçons A, B, C par leurs valeurs dans l'expression des composantes de l'induction magnétique, il viendra

$$a = (1 + 4\pi k)\alpha,$$
$$b = (1 + 4\pi k)\beta,$$
$$c = (1 + 4\pi k)\gamma.$$

Le rapport $\mathfrak{m}$ de l'induction magnétique à l'intensité du champ est donc

$$\mathfrak{m} = 1 + 4\pi k.$$

Maxwell donne à cette quantité $\mathfrak{m}$ le nom de *perméabilité magnétique*. Si k est constant, la perméabilité est aussi constante. En réalité, $\mathfrak{m}$ est, comme k, une fonction purement numérique de l'intensité F du champ.

La distribution du magnétisme induit est a la fois lamellaire et solénoidale. — Le potentiel magnétique V en un point P peut être décomposé en deux parties, l'une V_1 qui est le potentiel des forces extérieures, l'autre V_2 qui est le potentiel du magnétisme induit

$$V = V_1 + V_2. \tag{1}$$

Nous connaissons V_1; le problème de l'aimantation induite consiste essentiellement à déterminer V_2.

Les composantes de l'aimantation sont :

$$\left\{\begin{aligned} A &= k\alpha = -k\frac{\partial V}{\partial x},\\ B &= k\beta = -k\frac{\partial V}{\partial y},\\ C &= k\gamma = -k\frac{\partial V}{\partial z}.\end{aligned}\right. \tag{2}$$

Posons

$$U = -kV, \tag{3}$$

puisque nous considérons k comme constant,

$$(4)\quad \begin{cases} A = -\dfrac{\partial(kV)}{\partial x} = \dfrac{\partial U}{\partial x}, \\ B = -\dfrac{\partial(kV)}{\partial y} = \dfrac{\partial U}{\partial y}, \\ C = -\dfrac{\partial(kV)}{\partial z} = \dfrac{\partial U}{\partial z}. \end{cases}$$

Les composantes A, B, C de l'aimantation sont donc les dérivées d'une même fonction U, que nous pouvons nommer le *potentiel de l'aimantation*. Nous avons vu (p. 12) que cette propriété est caractéristique des aimants lamellaires. *Un aimant produit par influence peut donc être assimilé à un faisceau de courants fermés.*

Nous savons d'ailleurs que la densité ρ du magnétisme libre à l'intérieur d'un aimant (p. 8) est

$$\rho = -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right);$$

ou, d'après les équations précédentes,

$$\rho = k\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}\right);$$

et comme on a, en général,

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi\rho,$$

$$\frac{\rho}{k} = -4\pi\rho,$$

$$(1 + 4\pi k)\rho = 0,$$

$$\rho = 0.$$

Cette dernière équation exprime (p. 10) que la distribution est solénoïdale, c'est-à-dire que, *dans un aimant produit par influence, il n'y a de magnétisme libre qu'à la surface*. Il suffira donc de déterminer la valeur de la densité superficielle σ.

Ces propriétés importantes simplifient beaucoup l'étude du magnétisme induit.

ÉQUATIONS DE L'ÉQUILIBRE MAGNÉTIQUE. — Soit ν la normale menée en un point de la surface d'un aimant de fer doux, et supposons-la dirigée vers l'intérieur. Les composantes de la densité superficielle σ suivant les trois axes sont A, B, C; il en résulte

$$\sigma = -\frac{\partial U}{\partial \nu}. \tag{5}$$

Le potentiel V_2, dû à cette aimantation, est représenté par

$$V_2 = \int\int \frac{\sigma}{r}\, dS. \tag{6}$$

La valeur V_2 est partout finie et continue et obéit à l'équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2} = 0,$$

aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur de l'aimant.

Distinguons par un accent la valeur de V_2 en dehors de l'aimant, et désignons par ν' la normale dirigée vers l'extérieur de la surface; on doit avoir à la surface même de l'aimant

$$V_2 = V'_2$$

et, d'après un théorème connu ([1]),

$$\frac{\partial V_2}{\partial \nu} + \frac{\partial V'_2}{\partial \nu'} = -4\pi\sigma$$

ou, d'après (5), (3) et (1),

$$\frac{\partial V_2}{\partial \nu} + \frac{\partial V'_2}{\partial \nu'} = 4\pi \frac{\partial U}{\partial \nu} = -4\pi k \frac{\partial V}{\partial \nu} = -4\pi k \left(\frac{\partial V_1}{\partial \nu} + \frac{\partial V_2}{\partial \nu}\right)$$

ou encore

$$(1 + 4\pi k)\frac{\partial V_2}{\partial \nu} + \frac{\partial V'_2}{\partial \nu'} + 4\pi k \frac{\partial V_2}{\partial \nu} = 0. \tag{7}$$

([1]) *Voir* t. IV, 1er fascicule.

Cette équation peut encore se transformer par l'introduction du coefficient de perméabilité magnétique

$$(8) \qquad \mathfrak{m} = 1 + 4\pi k;$$

elle devient, en effet,

$$\mathfrak{m}\left(\frac{\partial V_2}{\partial \nu} + \frac{\partial V_1}{\partial \nu}\right) + \frac{\partial V'_2}{\partial \nu'} - \frac{\partial V_1}{\partial \nu} = 0,$$

ou, puisque l'on a identiquement

$$\frac{\partial V_1}{\partial \nu} = -\frac{\partial V_1}{\partial \nu'},$$

et que

$$V = V_1 + V_2,$$

$$\mathfrak{m}\frac{\partial V}{\partial \nu} + \frac{\partial V'}{\partial \nu'} = 0.$$

Plus généralement, si l'on supposait le milieu extérieur magnétique, il aurait un coefficient de perméabilité $\mathfrak{m}'$ qui se réduit à 1 lorsque $k' = 0$, c'est-à-dire, quand le milieu (de l'air, par exemple) est supposé non magnétique.

L'équation (7) se transforme alors par l'introduction du coefficient $\mathfrak{m}'$ en la suivante, plus symétrique,

$$(9) \qquad \mathfrak{m}\frac{\partial V}{\partial \nu} + \mathfrak{m}'\frac{\partial V'}{\partial \nu'} = 0.$$

INDUCTION SUR UN CORPS DE FORME QUELCONQUE. — Pour déterminer théoriquement le magnétisme induit dans un corps homogène et isotrope, limité par une surface S et soumis à des forces extérieures dont le potentiel V_1 est donné, il faut trouver deux fonctions V et V′ satisfaisant aux conditions suivantes :

1° A l'intérieur de la surface S, la fonction V doit être finie et continue et obéir à l'équation de Laplace.

2° En dehors de la surface S, la fonction V′ doit être finie et continue; elle doit s'annuler à une distance infinie et elle obéit à l'équation de Laplace.

3° En chaque point de la surface on doit avoir $V = V'$, et

l'équation (9) ou son équivalente (11) entre les dérivées de V et de V′ doit être satisfaite.

Poisson a résolu : 1° le problème de l'induction magnétique d'une masse de fer doux limitée par deux sphères concentriques, sous l'action d'un champ magnétique quelconque; 2° celui de l'induction d'un ellipsoïde plein placé dans un champ magnétique uniforme. Divers autres problèmes particuliers ont reçu depuis des solutions rigoureuses ou approchées; mais ces calculs, d'un intérêt purement mathématique, seraient ici hors de leur place. Nous nous bornerons à signaler quelques résultats :

1° Dans un champ magnétique uniforme, l'action exercée par une couche sphérique de fer doux en tout point P intérieur est de sens contraire à la force magnétisante, et diminue par conséquent l'intensité du champ. Si le coefficient d'induction magnétique k est considérable, comme pour le fer doux, l'intensité du champ en P est réduite à une valeur très faible. Toute masse de fer doux creuse jouit de propriétés analogues. Sir W. Thomson a donc pu protéger un galvanomètre marin de l'action des masses de fer du navire, en entourant le cadre multiplicateur et l'aiguille d'une enveloppe creuse de fer doux.

2° Lorsque k est très faible, le magnétisme induit altère très peu le champ magnétique primitif : la quantité de magnétisme induit au point quelconque P est donc sensiblement dans la direction du champ et égale à son intensité multipliée par k; elle ne dépend pas de la forme du corps. Au contraire, lorsque k est très grand, le champ magnétique est fortement altéré, et dans une proportion qui dépend essentiellement de la forme du corps : la quantité de magnétisme induit est presque indépendante de la valeur particulière de k, sauf pour les corps de forme ovoïde ou cylindrique, et en général pour les corps dont l'une au moins des dimensions est très faible par rapport à une autre.

On peut se rendre compte de l'avantage que présentent, au point de vue de l'intensité de l'aimantation qu'elles reçoivent, les formes allongées dans la direction du champ magnétique que nous supposerons constant. En effet, l'action exercée en tout point intérieur à la masse par le magnétisme libre distribué

à la surface de l'aimant est de sens contraire à l'action du champ. En désignant par I l'intensité de l'aimantation supposée uniforme, l'action antagoniste ou *force démagnétisante* qu'elle exerce est $4\pi I$ pour un disque circulaire aimanté transversalement, $2\pi I$ pour un cylindre aimanté transversalement, $\frac{4}{3}\pi I$ pour une sphère, $4\pi \frac{a^2}{c^2} I \log \frac{2c}{a}$ pour un ellipsoïde de révolution allongé, ayant pour grand axe c, pour petit axe a et que nous supposons aimanté longitudinalement. Cette dernière quantité tend vers zéro avec $\frac{a}{c}$.

3° Green [1] a étudié l'aimantation d'un cylindre à bases planes soumis à l'action longitudinale d'un champ magnétique d'intensité F. Soient a le rayon du cylindre, $2l$ sa longueur. La densité magnétique σ en un point situé à la distance x du milieu du cylindre est

$$\sigma = \frac{1}{2} k F p a \frac{e^{\frac{px}{a}} - e^{-\frac{px}{a}}}{e^{\frac{pl}{a}} + e^{-\frac{pl}{a}}};$$

p est une quantité numérique liée à k.

Le Tableau suivant donne, d'après Green, quelques valeurs correspondantes de p et de k :

k.	p.	k.	p.
∞	0	11,802	0,07
336,4	0,01	9,137	0,08
62,02	0,02	7,517	0,09
48,416	0,03	6,319	0,18
29,475	0,04	0,1427	1,00
20,185	0,05	0,0000	∞
14,794	0,06		

Quand la longueur du cylindre est grande par rapport à son rayon, la totalité du magnétisme libre sur chaque moitié du cylindre est

$$M = \pi a^2 k F,$$

(1) Green, *An essay on the application of mathematical analysis to the Theories of electricity and magnetism*. Nottingham; 1828.

dont une fraction, égale à $\frac{1}{2}p$, se trouve sur les bases planes. La distance du centre de gravité de la masse M à l'extrémité du cylindre est $\frac{a}{p}$. Il en résulte que, lorsque k est petit, la presque totalité du magnétisme est aux extrémités du cylindre ; à mesure que k augmente, la région sur laquelle il y a du magnétisme libre en quantité sensible augmente, et pour k infini la quantité de magnétisme libre en chaque point serait simplement proportionnelle à sa distance au milieu du cylindre. Ces résultats du calcul ont une grande importance, parce que la forme cylindrique est la plus employée dans la construction des aimants.

CAS D'UNE FONCTION MAGNÉTISANTE ARBITRAIRE. — *Théorie de Kirchhoff.* — Kirchhoff (¹) a cherché ce que deviennent les équations fondamentales de la théorie de Poisson dans le cas d'une masse de fer doux caractérisée par une fonction magnétisante quelconque, *mais que l'on suppose totalement dénuée de force coercitive,* de telle sorte que son aimantation ne dépend que des forces auxquelles elle se trouve actuellement soumise.

Par raison de symétrie, le moment magnétique d'une sphère soumise à une force constante demeure, même dans le cas actuel, dirigé suivant la force. Si l'on considère une masse de fer doux placée dans un champ magnétique quelconque, et un point (x, y, z) à son intérieur, on peut tracer autour de ce point deux sphères concentriques infiniment petites S et S_1, mais telles que la sphère S_1 extérieure soit infiniment grande par rapport à S. Les moments magnétiques à l'intérieur de ces sphères, rapportés à l'unité de volume, peuvent toujours être considérés comme constants, ce qui ne peut avoir lieu que si les forces exercées sur la sphère S par le fer compris entre les sphères S et S_1 s'équilibrent exactement. On trouve donc,

---

(¹) G. KIRCHHOFF, *Ueber den inducirten Magnetismus eines unbegränzten Cylinders von weichem Eisen* (*Journal de Crelle*, t. 48; 1853). Ce Mémoire a été publié de nouveau dans la Collection des Mémoires de Kirchhoff (*Gesammelte Abhandlungen von G. Kirchhoff*, p. 193; Leipzig, 1881).

comme dans la théorie de Poisson, que la force exercée au point (x, y, z) se réduit à deux parties : l'une, provenant des forces extérieures et dont le potentiel est V ; l'autre, provenant de l'action de la masse de fer doux extérieure à la sphère S_1 ; et comme les forces des deux espèces peuvent être considérées comme constantes à l'intérieur de la sphère S, la direction du moment magnétique de cette sphère, c'est-à-dire celle de l'aimantation au point (x, y, z), est dans la direction de la force résultante R et proportionnelle à la valeur correspondante de la fonction magnétisante.

L'examen des équations auxquelles on est conduit montre que, dans le cas où le fer a la forme d'un ellipsoïde et se trouve placé dans un champ magnétique constant, l'aimantation est uniforme. La valeur constante du moment magnétique rapporté à l'unité de volume dépend, bien entendu, de la direction de la force, comme dans la théorie de Poisson : elle est proportionnelle à la valeur de la fonction magnétisante. Ce résultat est de la plus haute importance : il justifie une méthode employée par M. Stoletow (¹) pour la détermination de cette fonction.

Si l'on admet que le moment magnétique d'une masse de fer doux soumise à un champ magnétique d'intensité F constante tend vers une limite finie, quand on donne à F des valeurs de plus en plus grandes, Kirchhoff en déduit que, quand un corps de forme quelconque est soumis à des forces magnétisantes très considérables, la portion de la force résultante provenant du fer doux est négligeable par rapport à la force extérieure, que l'aimantation a une intensité constante en tous les points de sa masse, et que sa direction coïncide en chaque point avec celle des lignes de force du champ magnétique inducteur.

Théorie de M. Duhem (²). — Nous avons démontré (p. 12) que l'énergie d'une particule magnétique, due à sa position

---

(¹) Stoletow, *On the magnetizing function of soft iron especially with weaker decomposing-powers* (*Philosophical Magazine*, 4ᵉ série, t. XLV, p. 40 ; 1873, et *Pogg. Ann.*, t. CXLVI, p. 439).

(²) Duhem, *Théorie nouvelle de l'aimantation par influence, fondée sur la Thermodynamique* ; Paris, 1888.

dans un champ magnétique, a pour expression

$$dW = \left(A\frac{\partial V}{\partial x} + B\frac{\partial V}{\partial y} + C\frac{\partial V}{\partial z}\right) dx\,dy\,dz.$$

Considérons actuellement une particule magnétique appartenant à un corps dénué de force coercitive. M. Duhem admet qu'en dehors de l'énergie dW convertible en travail mécanique que posséderait cet aimant infiniment petit, s'il était permanent, par suite de son transport depuis l'infini jusqu'à la position qu'il occupe, il y a lieu de considérer aussi l'énergie dU absorbée par la création de cet aimant, et qui deviendra disponible si son aimantation disparaît. L'énergie totale que l'aimant infiniment petit possède est donc

$$dE = dU + dW$$

et pour un aimant fini

$$(1) \qquad E = U + W.$$

Nous admettrons (¹) que l'énergie U ne dépend que de l'intensité de l'aimantation en chaque point de l'aimant fini, et nous poserons par conséquent

$$(2) \qquad U = \iiint \mathfrak{F}(I)\,dx\,dy\,dz.$$

Cherchons la variation δE éprouvée par l'énergie totale de l'aimant quand l'intensité de l'aimantation d'une particule $dx\,dy\,dz$ éprouve l'accroissement infiniment petit dI. La variation de U est

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \delta U &= d\mathfrak{F}(I)\,dx\,dy\,dz \\ &= \frac{\partial \mathfrak{F}(I)}{\partial I}\,dI\,dx\,dy\,dz \\ &= \frac{\partial \mathfrak{F}(I)}{\partial I}\left(\frac{\partial I}{\partial A}dA + \frac{\partial I}{\partial B}dB + \frac{\partial I}{\partial C}dC\right) dx\,dy\,dz \\ &= \frac{1}{I}\frac{\partial \mathfrak{F}(I)}{\partial I}(A\,dA + B\,dB + C\,dC)\,dx\,dy\,dz. \end{aligned} \right.$$

(¹) *Voir*, p. 18 du Mémoire de M. Duhem, la démonstration de cette proposition.

Dans les mêmes conditions W a éprouvé l'accroissement

$$(4)\qquad \delta W = \left(\frac{\partial V}{\partial x}\,dA + \frac{\partial V}{\partial y}\,dB + \frac{\partial V}{\partial z}\,dC\right) dx\,dy\,dz$$

et, par suite, E l'accroissement

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} \delta E = \delta W + \delta U = \Bigg\{ & \left[\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{1}{I}\frac{\partial \mathcal{F}(I)}{\partial I}A\right] dA \\ & + \left[\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{I}\frac{\partial \mathcal{F}(I)}{\partial I}B\right] dB \\ & + \left[\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{1}{I}\frac{\partial \mathcal{F}(I)}{\partial I}C\right] dC \Bigg\}\, dx\,dy\,dz. \end{aligned}\right.$$

Supposons l'équilibre magnétique établi. Nous définirons, avec M. Duhem, *corps dénué de force coercitive un corps tel que les conditions générales d'équilibre prescrites par la Thermodynamique sont réalisées* [1]. On sait que ces conditions sont telles que l'énergie totale des forces tant intérieures qu'extérieures du système doit être minimum. Il en résulte que, dans le cas actuel, δE doit être nul, quelles que soient les variations infiniment petites dA, dB, dC. Les composantes A, B, C de l'aimantation correspondant à l'équilibre doivent donc satisfaire à la condition

$$(6)\qquad \left\{\begin{aligned} A &= -\frac{1}{\frac{\partial \mathcal{F}(I)}{\partial I}}\frac{\partial V}{\partial x}, \\ B &= -\frac{1}{\frac{\partial \mathcal{F}(I)}{\partial I}}\frac{\partial V}{\partial y}, \\ C &= -\frac{1}{\frac{\partial \mathcal{F}(I)}{\partial z}}\frac{\partial V}{\partial I}. \end{aligned}\right.$$

Les équations (6) sont les équations de l'équilibre magnétique.

Ces équations sont identiques, par leur forme, à celles de

---

(1) *Loc. cit.*, p. 24.

Kirchhoff; elles expriment en effet que, pour obtenir les composantes de l'aimantation, il suffit de multiplier les composantes de l'intensité du champ par un même facteur

$$\frac{1}{\frac{\partial \mathfrak{F}(\mathrm{I})}{\partial \mathrm{I}}},$$

qui n'est fonction que de l'intensité de l'aimantation. C'est la fonction magnétisante.

L'hypothèse de Poisson conduirait à poser

$$(7) \qquad \frac{1}{\frac{\partial \mathfrak{F}(\mathrm{I})}{\partial \mathrm{I}}} = k.$$

Il est aisé, dans cette hypothèse particulière, de trouver la forme de la fonction $\mathfrak{F}(\mathrm{I})$. On a, en effet,

$$\frac{\partial \mathfrak{F}(\mathrm{I})}{\partial \mathrm{I}} = \frac{1}{k};$$

et, puisque $\mathfrak{F}(\mathrm{I})$ doit s'annuler avec I,

$$(8) \qquad \mathfrak{F}(\mathrm{I}) = \frac{\mathrm{I}^2}{2k}.$$

D'ailleurs, en désignant par F l'intensité totale du champ, on a, dans la même hypothèse,

$$(9) \qquad \mathrm{I} = k\mathrm{F},$$

$$(10) \qquad \mathfrak{F}(\mathrm{I}) = k\frac{\mathrm{F}^2}{2}.$$

L'énergie potentielle d'une particule unique, due à son aimantation, est donc dans ce cas

$$k\frac{\mathrm{F}^2}{2}\,dx\,dy\,dz;$$

elle est proportionnelle au carré de l'intensité du champ, au

point où la particule est placée. L'énergie potentielle totale U sera

(11) $$U = \frac{k}{2}\iiint F^2\,dx\,dy\,dz.$$

Si, dans l'expression de W, on remplace A, B, C par leurs valeurs correspondant à l'hypothèse de Poisson, on a

(12) $$\left\{\begin{aligned} W &= \iiint \left(A\frac{\partial V}{\partial x} + B\frac{\partial V}{\partial y} + C\frac{\partial V}{\partial z}\right) dx\,dy\,dz \\ &= -k\iiint \left[\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial z}\right)^2\right] dx\,dy\,dz \\ &= -k\iiint F^2\,dx\,dy\,dz = -2U. \end{aligned}\right.$$

L'énergie totale sera

(13) $$E = W + U = -U = \frac{W}{2} = -\frac{k}{2}\iiint F^2\,dx\,dy\,dz.$$

Ce sont des théorèmes dont nous ferons des applications fréquentes.

Si le coefficient k est très petit, on pourra négliger dans l'expression de V, et, par conséquent, dans celle de F, les forces résultant de l'aimantation propre du corps soumis à l'influence. On pourra donc confondre F avec l'intensité extérieure du champ.

CHAPITRE XI.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES AIMANTS.

›ctres magnétiques. — Mesure de l'intensité d'un champ magnétique. — Perméabilités magnétiques du fer, de l'acier, du nickel et du cobalt. — Influence de la température.
tribution du magnétisme. — Méthode de la mesure des moments. — Vérification de la formule de Green. — Rupture des barreaux :ylindriques. — Méthodes directes pour l'étude de la distribution lu magnétisme : 1° méthode de Coulomb; 2° méthode du contact l'épreuve de Jamin; 3° méthode d'induction ou de Van Rees.— Expé- :iences de Jamin. — Étude des lames minces et des faisceaux. — Étude des lames épaisses. — Effet des armatures. — Force por- :ative des aimants. — Aimants circulaires de M. Duter. — Réaiman- tation et désaimantation. — Analogie des phénomènes élastiques et magnétiques. — Aimantation anormale. — Action de la chaleur sur la distribution du magnétisme.

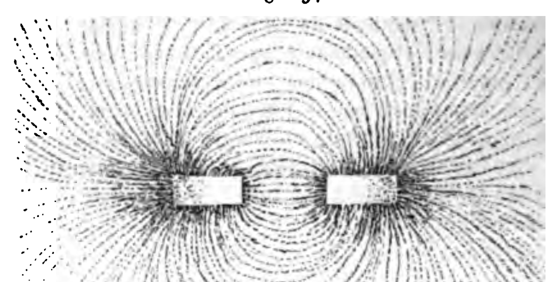
Les recherches expérimentales dont les aimants ont été ›bjet ont eu pour but, les unes d'étudier et de comparer, au ›int de vue de leur fonction magnétisante ou de leur per- éabilité magnétique, les diverses substances susceptibles de ıimanter par influence et de conserver une partie de leur nantation; les autres, de déterminer la distribution du agnétisme à la surface d'un aimant donné. Les unes et les tres ont pour condition essentielle des mesures de l'inten- é du champ magnétique employé à produire l'aimantation, du champ magnétique résultant de l'aimantation.

SPECTRES MAGNÉTIQUES. — Pour se rendre un compte général l'état d'un champ magnétique, on peut, comme le faisait raday, disposer dans le champ une plaque de verre hori- ıtale, la saupoudrer de limaille et, par de petites secousses, ovoquer le déplacement des grains : ceux-ci s'orientent et

se rattachent les uns aux autres en formant ce qu'on nomme un *spectre magnétique*. Chaque grain de limaille, aimanté par influence et considéré comme une très petite aiguille aimantée, se dirigerait, s'il était seul, suivant la tangente à la ligne de force passant par son centre de gravité. Si donc on néglige la perturbation apportée dans le champ primitif par les grains de limaille, on peut dire que l'enveloppe des positions d'une file de grains de limaille est une ligne de force du champ. Le spectre magnétique, pris dans son ensemble, fournit donc une représentation des lignes de force du champ.

Par exemple, la *fig.* 194 donne le spectre magnétique d'un

Fig. 194.



aimant en fer à cheval, dans un plan perpendiculaire aux branches. Il a été obtenu en plaçant la lame de verre horizontalement au-dessus des pôles de l'aimant supposé vertical. On voit qu'entre les branches les lignes de force sont presque parallèles et équidistantes : dans cette région, le champ est sensiblement uniforme.

La *fig.* 195 montre le spectre magnétique dû à deux pôles de même nom A, A′, placés en regard ; la *fig.* 196, le spectre magnétique d'un courant rectiligne indéfini dans un plan perpendiculaire au courant.

MESURE DE L'INTENSITÉ D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE. — La considération des spectres magnétiques ne fournit que des rensei-

ıements généraux sur les propriétés du champ. Mais de ɔmbreux procédés peuvent être mis en œuvre pour mesurer ntensité du champ en un point. Nous avons vu précédem-ent comment on mesure d'ordinaire l'intensité du champ

Fig. 195.

Fig. 196.

agnétique terrestre. Rappelons que la méthode de Gauss ınsiste essentiellement à comparer l'intensité de ce champ celui d'un aimant connu, et qu'on emploie pour cela la mé-ode des déviations.

Nous savons aussi mesurer l'intensité du champ magnétique ı centre ou en un point de l'axe d'une bobine circulaire. A t effet nous avons comparé ce champ au champ magnétique rrestre, en employant encore la méthode des déviations oussoles des tangentes, électrodynamomètres); ou nous ons compensé directement par des poids la force électro-agnétique exercée sur un aimant ou sur une bobine (élec-ɔdynamomètres absolus). On peut aussi déterminer par le lcul la valeur du champ magnétique d'une bobine de di-ensions connues, quand on connaît l'intensité du courant ıi la traverse. Mais ce ne sont là que des cas particuliers.

L'action électromagnétique sur laquelle est fondé le galva-ınètre à mercure de M. Lippmann fournit un excellent oyen de mesurer l'intensité d'un champ magnétique quel-nque. Elle a été appliquée par M. Leduc ([1]) à l'étude du amp magnétique d'électro-aimants munis de pièces polaires

---

([1]) Leduc, Thèse de Doctorat; Paris, 1888.

de forme variée. Imaginons que la chambre à mercure de ce galvanomètre (p. 62) soit rendue mobile autour de deux axes rectangulaires et puisse être orientée d'une manière quelconque. Nous avons démontré que la dénivellation x du mercure est liée à l'intensité F du champ, évaluée normalement à la chambre à mercure et à l'intensité i du courant qui traverse la chambre, par la formule

$$x = \frac{F}{gde} i,$$

où g désigne l'accélération de la pesanteur, d la densité du mercure. Cette dénivellation est maximum avec F, c'est-à-dire quand la chambre est orientée normalement aux lignes de force du champ. On détermine donc sans peine la direction de ces lignes de force.

Fig. 197.

Si l'on ne veut opérer que des mesures relatives, il suffira de comparer les valeurs de x; on aura soin de rendre celles-ci les plus grandes possibles, en substituant au mercure pour l'évaluation des pressions développées une colonne d'un liquide de faible densité, comme le montre la *fig.* 197. Si l'on veut faire des mesures absolues, il faudra mesurer i, par exemple à l'aide de la boussole des tangentes.

On peut encore avoir recours à un phénomène d'induction. Soit une bobine plate et de petit rayon, de surface totale S appartenant à un circuit de résistance totale r, et soit F la valeur moyenne de l'intensité du champ évaluée normalement à cette bobine. Si l'on éloigne la bobine à l'infini, la quantité Q d'électricité induite aura pour expression

$$Q = \frac{FS}{r},$$

et pourra être mesurée par l'impulsion d'un galvanomètre. En faisant varier l'orientation de la bobine autour d'un même point, on déterminera la direction moyenne des lignes de

force du champ. C'est la généralisation d'une méthode proposée d'abord par Van Rees ([1]).

Si l'on connaît déjà l'orientation des lignes de force, par exemple si l'on possède le spectre magnétique du champ, on pourra disposer la bobine plate normalement aux lignes de force, et lui imprimer une rotation de 180°. La quantité d'électricité induite a pour valeur

$$Q = \frac{2FS}{r}.$$

Cette méthode a été appliquée notamment par Verdet.

Toute autre action du champ magnétique pourra de même être employée avec avantage, pourvu qu'on en connaisse les lois, et qu'elle varie toujours dans le même sens quand on fait croître l'intensité du champ.

PERMÉABILITÉS MAGNÉTIQUES DU FER, DE L'ACIER, DU NICKEL ET DU COBALT. — De toutes les substances connues, le fer est celle qui s'aimante le plus; mais cette propriété se manifeste d'une manière très différente suivant la nature du fer étudié et les actions mécaniques auxquelles il a été soumis.

Pour un échantillon de fer déterminé, les fonctions magnétisantes temporaire et permanente varient dans le sens général représenté par la *fig.* 192, relative aux expériences de M. Rowland. Plusieurs formules ont été proposées pour la représenter. D'après Lamont ([2]), on aurait, pour l'aimantation temporaire, la formule

$$k = \frac{1 - e^{-aI}}{bI},$$

à laquelle M. Fröhlich ([3]) substitue pratiquement la formule plus simple

$$k = \frac{aI}{bI(1 + aI)};$$

mais ces formules, qui représentent assez bien les parties

([1]) Van Rees, *Pogg. Ann.*, t. LXX.

([2]) Lamont, *Handbuch des Magnetismus*, p. 407; 1867.

([3]) Fröhlich, *Electrotechnische Zeitschrift*, t. II, p. 134; 1881.

supérieures des courbes, au voisinage du maximum d'aimantation, ne rendent pas compte de l'inflexion que montrent les *fig.* 192 et 193.

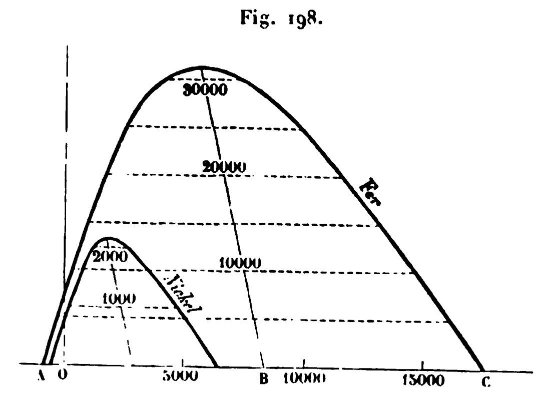
M. Rowland ([1]) a obtenu des courbes beaucoup plus régulières (*fig.* 195) à l'aide des perméabilités magnétiques m. Il prend pour abscisses x les produits mI et pour ordonnées $y = 4\pi m$, et trouve que l'on a, avec une grande exactitude,

$$y = A \sin \frac{x + ay + b}{c}.$$

A, a, b, c sont des constantes.

Le point où la courbe rencontre l'axe des x correspond au maximum d'aimantation. La valeur correspondante de I dans le cas de la *fig.* 198 (fer forgé de bonne qualité) serait de

Fig. 198.



1400, c'est-à-dire que le champ magnétique $4\pi I$ résultant de l'aimantation serait d'environ 17500, ou à peu près 38000 fois l'intensité du champ magnétique terrestre.

La valeur maximum de la perméabilité magnétique m est 2456; le maximum correspondant de k, 195 : ces valeurs maximum se produisent pour un champ magnétique extérieur $F = 2,43$, c'est-à-dire à peine cinq fois supérieur au champ magnétique terrestre.

([1]) Rowland, *Phil. Mag.*, 4e série, t. XLVI, p. 140; 1878.

Le fer de Norvège a donné des valeurs de m et de k encore plus fortes ($m = 4602$, $k = 366$) pour un champ moitié plus faible ($F = 1,169$).

On admet, en général, que, pour les bonnes variétés de fer doux, le maximum d'aimantation est de 1600 à 1800.

Le nickel (*fig.* 198) et le cobalt se comportent comme le fer. A la température ordinaire, le maximum d'aimantation des échantillons étudiés par M. Rowland serait de 500 environ pour le nickel et de 800 pour le cobalt.

Quant aux diverses variétés de fonte ou d'acier, elles se distinguent suivant leur composition, leur degré de trempe ou de recuit, mais présentent toujours un magnétisme rémanent supérieur à celui du fer doux. Avec de bon acier, recuit au bleu, l'intensité de l'aimantation permanente peut parfois atteindre la moitié de l'intensité maximum obtenue avec le fer.

EFFET DE LA TEMPÉRATURE. — M. Rowland avait trouvé que la perméabilité du fer est sensiblement indépendante de la température de 0° à 280°. M. Berson (1) a vérifié la même propriété jusqu'à 330°. D'autre part, on savait depuis longtemps que le fer n'est plus magnétique au rouge-cerise. A l'aide d'une méthode fort élégante, M. Ledeboër (2) est parvenu à suivre la variation de la perméabilité du fer depuis 0° jusqu'à la température de 760°, où elle disparaît complètement.

Ce savant échauffe un barreau de fer cylindrique et le porte jusqu'à la température du rouge, au sein d'une bobine dont la température s'élève fort peu au-dessus de la température ordinaire. A cet effet le barreau est entouré d'une feuille de mica sur laquelle est enroulée en doubles spires une spirale de platine FF′ (*fig.* 199); celle-ci est traversée par un courant dont l'intensité, qu'on peut élever jusqu'à 18 ampères, est suffisante pour échauffer la spirale seule au rouge blanc, et le fer au rouge-cerise. Entre la spirale et la bobine ma-

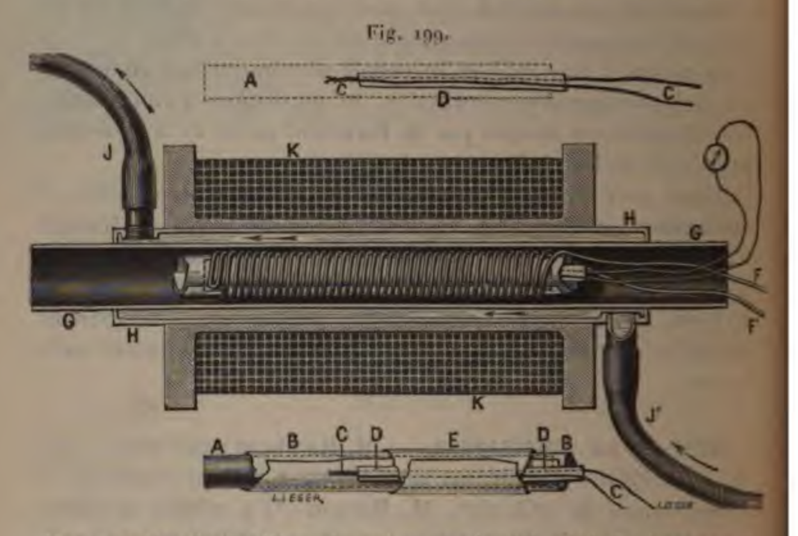
---

(1) Berson, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, p. 242; 1886.

(2) Ledeboer, *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 199; 1888.

gnétisante K circule un courant d'eau froide au sein d'une double enveloppe en cuivre GH. La température du barreau est donnée par un couple thermo-électrique de M. Le Chate-

Fig. 199.



lier, revêtu de feuilles de mica et placé à côté du barreau, à l'intérieur de la spirale.

M. Ledeboër mesure l'intensité de l'aimantation acquise par le fer doux à l'aide des extra-courants de la bobine K. Cette bobine est insérée dans l'une des branches d'un pont de Wheatstone qu'on règle, ainsi qu'il a été indiqué (p. 188), pour que l'équilibre du pont subsiste, même pendant la période variable, quand il n'y a pas de fer dans la bobine. Cela posé, quand on introduit le barreau, les extra-courants apparaissent; l'impulsion galvanométrique correspondante varie peu jusqu'à ce que le couple thermo-électrique accuse une température de 680°; mais, à partir de là, l'impulsion galvanométrique diminue brusquement et, vers 760°, elle redevient nulle, comme s'il n'y avait pas de fer dans la bobine.

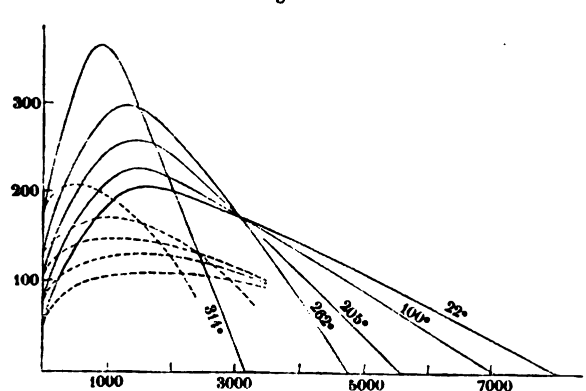
L'étude de la chaleur spécifique du fer à haute température a conduit M. Pionchon (1) à admettre que le fer éprouve une

(1) Pionchon, Thèse de Doctorat, Paris, 1886; *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XI, p. 33; *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. [illegible].

modification allotropique entre 660° et 720°, c'est-à-dire à peu près dans les limites de température où M. Ledeboër constate que la perméabilité magnétique disparaît.

Le nickel se comporte à peu près comme le fer. La *fig.* 200 représente, d'après M. Perkins [1], la perméabilité de ce métal à diverses températures, suivant le mode de représentation adopté par M. Rowland. Les courbes pointillées se rapportent au magnétisme temporaire. D'après M. Berson [2], l'aimantation diminue rapidement à partir de 280° et disparaît complètement vers 330° à 340°. Les variations de la chaleur spécifique du nickel ont conduit M. Pionchon à admettre que ce métal

Fig. 200.



éprouve un changement d'état entre 230° et 400°, c'est-à-dire dans l'intervalle même où sa perméabilité magnétique décroît et disparaît.

Pour le cobalt, M. Berson a trouvé que les aimantations temporaire et permanente vont toujours en croissant de 0° à 325°. Ce métal, d'après M. Pionchon, n'éprouve de changement d'état que vers 900°. Il est vraisemblable qu'à cette température il doit aussi cesser d'être magnétique.

(1) PERKINS, *American Journal*, t. XXX, p. 218; 1885.

(2) BERSON, Thèse de Doctorat, Paris, 1885; *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, p. 432; *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 442 et suivantes.

Notons enfin que tous les aimants d'acier perdent leur aimantation permanente quand on les chauffe au rouge blanc. Cette observation, très ancienne, est due à Gilbert [1]. Elle fut confirmée par les recherches de Coulomb [2] et a été l'origine de nombreux travaux sur lesquels nous aurons l'occasion de revenir.

Les variations du moment magnétique d'un aimant, résultant des changements de la température atmosphérique, ne sont pas assez faibles pour qu'on puisse négliger leur influence dans les expériences précises, par exemple dans celles qui se rapportent au magnétisme terrestre. On peut en tenir compte, grâce à l'observation suivante : quand un barreau est depuis quelque temps en usage, son moment ne dépend plus que de la température actuelle; ainsi, après avoir subi une diminution, quand la température s'élève de t à T, il reprend sa valeur primitive quand la température s'abaisse de nouveau à t. Ce moment peut donc être représenté par une formule empirique, telle que

$$m = m_0(1 - \alpha t)$$

si les variations de température ne dépassent pas une dizaine de degrés,

$$m = m_0(1 \pm \alpha t \pm \beta t^2)$$

si elles sont relativement considérables. Les coefficients α, β varient, bien entendu, suivant la nature de l'acier, la trempe, l'épaisseur, etc. Ils doivent être déterminés pour chaque barreau particulier [1].

DISTRIBUTION DU MAGNÉTISME. — On sait qu'on peut considérer un aimant quelconque comme portant une double distribution de magnétisme libre, l'une purement superficielle de densité σ, l'autre étendue au volume entier du corps et

(1) GILBERT, *De magnete magneticisque corporibus*; Londres, 1600.

(2) COULOMB, *Mémoires de l'Institut*, 1816; *voir* la *Collection de Mémoires publiés par la Société française de Physique*, t. I.

(1) WEBER, *Resultate des magnetischen Vereins*; 1830. — KUPFFER, *Bulletin de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg*, t. I; 1843. — DUFOUR, *Archives de Genève*, t. XXXIII et XXXIV. — POLONI, *loc. cit.*

de densité ρ. A, B, C désignant les composantes de l'aimantation au point dont les coordonnées sont x, y, z; l, m, n les cosinus des angles que fait avec les axes la direction extérieure de la normale à la surface, on a

$$(1) \qquad \sigma = Al + Bm + Cn,$$

$$(2) \qquad \rho = -\left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z}\right).$$

Quand l'aimantation est solénoïdale, $\rho = 0$, et il n'y a de magnétisme libre qu'à la surface de l'aimant. D'après la théorie de Poisson, tous les aimants de fer doux produits par influence présenteraient ce mode de distribution; mais nous ignorons absolument s'il en est ainsi pour les aimants d'acier doués de force coercitive, pour les aimants hétérogènes, les faisceaux, etc.

En tout cas, Green [1] a démontré d'une manière tout à fait générale que, pour une surface fermée S quelconque, qui sera, si l'on veut, la surface même de l'aimant, on a la relation

$$M = -\frac{1}{4\pi}\int\int \frac{dV}{dn}\, dS,$$

dans laquelle M représente la somme algébrique des masses agissantes intérieures à S ou situées sur S et dn l'élément de normale à cette surface. Si l'on distribue, sur la surface S, du magnétisme libre dont la densité en chaque point soit

$$(3) \quad \Sigma = -\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dn} = -\frac{1}{4\pi}\frac{d}{dn}\left[\int\int \frac{\sigma}{r}\, dS + \int\int\int \frac{\rho}{r}\, dx\, dy\, dz\right],$$

la quantité totale de cette distribution sera égale à M :

$$\int\int \Sigma\, dS = M;$$

de plus, son action en tout point extérieur à la surface sera identique à celle de la masse M [2]. Par suite, si l'on respecte

---

[1] *Voir* tome IV, 1er fascicule.

[2] Si l'on ne se propose pas d'obtenir l'expression analytique de Σ, on

l'intégrité de l'aimant, il sera impossible de savoir si les actions qu'il exerce à l'extérieur sont dues à une distribution purement superficielle de densité Σ, ou à une double distribution superficielle et solide, telle qu'elle est définie par les équations (1) et (2).

Tout ce que nous dirons ultérieurement de la distribution du magnétisme sur les aimants se rapporte forcément à la distribution de densité Σ que nous venons de définir.

MÉTHODE DE LA MESURE DES MOMENTS. — VÉRIFICATION DE LA FORMULE DE GREEN. — Si l'on connaissait la distribution du magnétisme sur un aimant de forme donnée, on pourrait calculer son moment magnétique. Considérons, par exemple, une aiguille aimantée cylindrique dont la longueur $2l$ est considérable par rapport à son diamètre $2a$. Nous avons vu que, d'après Green, ce cylindre, soumis à l'action longitudinale d'un champ magnétique d'intensité F, acquiert en un point situé à la distance x du milieu du cylindre une densité σ

$$\sigma = \tfrac{1}{2} k F p a \frac{e^{\frac{px}{a}} - e^{-\frac{px}{a}}}{e^{\frac{pl}{a}} - e^{-\frac{pl}{a}}}. \tag{1}$$

Posons

$$y = 2\pi\sigma; \tag{2}$$

y représente la quantité de magnétisme libre du barreau, rapportée à l'unité de longueur, à la distance x du centre.

---

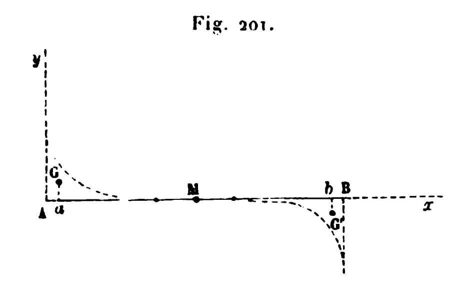
peut avoir recours au raisonnement élémentaire suivant. Remplaçons les masses magnétiques M par des masses électriques égales, et la surface S par une surface S_1 infiniment voisine en communication avec le sol. L'influence appellera sur S_1 une distribution électrique dont l'effet annulera exactement l'action des masses M au dehors de S_1. Une distribution, ayant en chaque point la même densité, mais un signe opposé, pourra donc remplacer au dehors les masses M. La surface S_1 peut se rapprocher de S jusqu'à se confondre avec elle, et puisque la loi élémentaire des actions magnétiques est identique à celle des actions électriques, la distribution réelle des masses magnétiques M peut aussi être remplacée par une distribution superficielle de magnétisme déterminée par la même règle que nous avons employée pour la distribution électrique.

C'est ce que nous appellerons la *densité magnétique linéaire* à la distance x.

On peut représenter graphiquement le mode de distribution correspondant aux formules (1) et (2), en portant comme abscisses les distances x, et comme ordonnées les densités linéaires y. Ces densités sont égales et de signe contraire pour des valeurs de x égales et contraires, c'est-à-dire pour des points du barreau symétriques par rapport à son milieu (*fig.* 201).

Pour le fer et l'acier, k est en général assez considérable pour que l'on puisse négliger $\frac{1}{2}p$ (p. 322) et, par suite, la quantité de magnétisme libre sur les bases du cylindre. Alors les pôles GG′ du barreau correspondent aux projections a, b des centres de gravité des courbes terminales.

Fig. 201.



Si l'on admet ce mode de distribution, le moment magnétique M de l'aiguille est

$$(3)\qquad M = \int_{-l}^{+l} xy\,dx = k\mathrm{F}p\pi a^2 \left(2l - \frac{2a}{p}\,\frac{e^{\frac{p}{a}l} - e^{-\frac{p}{a}l}}{e^{\frac{p}{a}l} + e^{-\frac{p}{a}l}} \right).$$

Cette formule ne contient en réalité qu'une seule constante caractéristique (ou une seule fonction de F), le coefficient k, puisque p est lui-même une fonction de k (p. 322).

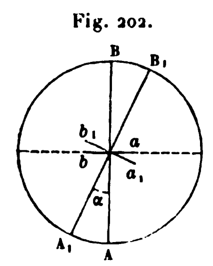
Comme nous essayerons d'appliquer la formule de Green dans des conditions très différentes de celles qu'on a imaginées pour l'établir, nous la considérerons en réalité comme une formule empirique contenant deux constantes (ou fonctions) distinctes, k et p, sans nous préoccuper de reconnaître

si elles obéissent ou non à la relation établie par Green entre ces deux quantités.

En tout cas, la formule (3) est une conséquence nécessaire des formules (1) et (2), et, bien que la réciproque ne puisse être énoncée avec rigueur, on sera porté à admettre que, si l'on vérifie la formule (3) par l'expérience, la formule (1), relative à la distribution du magnétisme, sera rendue extrêmement probable. L'avantage de cette méthode indirecte est de n'exiger que des mesures susceptibles d'une extrême précision : elle a été mise en pratique par M. Bouty [1].

Pour mesurer les moments magnétiques des aiguilles aimantées excessivement petites qu'il a fallu employer, on a eu recours à la disposition suivante. Concevons un support rigide (*fig.* 202 et 203) mobile autour d'un axe vertical. Fixons sur ce support : 1° une aiguille horizontale AB dont le moment M est connu ; 2° l'aiguille *ab* dont l'on veut déterminer le moment magnétique *m*. Les deux aiguilles sont placées l'une au-dessus de l'autre, de telle façon que leurs axes soient rectangulaires, et à une distance suffisante pour que leur action réciproque n'altère pas la distribution du magnétisme sur chacune d'elles.

Fig. 202.



Le système ainsi formé prend, sous l'influence du magnétisme terrestre, une position d'équilibre telle que l'axe magnétique de l'aiguille AB fait avec le plan du méridien magnétique un angle déterminé par l'équation

$$m = M \tang \alpha.$$

Si le moment m est assez petit par rapport à M, l'angle α pourra être mesuré avec précision par la méthode de Poggendorff, à l'aide d'un petit miroir fixé verticalement au support des aiguilles. On a pu effectuer par ce procédé des mesures relatives à des aiguilles de 2^{mm} de longueur et de $0^{mm},2$ de diamètre.

Comme on n'a le plus souvent à mesurer que le rapport des

---

[1] Bouty, *Annales de l'École Normale*, 2e série, t. IV, p. 9; 1875.

moments magnétiques de plusieurs aiguilles $m, m',\ldots$ et que les angles α sont toujours très petits, on peut désigner par $n, n',\ldots$ les lectures correspondant aux angles $\alpha, \alpha',\ldots$ et l'on a, avec une approximation suffisante,

$$\frac{m'}{m} = \frac{\operatorname{tang}\alpha'}{\operatorname{tang}\alpha} = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\operatorname{tang}2\alpha'}{\operatorname{tang}2\alpha} = \frac{n'}{n}$$

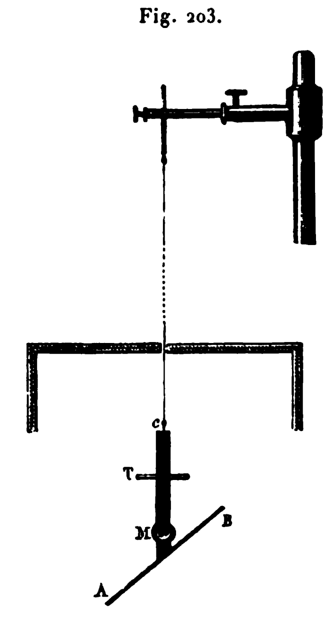
ou

$$\frac{m}{n} = \frac{m}{n'} = \ldots.$$

On compensera les diverses imperfections de l'installation en effectuant deux mesures avec la petite aiguille directe et retournée, et l'on prendra la moyenne des deux déviations observées.

Le support *e* des aiguilles (*fig.* 203) est un simple bâtonnet

Fig. 203.



de cire à cacheter dure. Un tube de verre T est destiné à recevoir les petites aiguilles. L'aiguille directrice AB oscille

au-dessus d'un disque de cuivre destiné à en amortir les oscillations dans l'intérieur d'une cage en bois fermée en avant par une glace plane.

On a d'abord essayé de reconnaître si la formule

$$(4)\qquad M = K\left(2l - \frac{2}{\alpha}\frac{e^{\alpha l} - e^{-\alpha l}}{e^{\alpha l} + e^{-\alpha l}}\right),$$

à laquelle se réduit la formule de Green en posant, pour abréger,

$$K = kFp\pi a^2 \alpha = \frac{p}{a},$$

est applicable au magnétisme que conservent d'une manière permanente des aiguilles d'acier aimantées à saturation. A cet effet, on a trempé très dur une longue aiguille formée d'un fil d'acier ; on la brise ensuite en une série de fragments de longueurs inégales que l'on aimante séparément à saturation dans des conditions identiques et dont on mesure ensuite les moments magnétiques permanents.

On remarquera que la courbe (4), construite en prenant l pour abscisse et M pour ordonnée, admet une asymptote

$$(5)\qquad M = K\left(2l - \frac{2}{\alpha}\right).$$

Les expériences sur les aiguilles les plus longues déterminent avec une extrême précision la valeur des constantes K et α ; elles ont été mesurées directement sur l'asymptote à la courbe, puis employées au calcul des moments. L'accord du calcul et de l'expérience s'est montré parfaitement satisfaisant, sauf pour les aiguilles les plus courtes, mais il convient de remarquer que la formule de Green n'est elle-même qu'approchée, et ne s'applique pas, d'après son auteur, aux aiguilles dont la longueur l est trop petite par rapport à leur rayon a.

La comparaison des mesures relatives aux aiguilles de diamètre différent, trempées de la même manière, justifie encore la formule de Green. La détermination sur les asymptotes (3) des quantités K et α fournit des nombres proportionnels au carré du rayon pour le premier terme qui indique la quantité de magnétisme des aiguilles et au rayon pour le second

qui donne la distance des pôles à l'extrémité dans les aiguilles longues.

Des expériences analogues, effectuées par une méthode un peu différente pour des barreaux de diamètre plus gros, pouvant atteindre jusqu'à 1^{cm}, ont donné des résultats d'accord avec les précédents. On peut donc considérer la formule de Green relative aux moments comme vérifiée par les aiguilles d'acier saturées. Il est donc très probable que la distribution du magnétisme sur ces aiguilles est aussi conforme à la formule de Green.

D'autres expériences ont établi que la formule de Green est applicable aux moments magnétiques acquis d'une manière temporaire ou permanente par des aiguilles placées au sein d'une bobine magnétisante ([1]). Les valeurs des coefficients K et α, K′ et α' relatifs au magnétisme total et permanent (résiduel) donnent lieu aux remarques suivantes.

Pour des aiguilles de même acier, trempées d'une manière identique et vierges de toute aimantation antérieure, le coefficient K, caractéristique de la quantité de magnétisme totale et proportionnel à la fonction magnétisante, est toujours plus grand que le coefficient K′ analogue, relatif au magnétisme permanent ([1]). Les coefficients α et α', d'où dépend la forme ou si l'on veut la *longueur des courbes magnétiques,* sont indépendants de l'intensité du champ; mais α' est plus grand que α. La distribution du magnétisme permanent est *plus longue* que celle du magnétisme total.

Bien entendu, α et α' varient de même que les fonctions K et K′, quand on passe d'une espèce d'acier ou d'un degré de trempe à un autre.

RUPTURE DES BARREAUX CYLINDRIQUES. — Si l'on admet que le magnétisme libre est distribué dans une aiguille cylindrique mince, comme l'indique la formule de Green, il est aisé de savoir comment varie, dans la même aiguille, l'intensité de l'aimantation. Celle-ci peut en effet être considérée comme

---

([1]) BOUTY, *Annales de l'Ecole Normale supérieure,* 2e série, t. V, p. 126 et suivantes; 1876.

rigoureusement longitudinale en tous les points ($B = 0, C = 0$), et par suite la densité linéaire y du magnétisme libre, c'est-à-dire l'ordonnée de la courbe magnétique, est liée à l'intensité A de l'aimantation par la formule

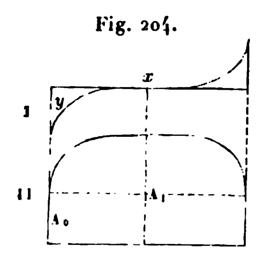
$$(1) \qquad y = \pi a^2 \rho = - \pi a^2 \frac{dA}{dx}.$$

On en tire

$$A = A_0 - \frac{1}{\pi a^2} \int_0^x y\,dx.$$

La constante A_0 est l'intensité de l'aimantation à l'extrémité de l'aiguille; $\int_0^x y\,dx$ l'aire de la courbe magnétique comptée à partir de l'ordonnée extrême. La *fig.* 204 montre à la fois la distribution du magnétisme libre y correspondant à la formule de Green, et celle des intensités A de l'aimantation. A présente sa valeur minimum A_0 à l'extrémité de l'aiguille, et croît rapidement d'abord, puis de plus en plus lentement jusqu'au milieu de l'aiguille, où elle a sa valeur maximum A_1.

Fig. 204.



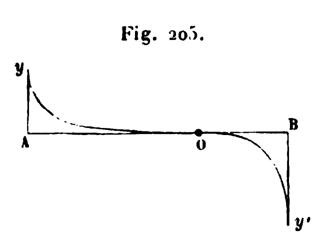
M. Bouty [1] a vérifié d'une manière générale cette nouvelle conséquence des formules. Rompons perpendiculairement à son axe une aiguille assez fortement trempée pour que l'acte mécanique de la rupture n'intéresse qu'une couche infiniment mince de part et d'autre du plan de séparation, et comparons les moments magnétiques des différents fragments à ceux de l'aiguille mère. Il y a deux cas à examiner :

1° Quand l'aiguille mère est très éloignée de la saturation, la quantité de magnétisme que peuvent conserver les fragments est insuffisante pour les saturer. Les fragments tirés des extrémités de l'aiguille sont des aimants complets, mais

(1) Bouty, *Annales de l'École Normale supérieure*, 2e série, t. IV; 1875. *Voir* aussi *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 361; 1874.

dont la ligne neutre n'est pas exactement au milieu; elle est plus rapprochée du milieu de l'aiguille mère (*fig.* 205). L'intensité moyenne de leur aimantation est, à longueur égale, inférieure à celle des aiguilles tirées du milieu de l'aiguille mère, et il en est de même de leurs moments magnétiques.

Fig. 205.



2° Quand l'aiguille mère est saturée, la quantité de magnétisme correspondant à chaque fragment est supérieure à celle qu'il peut conserver. Tous les fragments portent une distribution magnétique régulière et sont exactement saturés. On peut ainsi se procurer, par voie de rupture, une série d'aiguilles de longueur différente, de trempe identique et aimantées à saturation.

Au lieu de rompre une aiguille perpendiculairement à son axe, on peut l'amincir progressivement par l'action d'un acide [1] et extraire ainsi d'une grosse aiguille des aiguilles cylindriques plus minces. Si l'aiguille est très longue par rapport à son diamètre et saturée, les aiguilles minces, obtenues par érosion, seront *a fortiori* saturées; mais il n'en est pas de même pour des barreaux épais et courts; ils fournissent des aiguilles d'autant plus éloignées de la saturation qu'elles sont plus minces. Toutes ces propriétés sont des conséquences immédiates de la formule de Green.

MÉTHODES DIRECTES POUR L'ÉTUDE DE LA DISTRIBUTION DU MAGNÉTISME. — La mesure des moments magnétiques n'offre, pour l'étude de la distribution, que des ressources extrêmement limitées; on a essayé d'étudier directement celle-ci par d'autres procédés qui, tout imparfaits qu'ils sont, peuvent cependant fournir aux physiciens quelques renseignements utiles.

1° *Méthode de Coulomb.* — Nous ne parlerons que pour mémoire de la méthode employée par Coulomb [2]. Il sus-

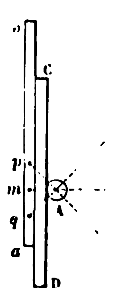
---

[1] Ce procédé a été indiqué par Jamin.

[2] COULOMB, *De l'action des différents points d'une aiguille aimantée*, etc. (Collection des Mémoires de Coulomb, publiés par la Société franaise de Physique, p. 284 et suiv.).

pendait dans la balance de torsion une aiguille aimantée dont on voit en A (*fig.* 206) la section par un plan perpendiculaire à son axe. Ensuite il descendait dans la cage un aimant rectiligne *ab* formé d'un gros fil d'acier et l'opposait, par le pôle de même nom, à l'aiguille A.

Fig. 206.



La torsion qu'il fallait imprimer au fil de la balance pour ramener A au contact d'une même règle de bois CD, appliquée sur l'aimant *ab*, augmentait quand le point de recoupement *m* s'approchait de l'extrémité A. Coulomb admettait, sans preuve suffisante, qu'elle est proportionnelle à la densité magnétique σ en *m*, sauf à l'extrémité même du barreau où il la supposait proportionnelle à $\frac{\sigma}{2}$. Les nombres ainsi obtenus par Coulomb furent reliés plus tard par Biot [1] à l'aide d'une formule exponentielle à deux constantes Y et *b*

$$(6) \qquad y = Y\left(b^{-x} - b^{-(2l-x)}\right).$$

Dans cette formule y représente la densité linéaire moyenne, x la distance comptée à partir de l'extrémité australe du barreau. Cette formule (6) s'identifie avec celle de Green, quand on reporte l'origine des coordonnées au milieu du barreau, et qu'on dirige les x positifs vers l'extrémité australe à la condition de poser

$$Y = \pi k X p a \frac{e^{-\frac{p}{a}l}}{e^{\frac{pl}{a}} + e^{-\frac{pl}{a}}},$$

$$b = e^{-\frac{p}{a}}.$$

2° *Méthode du contact d'épreuve.* — Considérons un contact de fer doux infiniment petit, appliqué en un point P d'un aimant permanent. Si l'on admet, à titre d'approximation, l'hypothèse de Poisson, l'énergie de ce contact est

$$E = -\frac{k}{2} F_1^2 \, dx\,dy\,dz\,;$$

---

[1] Biot, *Traité de Physique expérimentale*, t. III.

le est proportionnelle au carré de l'intensité F_1 du champ, onsidéré à l'intérieur du petit contact. On peut admettre, ncore à titre d'approximation, que pour un contact invariable u'on déplace à la surface d'un aimant permanent, plan ou e courbure négligeable, le champ F_1 à l'intérieur du contact st proportionnel au champ F que l'on aurait au point touché , si le contact n'existait pas. Il suffirait alors de mesurer le avail $T = -E$ nécessaire pour arracher le contact et l'écarer à l'infini; en répétant cette épreuve pour divers points de a surface de l'aimant, on aurait

$$\frac{\sqrt{T}}{F} = \text{const.}$$

n évaluerait donc, en valeur relative, les intensités du champ ux divers points de la surface de l'aimant, par les racines arrées des travaux d'arrachement.

Au lieu de mesurer ces travaux, on s'est borné à déteriner la plus petite force R nécessaire pour produire l'arrahement, et l'on a admis que l'on avait encore

$$\frac{\sqrt{R}}{F} = \text{const.}$$

n opère ainsi une approximation dont il est difficile de réciser la valeur; car on a, en réalité ([1]), en désignant par n a normale à la surface de l'aimant,

$$R = -\frac{\partial E}{\partial n} = k F_1 \frac{\partial F_1}{\partial n} \, dx\,dy\,dz,$$

et, si l'on admet toujours que F_1 est proportionnel à F, la force R est proportionnelle non plus au carré de F, mais à

$$F \frac{\partial F}{\partial n}.$$

Ajoutons que, si le contact a des dimensions finies, le champ

---

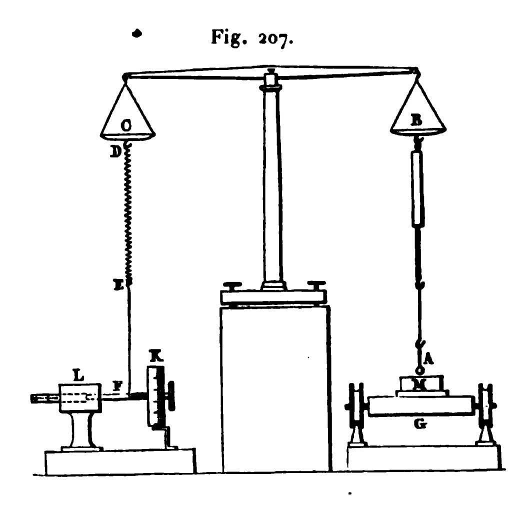
([1]) DUHEM, *Théorie nouvelle de l'aimantation par influence*, p. 78; aris, 1888.

intérieur à l'aimant cesse d'être uniforme, et l'on ne peut admettre la proportionnalité de F à F_1; de plus, il n'existe pas d'aimants vraiment permanents, et la réaction du contact sur l'aimant d'acier qu'il touche ne peut être négligée.

La méthode du contact d'épreuve a été appliquée en particulier par Jamin et par M. Duter.

La disposition expérimentale, employée par Jamin [1], est des plus simples. Le contact d'épreuve AC (*fig.* 207) est atta-

Fig. 207.



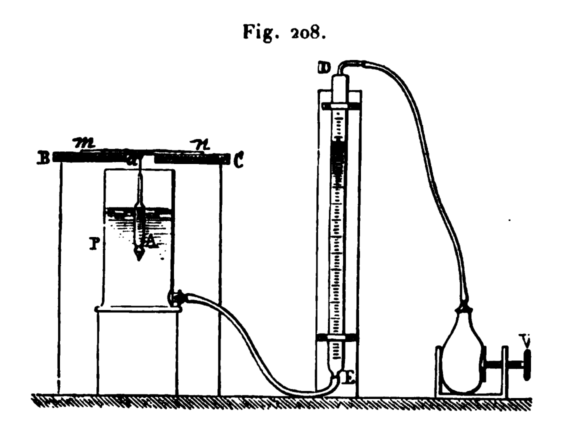
ché à l'un des bras d'une balance sensible BC, dont l'autre bras subit l'action d'un ressort à boudin DE. L'autre extrémité du ressort est attachée à un fil F inextensible, qui s'enroule sur un treuil KL gradué. On détermine, par des expériences préliminaires, la division à laquelle il faut amener le treuil pour conduire l'aiguille de la balance au zéro et faire équilibre à un poids connu. Cela fait, on équilibre le contact A par un poids convenable. On procède ensuite aux expériences d'arrachement : à cet effet, le barreau M à étudier peut glisser au-dessous du contact convenablement soulevé; quand il occupe la situation voulue, on abaisse le contact, on agit sur le treuil et on lit la position pour laquelle le contact

[1] JAMIN, *Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 41 et suiv.; 1876.

:tache; on fait glisser le barreau d'une quantité égale à
par exemple, et l'on recommence les mêmes opérations
souvent qu'il est nécessaire.

Düter ([1]) prend des cylindres de fer doux, assez volu-
ux, qu'il attaque par l'acide sulfurique, jusqu'à les ré-
: aux dimensions de très petits grains de limaille. L'un de
;rains de fer est fixé à l'extrémité *a* (*fig.* 208) du canal

Fig. 208.



tube capillaire; ce tube termine lui-même un aréomètre
lrique A, flottant sur l'eau. Au-dessus se trouve main-
l'aimant *mn* à étudier, dans une situation exactement
ontale.

vase cylindrique P, contenant l'aréomètre, commu-
: avec l'extrémité inférieure E d'un tube gradué ED, dont
émité supérieure communique elle-même avec une poire
outchouc: en exerçant, à l'aide de la vis V, une pression
:nable sur la poire, on fait remonter l'eau dans le vase P,
'à ce que le contact arrive dans le plan horizontal MN.
)int où l'eau s'arrête dans le tube ED est pris comme
on le détermine en substituant à l'aimant un corps non
étique. Il suffit alors d'agir en sens inverse sur la vis V
'à ce que, le niveau de l'eau ayant suffisamment baissé
le contact se détache, entraîné par le poids de l'aréo-

([1]))UTER, *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 38; 1878.

mètre. La variation de niveau, dans le tube ED, est proportionnelle à la force d'arrachement. Supposons que la section du vase P soit égale à 101 fois celle du flotteur : quand la force d'arrachement sera de 1^{gr}, il passera 100^{cc} d'eau dans le tube gradué; on peut diviser celui-ci en dixièmes de centimètre cube, et l'on mesure ainsi les forces d'arrachement à 1^{mgr} près, ce qui permet d'opérer avec des contacts imperceptibles.

3° *Méthode d'induction.* — On obtient des mesures douées d'une signification précise, en se servant des phénomènes d'induction comme le fit pour la première fois van Rees [1]. On entoure le barreau à étudier d'un anneau étroit de fil conducteur formé de plusieurs spires et relié à un galvanomètre. Si l'on écarte alors brusquement le toron jusqu'à une distance très grande où le champ magnétique soit pratiquement nul, la quantité Q d'électricité induite est

$$Q = \frac{1}{R}\int_{\mathfrak{F}}^{0} -\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t}\,dt = \frac{\mathfrak{F}}{R};$$

R représente la résistance du circuit, $\mathfrak{F}$ le flux de force total à travers l'anneau. Si l'aimantation est exactement longitudinale, par exemple au milieu d'un barreau cylindrique très allongé, on a

$$\mathfrak{F} = \mathrm{IS},$$

et de la mesure de Q on déduit immédiatement la valeur de l'intensité I de l'aimantation; mais il n'en est plus de même au voisinage des extrémités de l'aimant, et l'on ne mesure alors que la composante longitudinale A de l'aimantation.

Pour étudier, à l'aide de la méthode de van Rees, la distribution du magnétisme dans un barreau de section S aimanté d'une manière permanente, Gaugain [2] opérait de deux manières différentes. On peut :

1° Mesurer en chaque point l'intensité longitudinale

---

(1) Van Rees, *Pogg. Ann.*, t. LXX.

(2) Gaugain, *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXVIII, p. 324 (1873); et 5e série, t. VIII, p. 289 (1876).

moyenne A de l'aimantation en déplaçant brusquement le toron à partir du point dont la distance au milieu du barreau est x et jusqu'à l'infini. Les courbes construites en prenant pour abscisse x, pour ordonnée la quantité du courant induit, sont des courbes d'intensité (II, *fig.* 204). Gaugain ([1]) les nomme *courbes de désaimantation.*

2° Faire glisser l'anneau induit d'une quantité fixe et très petite dx à partir d'une situation x quelconque.

On a alors

$$dQ = \frac{-\frac{\partial \mathfrak{F}}{\partial t} dt}{R} = \frac{-S \frac{\partial A}{\partial x} dx}{R}.$$

La courbe construite en prenant pour abscisse x, pour ordonnée dQ, sera la courbe de la distribution du magnétisme *correspondant à la variation de l'intensité longitudinale* A *seulement* (I, *fig.* 204). Puisque la courbe des intensités a pour ordonnées les aires élémentaires de la courbe de distribution, les deux méthodes appliquées à un même barreau se vérifient et se rectifient mutuellement l'une l'autre.

On applique souvent la méthode de van Rees pour déterminer la quantité totale de magnétisme d'un barreau aimanté. Il suffit pour cela de mesurer l'intensité I de l'aimantation au centre du barreau, comme nous l'avons indiqué ci-dessus par la formule

$$Q = \frac{\mathfrak{F}}{R} = \frac{SI}{R};$$

SI est précisément ce qu'on appelle la *quantité de magnétisme* de l'aimant. En effet, la section moyenne du barreau embrasse l'ensemble de tous les solénoïdes ouverts dont les extrémités épanouies aux divers points de sa surface donnent lieu à la distribution effective du magnétisme; et l'on sait (p. 10) qu'un solénoïde de puissance $I dS$ équivaut à deux masses magnétiques $+ I dS$, $- I dS$ coïncidant avec ses extrémités.

([1]) GAUGAIN, *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XXVIII p. 324; 5e série, t. VIII, p. 289, et t. XI, p. 5; 1873-1877.

Jamin a fait un fréquent usage de la méthode de Van Rees dans ce cas particulier (¹).

Nous résumerons rapidement, dans ce qui suit, les principaux résultats qui ont été publiés dans ces dernières années, relativement à la distribution du magnétisme sur les aimants d'acier de forme pratique, tels que lames, faisceaux, etc.

EXPÉRIENCES DE JAMIN. — Pour se guider dans les longues recherches qu'il a effectuées sur les aimants, Jamin (²) les considère comme rigoureusement solénoïdaux, ainsi que cela résulte de la théorie de Poisson. Il est en effet bien probable que les aimants réels ne s'écartent pas beaucoup de cette condition, et, en tous cas, nous n'avons guère de moyens de découvrir par l'expérience ce qu'il en est.

Soit un barreau aimanté longitudinalement ; tous les solénoïdes qui épanouissent leurs terminaisons à sa surface sont embrassés par sa section moyenne, ou ligne neutre, comme dans un anneau, et l'expansion de leurs extrémités sur la surface entière peut être considérée comme l'effet combiné de leurs répulsions mutuelles et du pouvoir coercitif de l'aimant. Pour un acier déterminé, et dans des conditions fixes d'aimantation, le nombre des solénoïdes que peut embrasser la section moyenne est proportionnel à cette section, et la surface nécessaire à leur épanouissement ne peut descendre au-dessous d'un certain minimum. Si on le dépasse, le nombre de solénoïdes, ou la quantité de magnétisme de l'aimant, n'augmente point; mais le moment magnétique augmente, puisque les extrémités des solénoïdes s'éloignent du centre. Au contraire, si la longueur de l'aimant est moindre, sa surface sera insuffisante, et l'on doit admettre qu'un certain nombre de solénoïdes disparaîtront : l'attraction de leurs extrémités opposées, s'ajoutant à la répulsion exercée par les extrémités de même nom des solénoïdes voisins, ils se trans-

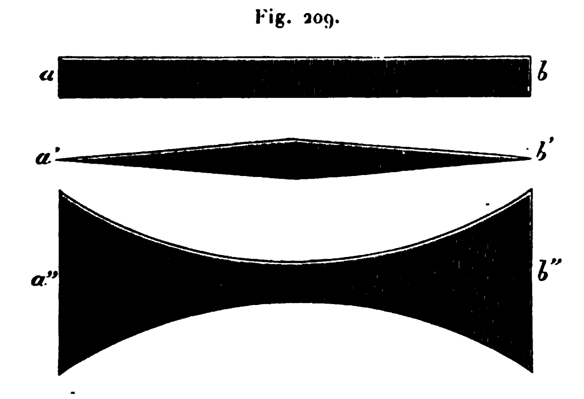
(¹) On pourrait encore employer la méthode d'induction pour un aimant de forme quelconque, en déposant à sa surface le petit toron d'épreuve, et l'écartant à l'infini. On mesurerait ainsi le flux de force normal à l'aimant en un point de sa surface, ou la composante normale du champ de l'aimant.

(²) JAMIN, *Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 41 et 73 ; 1876, et *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 1872-1876.

forment en solénoïdes fermés qui n'ont plus d'action à l'extérieur. De là le nom d'aimants *mégapolaires* pour les aimants longs, *brachypolaires* pour les aimants courts, *métripolaires* pour ceux dont la longueur est juste suffisante sans être excessive.

Pour justifier ces vues, Jamin a fait entre autres les expériences suivantes : 1° il prend trois lames d'acier mégapolaires aimantées à saturation (*fig.* 209). Leurs sections

Fig. 209.



moyennes et leurs longueurs sont égales, mais leurs formes sont différentes : l'une est rectangulaire, la seconde est taillée en losange comme une aiguille de boussole, la troisième s'élargit en éventail de part et d'autre de la section moyenne. La densité magnétique superficielle croissait jusqu'au bout dans le losange, augmentait d'abord pour diminuer ensuite dans le double éventail, variait dans le rectangle d'une manière intermédiaire ; mais la quantité totale de magnétisme était très sensiblement la même dans les trois aimants.

2° Jamin prend un aimant mégapolaire, il en diminue la section moyenne à la lime, et coupe ainsi en leur milieu un certain nombre de solénoïdes. Un point conséquent apparaît au milieu de l'aimant : les aimants partiels, qu'on peut ainsi supposer détachés de la masse, peuvent devenir brachypolaires, et alors la quantité de magnétisme libre aux extrémités diminue ; mais, si l'aimant est très long, cette diminution sera trop peu sensible pour pouvoir être constatée. Quant au

moment magnétique, il diminue évidemment dans un rapport plus considérable.

3° On adapte aux extrémités de deux aimants de même nature, l'un mégapolaire, l'autre brachypolaire, des armatures de fer doux. Celles-ci s'aimantent par influence, et l'on constate que les quantités de magnétisme libre demeurent invariables; le fer doux ne sert en effet qu'à prolonger les solénoïdes qui passent à travers la section de l'aimant. Mais, si l'on réaimante les barreaux munis de leurs armatures, ils deviennent mégapolaires l'un et l'autre, car la surface supplémentaire fournie par l'armature permet aux solénoïdes embrassés par la section de l'aimant, primitivement brachypolaire, de s'épanouir sans se rejoindre.

4° Un aimant en fer à cheval ne prend pas, par l'application d'un contact de fer doux, une quantité de magnétisme plus grande. Les solénoïdes embrassés par la section moyenne sont seulement déviés par l'influence : la plupart d'entre eux se changent en solénoïdes fermés à travers le contact. Mais, si l'on réaimante quand le contact est en place, celui-ci produit le même effet que feraient deux armatures infinies appliquées une à chaque pôle, et l'aimant en fer à cheval devient nécessairement mégapolaire. La quantité de magnétisme produite par l'aimantation est donc augmentée par le contact. Si l'on vient à l'arracher, les pôles des solénoïdes, rendus libres, s'épanouissent sur l'aimant, d'autres se ferment sur eux-mêmes et l'aimantation retourne sensiblement à ce qu'elle aurait été sans le secours du contact.

5° Quand on réunit en faisceau des lames qui, séparément, sont mégapolaires, on réduit la surface totale par la suppression des surfaces intermédiaires, et l'aimant ne tarde pas à devenir brachypolaire. A partir de ce moment, la quantité de magnétisme du faisceau deviendra inférieure à la somme des quantités magnétiques des lames dont il est formé.

ÉTUDE DES LAMES MINCES ET DES FAISCEAUX. — Jamin a trouvé, par la méthode du contact d'épreuve, que la distribution du magnétisme dans une lame mince rectangulaire de longueur infinie peut être représentée par la formule

$$y = Y b^{-x}, \qquad (1)$$

s laquelle y est la densité linéaire du magnétisme libre point dont la distance à l'extrémité de la lame est x, ı valeur de cette densité à l'extrémité de la lame; si la e est de longueur $2l$ finie, cette formule doit être rem- ɔée par

$$y = Y[b^{-x} - b^{-(2l-x)}].$$

ous retombons sur la forme de fonction proposée par Biot r les aimants cylindriques.

'effet de la trempe ou du recuit d'un même acier ne mo- e pas la constante Y, mais fait varier b. Pour des barres ongueur infinie, faites d'un même acier, l'ordonnée ma- tique extrême Y sera donc une constante : la longueur le des courbes de distribution, par suite la quantité totale nagnétisme, variera.

ɩuand on réunit n lames, de largeur égale à c, pour en ner un faisceau, la distribution du magnétisme est tou- ɾs représentée par une expression de la même forme. Si ɔngueur du faisceau est assez grande pour qu'on puisse iquement la supposer infinie, la formule de la distribu- ı qui remplace (1) est

$$y = Y\sqrt{\frac{cn+n}{c+n}}\, b^{-x\sqrt{\frac{c+n}{cn+n}}}.$$

ır des longueurs moindres, la formule est analogue à la nule (2)

$$= Y\sqrt{\frac{cn+n}{c+n}}\left(1 - b^{-2l\sqrt{\frac{c+n}{cn+n}}}\right)\left(b^{-x\sqrt{\frac{c+n}{cn+n}}} - b^{-(2l-x)\sqrt{\frac{c+n}{cn+n}}}\right).$$

a quantité de magnétisme du faisceau est, dans des limites ɜz larges, proportionnelle au nombre des lames, c'est-à-dire ı section du faisceau; mais elle est notablement inférieure à ›omme des quantités de magnétisme que prendrait chaque ıe considérée isolément. Il en est de même des moments gnétiques.

ſUDE DES LAMES ÉPAISSES. — Tandis que, dans les faisceaux iés par Jamin, les lames centrales ont autant de magné-

tisme que les lames superficielles, il n'en est pas de même des diverses couches dans lesquelles on peut, par la pensée, diviser une lame épaisse. Pour le démontrer, on use la lame aimantée à étudier soit à la meule, soit par l'action d'un acide. Il faut d'abord établir par l'expérience que ce procédé expérimental est légitime, et qu'on n'enlève, avec les couches matérielles supprimées, que la quantité de magnétisme qui leur appartenait. A cet effet, Jamin applique l'action de la meule ou des acides à des lames minces, et il se trouve: 1° que si la lame est mégapolaire, la quantité de magnétisme qui subsiste demeure proportionnelle à la section conservée; on a donc supprimé les files magnétiques extérieures avec l'acier qui leur servait de support; 2° que si la lame est brachypolaire, le magnétisme décroît plus lentement que la section; ce résultat s'interprétera tout naturellement si l'on admet qu'en enlevant la partie extérieure de l'aimant on coupe une série de solénoïdes qui s'étaient fermés sur eux-mêmes, après l'aimantation, comme nous l'avons expliqué ci-dessus : leurs extrémités rendues libres augmentent la quantité de la distribution magnétique portée par l'aimant aminci et d'autant plus voisin d'être mégapolaire que sa section a été plus réduite.

Cela posé, Jamin prend une lame d'acier de 280^{mm} de long, 50^{mm} de large et 10^{mm} d'épaisseur, et l'use par ses faces plates de manière à diminuer l'épaisseur seulement. Quand elle est réduite aux

$\frac{14}{15}$, le magnétisme n'est plus que $\frac{2}{3}$

$\frac{5}{6}$ » » $\frac{1}{2}$

du magnétisme primitif, et ainsi de suite. Les $\frac{2}{3}$ du magnétisme étaient donc confinés dans deux couches superficielles, l'une supérieure, l'autre inférieure, ayant chacune une épaisseur d'environ 1^{mm},1. Cependant, si l'on réaimante le noyau qui ne contenait que la moitié du magnétisme total, il prend un magnétisme presque égal à celui que possédait d'abord la barre entière. Ce n'est donc pas la nature particulière de l'acier qui différait essentiellement au centre de la barre et à sa sur-

face : *une barre épaisse d'acier homogène prend dans un champ magnétique uniforme une aimantation principalement superficielle.*

Jamin a admis, par analogie, que, dans une lame d'épaisseur infinie, la quantité de magnétisme décroît avec la profondeur suivant une loi exponentielle. Pour une lame d'épaisseur finie $2E$, l'effet des deux surfaces doit s'ajouter : en désignant par x la distance au centre de la lame d'une couche infiniment mince, parallèle à la surface, on aura, pour la quantité de magnétisme y correspondante,

$$y = Y\left(b^{-(E-x)} + b^{(-E-x)}\right).$$

La quantité totale M de magnétisme sera

$$M = \int_{-E}^{+E} y\,dx = \frac{2Y}{\log b}\left(1 - b^{-2E}\right);$$

d'où

$$\frac{M}{1 - b^{-2E}} = \frac{2Y}{\log b} = \text{const.}$$

Cette loi a été vérifiée par l'expérience.

Jamin trouve que plus les courbes magnétiques sont allongées, plus l'aimantation est superficielle. Les aciers recuits et courts s'aimantent à la surface, tandis que les aciers trempés et longs s'aimantent à peu près uniformément dans toute leur épaisseur.

Quand la carburation de l'acier augmente, les barreaux s'aimantent plus uniformément, en même temps que la quantité totale de magnétisme dont ils sont susceptibles diminue.

On peut mettre en évidence la faiblesse de l'aimantation profonde des aciers à longue courbe magnétique et surtout du fer doux par l'expérience suivante. Si l'on met un barreau d'acier dans l'électro-aimant de Faraday en ne l'enfonçant qu'à moitié, il ne s'aimante que dans la partie extérieure à la bobine. Les parties externes d'un aimant d'acier agissent par rapport aux parties intérieures, comme l'anneau de fer doux de l'électro-aimant de Faraday sur le barreau d'acier qu'il enveloppe.

Effet des armatures. — Quand on approche du pôle A d'un aimant une armature de fer doux formée d'un cylindre de longueur et de section données, elle s'aimante par influence. Si elle est très loin, elle se trouve dans une portion du champ magnétique sensiblement uniforme : elle présente une distribution normale du magnétisme induit, et la ligne neutre est au milieu. Quand la distance diminue, la portion du champ magnétique dans laquelle se développe la région boréale *b* de l'armature est la plus intense, la ligne neutre se rapproche de l'extrémité, et la région australe *a* s'étale sur un long espace.

Pour une distance déterminée, la ligne neutre est à l'extrémité même *b*. On ne constate plus de magnétisme boréal, ce qui signifie que l'action résultante de l'aimant et du morceau de fer doux sur un corps extérieur est partout de même signe que celle de la plage australe de l'aimant. Enfin, quand le fer et l'acier se touchent, les aimantations contraires, en regard sur les faces extrêmes du fer et de l'acier, se neutralisent, et l'*aimant se continue* à travers la surface de contact, comme à travers une section quelconque de l'aimant d'acier lui-même.

Pendant le rapprochement de l'armature, la courbe magnétique change sur l'aimant ; elle se rapproche de l'extrémité, puis elle décroît en tous ses points, et ce qu'a gagné le fer doux, elle le perd. Quand le contact a lieu, les deux polarités du fer et de l'acier sont déterminées comme il suit.

Sur le fer, la courbe est représentée par la formule

$$y = m(b^{-x} - b^{-(2l-x)}),$$

que l'on peut écrire, en représentant par a l'ordonnée à l'origine,

$$y = a\,\frac{b^{-x} - b^{-(2l-x)}}{1 + b^{-2l}}.$$

La totalité du magnétisme contenue dans l'armature est égale à

$$M = \int_0^{2l} y\,dx = p\,\frac{a}{\log b}\,\frac{1 - b^{-2l}}{1 + b^{-2l}},$$

où p désigne le périmètre.

t au magnétisme libre sur l'aimant, nous supposerons, us de simplicité, que celui-ci était infiniment long, et ordonnées de la courbe magnétique étaient repré- à partir de l'extrémité par

$$y = Y b_1^{-x}$$

application de l'armature. Elle est représentée après lication par une formule analogue, et la perte de l'or- magnétique $y - y_1$ est

$$y - y_1 = (Y - a) b'^{-x},$$

quelle b' est un coefficient plus grand que b_1 et qui ndépendant de la grandeur de l'armature.

t au rapport de Y à a, il paraît dépendre de conditions :es, pour l'étude desquelles nous renverrons le lec- Mémoire original.

PORTATIVE DES AIMANTS. — Quand on recourbe un en fer à cheval, la distribution sur ses deux branches iblement la même que sur un aimant rectiligne de ongueur.

n approche de ses deux pôles un contact de forme que, il prend d'abord à ses extrémités des polarités es à celle des pôles voisins et une ligne neutre en son En se rapprochant, il atteint une situation pour il paraît à l'état naturel en tous ses points, ce qui simplement que les actions exercées à l'extérieur iant et par son contact se neutralisent exactement. rochant davantage encore le contact, il offre à ses és le même magnétisme apparent que les pôles et il en garde une partie même dans sa position

e cas précédemment traité d'une seule armature en avec un seul pôle, celle-ci gagne exactement la quan- agnétisme libre que l'aimant abandonne; mais, quand unit les deux pôles de l'aimant, un grand nombre de es se ferment à travers le fer doux, et, par consé- n ne trouve nulle part leurs extrémités libres.

Si l'aimant n'est pas de longueur infinie, on reconnaît facilement que l'effet de l'armature est de diminuer l'ordonnée magnétique de chaque pôle, beaucoup plus que ne le ferait une armature infinie appliquée à chacun d'eux.

Pour nous faire une idée de ce que peut être la force portative d'un aimant, nous imaginerons qu'il n'y a pas du tout de magnétisme libre à la surface de l'aimant ou du contact, et que l'intensité I de l'aimantation est uniforme dans toute la section. Soit alors S la surface d'adhérence, les deux surfaces en regard peuvent être considérées comme revêtues de couches magnétiques contraires dont la densité uniforme est $\sigma = \mathrm{I}$. La force attractive entre les deux surfaces est alors (formule des condensateurs plans)

$$\mathrm{F} = 2\pi\sigma.\sigma\mathrm{S} = 2\pi\mathrm{S}\mathrm{I}^2$$

ou $2\pi\mathrm{I}^2$ par unité de surface.

Faisons, par exemple, $\mathrm{I} = 700$. Cette valeur n'a rien d'invraisemblable, si l'on se souvient que le maximum de magnétisme permanent des aimants d'acier est parfois égal à la moitié du maximum de magnétisme du fer (p. 335) et que celui-ci peut atteindre 1800. La force par centimètre carré de surface de contact sera alors

$$2.3,142.700^2 \text{ dynes}$$

ou environ $3^{\mathrm{kg}},14$.

En substituant des électro-aimants aux aimants d'acier, on doublerait aisément et l'on pourrait presque tripler l'intensité de l'aimantation : par suite, la force portative, pendant le passage du courant, serait multipliée par un nombre compris entre 4 et 9.

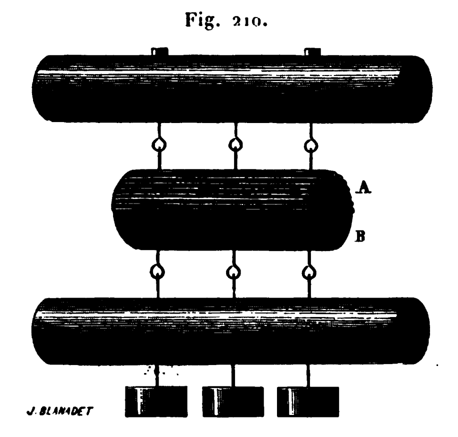
M. Joule [1] a étudié, au point de vue de leur force portative, des électro-aimants formés d'un demi-cylindre de fer doux A (*fig.* 210) sur lequel le conducteur du courant est enroulé longitudinalement, et dont le contact est un second demi-

---

(1) JOULE, *On electromagnetic forces* (*Annals of Electricity*, vol. V, p. 187). *Voir* la collection des Mémoires de Joule, publiée par la Société de Physique de Londres, t. I, p. 34.

cylindre B identique au premier. Dans ces conditions, il a obtenu des forces portatives atteignant 19^{kg},35 par centimètre

Fig. 210.



carré. Un électro-aimant de Nesbit portait jusqu'à 22^{kg},29 par centimètre carré.

AIMANTS LAMINAIRES DE JAMIN. — Nous savons que, pour obtenir un aimant permanent d'une grande puissance portative, il convient : 1° d'augmenter le plus possible la quantité totale de magnétisme que l'aimant est susceptible de recueillir; 2° de donner au contact des proportions telles, qu'il dissimule la plus grande quantité possible de magnétisme libre.

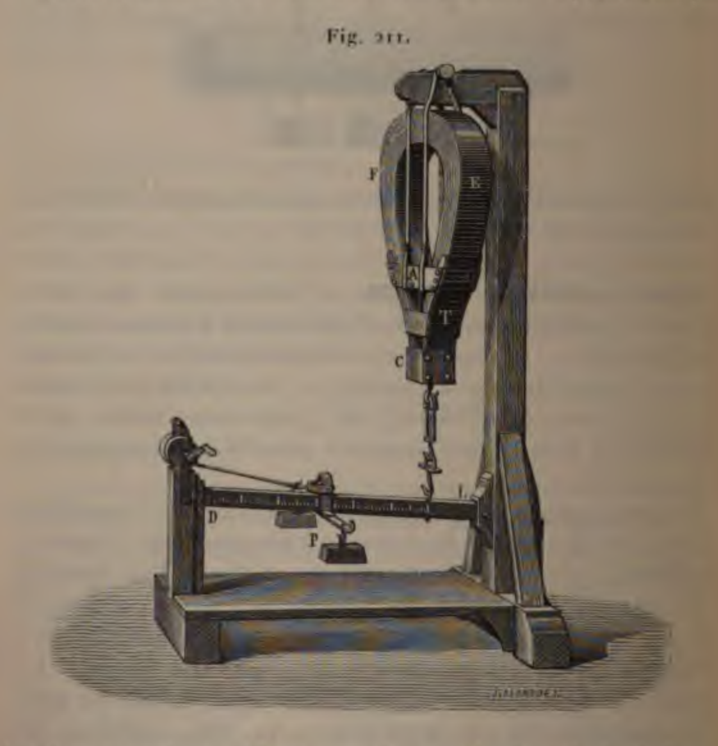
Or nous avons reconnu que des lames minces s'aimantent à cœur, que des lames épaisses ne s'aimantent que superficiellement, et que la quantité de magnétisme d'un faisceau croît proportionnellement au nombre des lames, jusqu'à ce que la distribution du magnétisme soit sensiblement représentée par une droite passant par le milieu du faisceau. Le nombre maximum des lames qui donne ce résultat ne peut être déterminé que par l'expérience. Au reste, certaines variétés d'acier ne prennent qu'une ordonnée terminale médiocre, d'autres en prennent une beaucoup plus grande, et nous avons vu que la trempe modifie la quantité de magnétisme dont un même acier est susceptible, et qu'elle a sur-

tout pour effet de faire varier la longueur de sa courbe de distribution. C'est donc l'expérience qui déterminera les conditions de maximum d'effet pour un nombre de lames fixé d'avance.

Pour obtenir un aimant puissant, on devra donc choisir avec le plus grand soin l'acier des lames minces dont on doit le former, et déterminer, par des essais préalables, le degré de trempe qui convient le mieux. Le volume de l'armature de fer doux devra d'ailleurs être dans un rapport déterminé avec le nombre et la dimension des lames employées.

Voici comment on construit les aimants représentés par

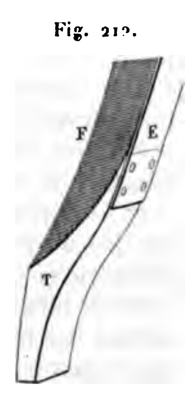
Fig. 211.



les *fig.* 211 et 212. Deux armatures, placées vis-à-vis l'une de l'autre, sont réunies par une bride A et reçoivent un contact cubique C. Elles sont retenues extérieurement par une lame d'acier E fixée par des vis à leur partie extérieure et terminée

par un talon T. Les autres lames F sont aimantées une à une, toutes dans le même sens, et disposées successivement à l'intérieur de E où elles se recourbent librement d'après leur élasticité. Le nombre des lames doit être réglé de manière à réduire au minimum et sensiblement à zéro le magnétisme libre sur celle-ci, de telle sorte qu'une lame de plus le fasse apparaître. L'aimant étant ainsi construit, il faut, pour produire l'arrachement du contact, une force extrêmement considérable; mais, quand on replace ensuite le contact, il est arraché par une force notablement moindre, qui mesure ce qu'on peut appeler la *force portative permanente de l'aimant*. Celle-ci peut atteindre 25^{kg} pour un aimant du poids de 500^{gr} [1]. Mais, quand on augmente les dimensions de l'aimant, la force portative croît à peu près comme la section, c'est-à-dire comme le carré des dimensions homologues, tandis que le poids varie comme le cube de ces dimensions : aussi le rapport de la force portative au poids diminue. Un aimant formé de 50 lames de 0^{m},11 de largeur et de 0^{m},002 d'épaisseur porte 500^{kg} et pèse un peu plus de 50^{kg}. Cet aimant, le plus puissant que l'on ait jamais construit, porte donc un peu moins de 10 fois son poids. Il est représenté par la *fig.* 195. Le levier L et le poids P, que l'on déplace progressivement à l'aide d'un petit treuil, servent à produire l'arrachement.

Fig. 212.



AIMANTS CIRCULAIRES DE M. DUTER. — Nous n'avons considéré jusqu'ici que des aimants prismatiques de longueur assez grande. M. Duter a étudié un cas tout différent, celui de plaques dont les dimensions transversales sont très considérables par rapport à leur épaisseur. Les résultats les plus intéressants ont été fournis par des plaques circulaires ou elliptiques.

---

(1) Joule (Mémoires publiés par la Société Royale de Londres, t. I, p. 33) a obtenu des électro-aimants du système figuré p. 363, portant jusqu'à 2834 fois leur poids. Il est évident que cette forme est combinée de façon à réduire au minimum le poids de fer employé.

Deux variétés singulières d'aimants plats sont d'ailleurs à distinguer, suivant que l'aimantation est obtenue dans une bobine plate, où le champ est sensiblement uniforme ([1]), ou qu'elle est développée par l'influence d'un électro-aimant pointu dont l'axe est normal à la plaque ([2]). Dans ce dernier cas, le champ magnétique est variable, mais il est de révolution autour de l'axe de l'électro-aimant.

Premier cas. — M. Duter a annoncé que la distribution du magnétisme obéit aux lois suivantes :

1° Les quantités totales de magnétisme libre répandues sur des disques circulaires ou elliptiques de même acier et de même épaisseur sont proportionnelles à leurs surfaces.

2° Ce magnétisme peut être considéré comme distribué suivant des filets qui affectent la forme d'hyperboles. Les axes non transverses de ces hyperboles sont perpendiculaires à la ligne neutre de l'aimant; ils sont égaux et leur grandeur commune est celle de l'axe de la plaque avec lequel coïncide la ligne neutre. Sur chacun des filets hyperboliques, la distribution du magnétisme est donnée par une formule analogue à celle de Biot. En désignant par y l'ordonnée magnétique, par h la longueur de l'arc d'hyperbole comptée à partir de la ligne neutre,

$$y = Y(a^h - a^{-h});$$

Y et a varient d'un filet à l'autre suivant des lois reconnues par M. Duter.

3° Les lignes isodynamiques, c'est-à-dire pour lesquelles y a une même valeur, sont des ellipses homofocales, ayant pour foyers les extrémités de la ligne neutre.

Second cas. — Le cas des disques circulaires ou annulaires aimantés par application de leur centre sur la pointe d'un électro-aimant conique est remarquable par la simplicité des résultats obtenus. Les lignes isodynamiques sont des

---

([1]) Duter, *Sur la distribution du magnétisme dans des plaques d'acier circulaires ou elliptiques* (*Annales de l'École Normale*, 2e série, t. V, p. 217, et *Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 233; 1876).

([2]) Duter, *Des plaques circulaires aimantées où les lignes isodynamiques sont des circonférences concentriques* (*Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 37; 1879).

cercles concentriques. La distribution du magnétisme sur un rayon quelconque d'un disque annulaire dont le rayon extérieur est R, le rayon intérieur r, est représentée par la formule

$$(1) \qquad y = Y \sin \frac{\pi(R^2 + r^2 - 2x^2)}{2(R^2 - r^2)},$$

et, par conséquent, le rayon ρ de la ligne neutre est

$$\rho = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}.$$

On reconnaît aisément que les quantités totales de magnétisme libre varient d'après la formule (1), proportionnellement à la surface $\pi(R^2 - r^2)$ des anneaux.

Réaimantation et désaimantation. — Dans ce qui précède, nous avons généralement supposé que l'on opère sur des aciers récemment trempés et vierges de toute aimantation antérieure.

Quand on soumet un aimant déjà formé à l'action d'un champ magnétique extérieur, les phénomènes se compliquent beaucoup, et les résultats obtenus ne sont susceptibles d'interprétation que dans quelques cas très simples, par exemple celui de la réaimantation ou de la désaimantation d'aimants prismatiques de grande longueur par rapport à leurs dimensions transversales. Ce que nous savons de plus précis à ce sujet résulte des expériences de MM. G. Wiedemann (1), Jamin (2), Bouty (3) et Righi (4).

1° *Aimantations successives.* — Nous avons déjà signalé, à propos des anciens procédés d'aimantation, l'utilité de soumettre un même barreau à plusieurs passes successives.

---

(1) G. Wiedemann, *Pogg. Ann.*, t. C, p. 235; t. CIII, p. 563; t. CVI, p. 161; t. CXVII, p. 193; t. CXXIX, p. 616. (*Voir* aussi l'Ouvrage de Wiedemann, *Die Lehre von der Elecktricität*).

(2) Jamin, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. LXXV, p. 1796; t. LXXX, p. 417.

(3) Bouty, *Annales de l'École Normale supérieure*, 2e série, t. IV, p. 22; t. V, p. 134 et 150; 1875-1876.

(4) Righi, *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 482; 1881.

D'après M. Bouty, le moment magnétique permanent d'une aiguille d'acier passée n fois à la spirale croît suivant la formule empirique

$$M = A - \frac{B}{n},$$

où A et B sont deux constantes. La quantité de magnétisme de l'aiguille croît d'après une loi analogue, mais avec des coefficients différents, car, en même temps que la quantité de magnétisme augmente, les pôles se rapprochent des extrémités et ces deux effets concourent à produire l'augmentation du moment magnétique.

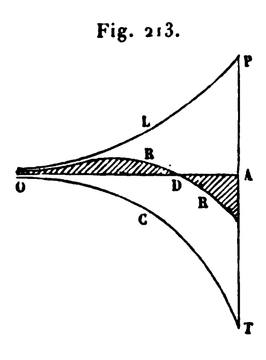
2° *Désaimantations.* — Quand une aiguille vierge a été aimantée dans un champ uniforme d'intensité F et qu'elle est soumise à l'action d'un champ de signe contraire f, l'aimantation permanente conservée par l'aiguille décroît quelque petit que soit f, et se réduit à zéro pour une valeur de f inférieure à F.

M. Bouty a mesuré le moment magnétique que présente une aiguille ou un barreau cylindrique déjà aimanté pendant qu'il est soumis à l'action d'une bobine magnétisante tendant à lui communiquer une aimantation de même sens ou de sens contraire à celle qu'il possédait auparavant. En répétant l'expérience dans les mêmes conditions pour des barreaux de même section et de longueur différente, il a reconnu qu'il est impossible de représenter ces moments par la formule de Green; tandis qu'on les représente très bien par la somme algébrique de deux moments, l'un permanent P, que l'on peut d'ailleurs mesurer en supprimant l'action de la bobine, l'autre temporaire T, précisément égal à la partie temporaire T′ du moment total qu'un barreau B′, vierge et identique au barreau aimanté B que l'on étudie, prendrait sous l'action de la même bobine. Les deux moments P et T obéissent individuellement à la formule de Green.

L'addition algébrique des moments P et T ne peut guère s'interpréter que par la superposition des distributions individuelles de magnétisme qu'elles représentent : l'une de ces distributions P a pour caractère d'être *longue* (*voir* p. 357), l'autre T est plus *courte*. Une conséquence singulière se

rapporte au cas où l'on désaimante un barreau par un champ magnétique tel que le moment total soit exactement nul pendant l'action du champ. On a alors $P = -T$, mais le barreau n'est pas à l'état neutre, car les deux courbes magnétiques qu'il faut superposer ont, il est vrai, même aire, mais non même ordonnée extrême (*fig.* 213); par suite, le magnétisme permanent domine dans la région moyenne du barreau, le magnétisme temporaire vers ses extrémités, et il y a deux points conséquents K, chacun au voisinage de l'une des extrémités. L'existence de ces points conséquents a été vérifiée directement.

Fig. 213.



Il faut rapprocher de ces observations des expériences de Jamin sur la superposition des aimantations permanentes produites par l'action répétée de courants de sens inverse. Un barreau B aimanté par un champ F, puis désaimanté par un champ magnétique F′, tel que le magnétisme permanent soit exactement annulé, ne peut être considéré comme à l'état neutre. On sait, en effet, que l'application à ce barreau d'un champ négatif au plus égal à F′ sera sans influence sensible pour modifier l'aimantation permanente, tandis qu'un champ positif aussi faible que l'on voudra fera reparaître l'aimantation dans le sens initial. En dissolvant dans un acide la couche superficielle d'un barreau B amené par une désaimantation à la neutralité apparente, Jamin a fait reparaître l'aimantation primitive. Celle-ci persistait donc dans les couches profondes : elle était masquée, non complètement détruite, par une aimantation contraire des couches les plus superficielles.

On conçoit qu'un aimant soumis à des actions magnétiques répétées dans un champ magnétique que l'on fait varier arbitrairement présentera des conditions d'aimantation excessivement complexes, puisqu'il conserve toujours la trace de son état magnétique antérieur. Il est donc impossible d'attribuer une signification quelconque aux expériences qui n'ont pas été exécutées dans des conditions simples et bien définies.

Quand on veut soumettre un barreau d'acier déjà aimanté à de nouvelles épreuves, *on ne peut se dispenser* de le porter à une température assez haute pour lui faire perdre toute trace de magnétisme antérieur. Si d'ailleurs on voulait rendre les expériences comparables, il serait *indispensable* de ramener le barreau à une trempe *identique* à sa trempe initiale, ce qui ne peut être réalisé d'une manière bien précise dans l'état actuel de la Science.

Analogie des phénomènes élastiques et magnétiques. — Pour caractériser l'ensemble des propriétés magnétiques des aimants d'acier, on n'a trouvé jusqu'ici rien de mieux qu'une analogie, réellement très frappante, reconnue et développée par M. G. Wiedemann ([1]) : c'est celle des phénomènes de l'aimantation avec les phénomènes élastiques et tout particulièrement avec la torsion.

De même qu'un couple de torsion très faible appliqué à un cylindre produit une torsion temporaire qui disparaît par l'application de cette force, de même une force magnétisante médiocre produit presque exclusivement une aimantation temporaire. Mais, si l'on fait croître peu à peu soit le couple de torsion, soit la force magnétisante, une partie de l'aimantation ou de la torsion temporaire persiste après l'ablation de la cause qui l'a produite. Comme il y a une limite à la torsion permanente ou temporaire que peut supporter sans se rompre un cylindre soumis à des couples de torsion de plus en plus considérables, de même il y a une limite à l'aimantation soit temporaire, soit permanente.

Cette analogie s'étend au cas de la répétition de l'action magnétisante ou tordante, à la superposition des effets temporaire et permanent de signe contraire, etc., etc. Pour s'en convaincre, il suffit de jeter les yeux sur le Tableau suivant, extrait de l'Ouvrage de Wiedemann ([2]) :

([1]) G. Wiedemann, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 563; t. CVI, p. 161; t. CXVII, p. 203, et t. CXXIX, p. 616.

([2]) G. Wiedemann, *Die Lehre der Elecktricität*, 3e édition, t. III, p. 473; 1883.

Torsion.

ırsions temporaires pro- des poids croissants sur e tordu pour la première entent d'abord plus vite ids.

rsions permanentes crois- e bien plus vite.

létordre, il faut une force s considérable que pour

ıite de torsions répétées, s s'approchent de plus en proportionnelles au poids lles sont supérieures à la torsion produite par ce

emploi répété des mêmes ınt et détordant G et — G_1, m de la torsion permanente son minimum s'élève jus- ertaine limite.

l on tord par l'action de ꞉rieures à celles que l'on a ıent employées à tordre ou , l'effet de la torsion est ue si l'on tordait pour la ois.

tordu qui a été détordu ꞉e — G ne peut être tordu rerse par l'application ré- a force — G, tandis que - G le tord dans le sens

possédant la torsion per- , porté par une force *b* à B, puis à une torsion C ıire à A et B, doit, pour le nouveau la torsion B, is à la force *b*. Peu importe nul, B plus grand ou plus \.

Magnétisme.

1. Les aimantations temporaires d'un barreau soumis pour la première fois à l'action de courants croissants augmentent d'abord plus vite que les intensités de ces courants.

2. Les aimantations permanentes croissent encore bien plus vite.

3. Pour désaimanter, il faut une force bien moins considérable que pour aimanter.

4. Par des applications répétées de la force magnétisante, les moments magnétiques s'approchent de plus en plus d'être proportionnels à cette force. Les aimantations produites sont supérieures à la première.

5. Par l'emploi répété des courants magnétisant et démagnétisant I et — I_1, le maximum de l'aimantation directe produit par l'action de I s'abaisse, et son minimum produit par l'action de — I_1 s'élève jusqu'à une certaine limite.

6. Quand on aimante par des forces supérieures à celles que l'on a précédemment employées dans le sens direct ou inverse, l'aimantation obtenue est la même que si l'on aimantait pour la première fois.

7. Un barreau aimanté, puis désaimanté par un courant — I, ne peut être aimanté en sens contraire par l'application répétée du courant — I : tandis qu'il sera aimanté dans le sens primitif par le courant + I.

8. Un barreau dont le magnétisme permanent est A, porté par un courant I au magnétisme B, puis au magnétisme C intermédiaire à A et B, ne peut être ramené à l'aimantation B que par le courant I. Peu importe que A soit nul, B plus grand ou plus petit que A.

plus, et si l'on vient à tordre un fil d'acier, tandis

qu'il est soumis à l'action d'une force magnétisante, on modifie l'aimantation de ce fil. Réciproquement l'aimantation d'un fil tordu modifie sa torsion. Les deux phénomènes inverses présentent encore les relations les plus étroites, comme on s'en convaincra par le Tableau suivant, extrait d'un Tableau plus étendu publié par M. Wiedemann ([1]) :

Torsion.

1. La torsion permanente des fils de fer décroît par leur aimantation, et cela d'autant moins qu'ils sont plus aimantés.

2. Des aimantations répétées dans le même sens diminuent à peine la torsion conservée après une aimantation unique. Une aimantation en sens contraire produit une nouvelle et considérable diminution de la torsion.

3. Si, par des aimantations répétées en sens inverse, un fil a été détordu le plus possible, sa torsion prend une certaine valeur maximum pour l'aimantation dans un sens, minimum pour l'aimantation en sens contraire.

4. Si l'on aimante un fil tandis qu'il est sous l'action du poids tordant, sa torsion croît pour les petites forces magnétisantes, et décroît pour les grandes.

5. Si l'on dirige un courant à travers un fil de fer aimanté, ou si l'on aimante un fil de fer à travers lequel on a fait passer un courant, il se tord.

Magnétisme.

1. L'aimantation permanente des barreaux d'acier décroît par la torsion, et cela d'autant moins que leur torsion est plus forte.

2. Des torsions répétées dans le même sens diminuent à peine l'aimantation conservée après une torsion unique. Une torsion en sens contraire produit une nouvelle et considérable diminution de la torsion.

3. Si, par des torsions répétées en sens inverse, on a diminué le plus possible l'aimantation, celle-ci prend une certaine valeur maximum pour la torsion dans un sens, minimum pour la torsion en sens contraire.

4. Si l'on tord un barreau d'acier tandis qu'il est sous l'action de la force magnétisante, son aimantation croît pour les faibles torsions, et diminue pour les fortes.

5. Si l'on tord un fil de fer pendant qu'on y fait passer un courant ou après le passage du courant, il s'aimante.

Nous signalerons plus tard une théorie du magnétisme que M. Wiedemann a fondée sur ces relations du magnétisme et de la torsion.

([1]) G. Wiedemann, *Die Lehre von der Elektricität*, 3e édition, t. III, p. 691 ; 1883.

AIMANTATION ANOMALE. — L'effet d'une torsion ne dépend pas seulement de la grandeur absolue de la force qui la produit, mais encore de la manière dont on l'applique, graduellement ou brusquement. Dans ce dernier cas les molécules, subitement dérangées de leur équilibre primitif, peuvent, en vertu d'une vitesse acquise, dépasser la situation normale qu'elles auraient prise dans le second, et se trouver empêchées d'y revenir par cette sorte d'inertie moléculaire dont nous avons déjà constaté de si nombreux effets. De même M. Righi ([1]) a constaté que l'aimantation n'est pas la même suivant que le courant qui la produit commence ou finit d'une manière brusque ou lente, c'est-à-dire suivant qu'on a recours à l'action d'un interrupteur ou qu'on introduit ou supprime dans le courant magnétisant des résistances supplémentaires, variant progressivement de l'infini à zéro ou de zéro à l'infini.

La fermeture brusque du circuit doit, d'après les idées de M. Righi, produire une aimantation plus forte que la fermeture lente. Pour la même raison, l'ouverture brusque diminue la quantité de magnétisme conservé. *Il peut même arriver, dans le cas où les barreaux sont très gros et très courts, que l'aimantation permanente, succédant à l'ouverture brusque du circuit, soit de sens contraire à l'aimantation normale.* L'expérience peut être réalisée sans difficulté.

ACTION DE LA CHALEUR SUR LA DISTRIBUTION DU MAGNÉTISME. — M. Poloni ([2]) a étudié par la méthode de Van Rees la distribution du magnétisme dans des barreaux chauffés à des températures plus ou moins élevées, et il a trouvé qu'elle peut toujours être représentée par la formule de Biot. La quantité de magnétisme et l'ordonnée extrême des courbes de distribution décroissent lentement sur les barreaux qu'il a étudiés de 0° à 180°, rapidement au voisinage de 190°; mais

---

([1]) Righi, *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 482; 1882.

([2]) Poloni, *Sul magnetismo permanente dell' acciaio a diversi temperature* (*Reale Accademia dei Lincei*, 1882), analysé dans le *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 180.

la *forme* des courbes de distribution paraît sensible
riable. C'est aussi la conclusion de M. Berson [1].

Le nickel et le cobalt présentent des phénomène
trop compliqués pour pouvoir être exposés en d
renverrons le lecteur au Mémoire de M. Berso
bornant à indiquer que, dans ce cas, les courbes c
tion, soit temporaires, soit permanentes, se modi
coup à mesure que la température s'élève. Par exe
des aiguilles de nickel minces et longues, les c
cients de la formule de Biot (p. 348) relatifs au n
permanent varient à la fois.

En aimantant des barreaux d'acier vers 400°
les laissant refroidir, Gaugain [3] a observé un
bien singulier. Le magnétisme conservé à froid
reau peut être de signe contraire à celui qu'il
chaud. Alors, si on le chauffe de nouveau, le n
inverse, qui est toujours assez faible, s'anéantit
reparaître le magnétisme direct. Quand le barrea
dit, on observe des changements de signe op
proquement un barreau aimanté à froid peut prése
température élevée, un magnétisme de signe
celui qui lui a été communiqué à froid. Ces in
peuvent guère être expliquées d'une manière com
semblent indiquer que l'aimantation permanen
dans les barreaux épais à une profondeur variabl
température.

---

(1) Berson, *De l'influence de la température sur l'aima* *nales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. VIII, p. 472; 1

(2) *Ibid.*, p. 473 et suivantes.

(3) Gaugain, *Sur les variations que subit l'aimantation d'acier quand on fait varier sa température* (*Journal* 1re série, t. VII, p. 186; 1878).

CHAPITRE XII.

CORPS MAGNÉTIQUES ET DIAMAGNÉTIQUES.

Production de champs magnétiques puissants. — Étude expérimentale du champ de l'électro-aimant de Ruhmkorff — Corps magnétiques et diamagnétiques. — Polarité diamagnétique. — Influence du milieu ambiant. — Influence de la structure. — Cas des corps cristallisés. — Mesure des constantes magnétiques des solides. — Mesure des constantes magnétiques des liquides. — Expérience de Quincke. — Mesure des constantes magnétiques des gaz.

Nous n'avons étudié jusqu'ici qu'un très petit nombre de substances magnétiques dont la perméabilité, comme celle du fer ou de l'acier, est extrêmement considérable. Un très grand nombre d'autres corps jouissent aussi de propriétés magnétiques, mais à un degré si faible que, pour les révéler, il faut employer des champs magnétiques d'une extrême puissance. Nous allons d'abord nous inquiéter de la manière d'obtenir ces champs puissants et étudier leurs propriétés.

PRODUCTION DE CHAMPS MAGNÉTIQUES PUISSANTS. — Ni les aimants permanents, ni les courants employés seuls ne sont susceptibles de produire les champs magnétiques puissants et uniformes dont nous allons avoir besoin.

Le champ magnétique d'une bobine de grande longueur est parfaitement uniforme dans la région moyenne de la bobine. Désignant par n le nombre de tours de fils par unité de longueur, par i l'intensité du courant, le champ uniforme a pour valeur $F = 4n\pi i$. Mais, avec une force électromotrice donnée dans le circuit, on ne peut accroître i sans diminuer la longueur totale du fil ou augmenter son diamètre, c'est-à-dire sans diminuer n ; ni est donc susceptible d'un maximum qui n'est jamais très élevé. Admettons, par exemple, que le fil

fasse en tout 30 tours par centimètre et que la force électromotrice soit suffisante pour y entretenir un courant de 30 ampères. On aura

$$F = 4.30.3,142.30.10^{-1} = 1131.$$

Des aimants permanents peuvent être associés de manière à fournir un champ sensiblement uniforme dans un petit intervalle. Considérons deux barreaux aimantés de longueur très grande et de large section, placés sur le prolongement l'un de l'autre et rapprochés par leurs pôles contraires. Imaginons, pour simplifier, que ces aimants sont des solénoïdes parfaits, et que leurs faces terminales sont revêtues de distributions uniformes de quantités de magnétisme égales et contraires. Si la distance de ces faces terminales est petite par rapport à leurs dimensions, nous avons démontré (p. 315) que l'intensité du champ dans leur intervalle est uniforme et a pour valeur $F = 4\pi I$, en désignant par I l'intensité de leur aimantation. Supposons $I = 600$, on aurait donc

$$F = 4.3,142.600 = 7541.$$

La valeur très grande que nous avons assignée à I n'a rien d'invraisemblable, d'après les courbes de Rowland (p. 310 et 334); mais nous avons supposé tout le magnétisme libre distribué sur les faces terminales, ce qui, dans le cas des aimants permanents, est tout à fait éloigné de la vérité. La valeur de F est donc de beaucoup supérieure à celles qu'il serait pratiquement possible d'obtenir. De plus, le champ ainsi produit ne pourrait être considéré comme uniforme que dans un espace très restreint.

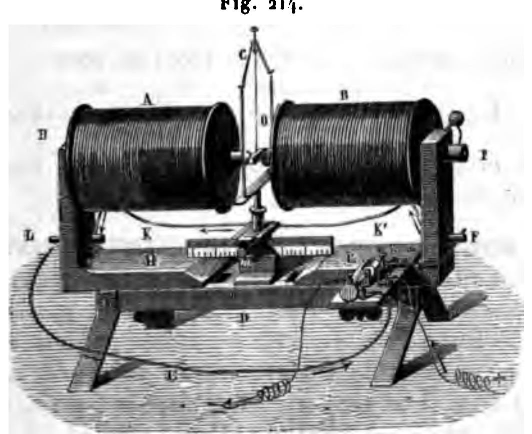
On pourra substituer dans la pratique aux deux aimants que nous avons considérés un aimant en fer à cheval, et utiliser le champ produit entre ses deux pôles, comme dans le galvanomètre à mercure par exemple (p. 62).

On obtient des champs magnétiques les plus puissants possible en associant, pour les produire, l'action d'un courant très intense et celle de l'aimantation développée par influence dans des masses de fer doux convenablement placées. Les *électro-aimants* les plus répandus sont formés d'une pièce de

fer doux AOB, recourbée en fer à cheval (*fig.* 188) et dont les deux branches sont entourées de bobines M, N, enroulées dans le sens convenable pour produire en A et B des pôles contraires. Mais, pour obtenir un champ magnétique uniforme, on emploiera de préférence la disposition suivante, dont le principe est dû à Faraday et qui a été réalisée par Ruhmkorff.

Un banc de fer très épais D (*fig.* 214) est percé d'une rai-

Fig. 214.



nure longitudinale. Sur ce banc reposent et glissent deux équerres massives HLH', IFI'; elles peuvent être éloignées ou rapprochées et on les serre au moyen de deux fortes vis qui sont engagées dans la rainure. A leur sommet, elles sont reliées à deux noyaux de fer doux cylindriques HO, IO, qui occupent les axes des deux bobines A et B et qui sont terminés en O par deux armatures montées à vis, auxquelles on donne, suivant le cas, des formes différentes. Toutes les pièces étant fixées entre elles et très massives, elles constituent un électro-aimant très énergique, et, quand un courant traverse les deux bobines A et B dans le même sens, il développe deux pôles opposés aux deux armatures O. Ce courant arrive dans le commutateur E; il est transmis par la poupée F à la bobine B; il passe de B en A, par le fil KK', et il revient au commutateur par LL.

Pour nous faire une idée du champ qui peut être ainsi dé-

veloppé, rappelons que l'intensité maximum d'aimantation totale dont le fer est susceptible est en général voisine de 1600 à 1800. Admettons que les fers doux réalisent des solénoïdes parfaits et que la distance de leurs extrémités est très faible par rapport à leur diamètre. Considérons enfin la bobine comme continue : soient i l'intensité du courant, I l'intensité de l'aimantation; le champ résultant entre les deux pôles aura pour expression

$$F = 4n\pi i + 4\pi I = 4\pi(ni + I).$$

Admettons $n = 30$, $i = 30^{amp}$, $I = 1600$; on aura

$$F = 4.3,142(30.30.10^{-1} + 1600) = 21240.$$

On a pu produire par ce procédé des champs magnétiques dépassant 30000 unités.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU CHAMP DE L'ÉLECTRO-AIMANT DE FARADAY.— M. Leduc (¹) a étudié, par la méthode indiquée (p. 332), la variation de l'intensité F du champ magnétique de l'électro-aimant de Ruhmkorff avec l'intensité du courant excitateur, la distance et la forme des armatures, enfin avec la position du point auquel se rapporte l'intensité mesurée. Ses expériences se rapportent au grand électro-aimant du cabinet de Physique de la Sorbonne, dont voici les constantes principales :

Longueur de chaque bobine...........	28^{cm}
Diamètre extérieur des noyaux creux...	16^{cm}
Diamètre intérieur des noyaux creux...	4^{cm}
Diamètre du fil (avec l'enduit).......	$0^{cm},3$
Nombre total de tours du fil..........	1500
Nombre par centimètre.............	27
Résistance du fil..................	$1^{ohm},72$

1° En ce qui concerne la variation de F avec l'intensité du courant, M. Fröhlich (²) a proposé la formule empirique

$$F = \frac{ai}{1 + bi}.$$

(¹) LEDUC, *Thèse de doctorat*, Paris, 1888.
(²) FRÖHLICH, *Elektrotechnische Zeitschrift*, t. II, p. 134; 1881.

Cette formule convient, en effet, assez bien pour des dis-
nces des surfaces polaires inférieures à 1^{cm} et des intensités
: courant supérieures à 3 ampères; mais, pour des distances
us grandes et des intensités plus faibles, elle conduirait à
:s erreurs notables.

Voici les nombres obtenus avec des pièces polaires de 7^{cm}
diamètre et de $2^{cm},3$ d'épaisseur, placés à une distance
2^{cm} :

i en ampères.	F.	$\frac{F}{i}$.
1,55	1082	689
2,38	1665	700
2,87	2070	721
3,95	2840	718
4,32	3015	697
6,28	4110	654
8,05	4806	596
12,70	6570	498
16,90	7590	447
30	10570	352

rapport $\frac{F}{i}$, presque constant jusqu'à 5 ampères, diminue
›idement au delà, à mesure que le fer s'approche de sa
ıite d'aimantation.

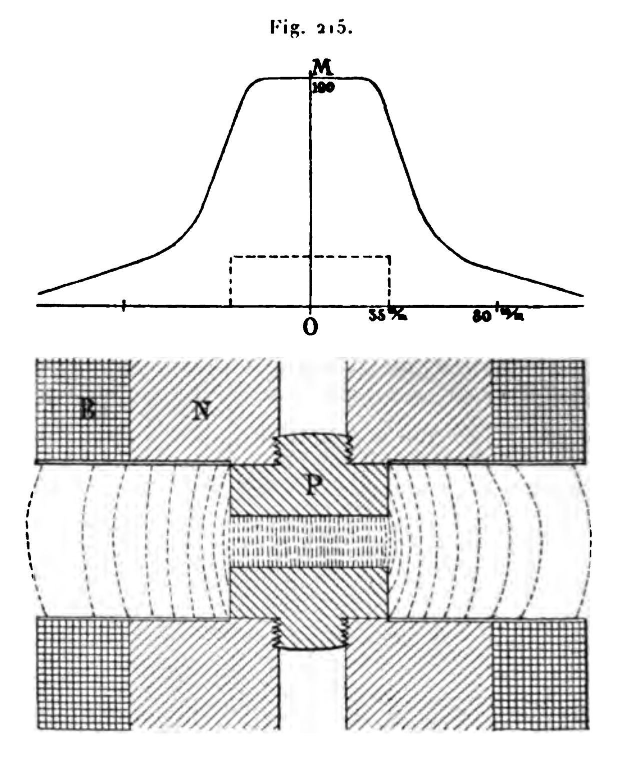
ɪ° Quand l'intensité du champ est faible, elle varie dans des
ıites pratiques à peu près en raison inverse de la distance d
s armatures; mais, pour les champs énergiques, la variation
bien moins rapide, comme on le verra par le Tableau
ivant :

	i				
	2^{amp}.	4^{amp}.	8^{amp}.	16^{amp}.	32^{amp}.
d 0,25 cm	9060	13400	16930	19400	21100
0,5	5400	9200	12960	16130	18800
1,0	2780	5460	8440	12200	15830
2,0	1430	2820	4800	7380	10930
4,0	750	1500	2750	4200	6500
8	360	720	1370	2140	3400

ı champ de 21100 n'a pas été réduit de moitié en multi-
iant par 8 la distance des armatures.

3° La *fig.* 215 représente graphiquement le champ magn
tique de l'électro-aimant pour une distance des armatures éga
à 2^{cm}. Conformément à la convention de Maxwell, on a figu
les lignes de force du champ par des traits pointillés dont l'e
pacement est en raison inverse de l'intensité du champ. I
courbe pleine qui est à la partie supérieure de la figure re

Fig. 215.

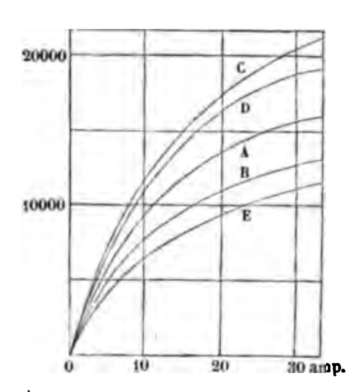


présente, par ses ordonnées, les intensités du champ le lon
du plan de symétrie de l'appareil. Presque rigoureusemen
uniforme dans un intervalle de $5^{cm},5$, un peu inférieur au dia
mètre des pièces polaires (7^{cm}), le champ diminue très rapi
dement d'intensité au delà, et à la distance de 10^{cm} du centr
il ne possède plus que le dixième de son intensité centrale

La *fig.* 216 représente la manière dont varie l'intensit
centrale du champ avec la masse et la forme des armature

ployées. Ces armatures sont représentées à part dans la
. 217, où elles sont marquées des mêmes lettres que les
ırbes correspondantes. Les formes C et D sont, comme on

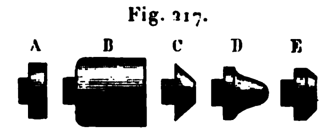
Fig. 216.



t, les plus avantageuses au point de vue de l'intensité cen-
le. Mais c'est la forme A qui donne le champ transversal le
ıs uniforme.

Jn point important, établi par les expériences de M. Leduc,
st la lenteur avec laquelle le courant de l'électro-aimant

Fig. 217.



Ruhmkorff atteint son intensité permanente, surtout
and on vient de renverser le sens du courant à l'aide d'un
nmutateur. Dans ce dernier cas, plus de 10 secondes peu-
ıt être nécessaires pour que le courant atteigne les 0,99 de
ı intensité permanente.

;ORPS MAGNÉTIQUES ET DIAMAGNÉTIQUES. — Si l'on suspend
e petite aiguille de fer, d'acier, de nickel ou de cobalt au
ıtre du champ de l'électro-aimant que nous venons de dé-
re, son axe se dirigera suivant les lignes de force du champ,

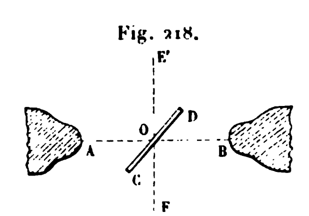
c'est-à-dire suivant l'axe commun des pièces polaires et des bobines. Beaucoup de substances dont la perméabilité magnétique est trop faible pour qu'elles paraissent attirables à l'aimant, dans les conditions ordinaires, se comporteront comme le fer et l'acier.

D'autres substances présenteront, dans les mêmes conditions, des propriétés toutes différentes.

En 1778, Brugmans ([1]) avait annoncé que le bismuth est repoussé par l'aimant. Plus tard Lebaillif ([2]), au moyen d'un appareil fort délicat, avait confirmé l'existence de cette propriété et l'avait retrouvée dans d'autres substances, par exemple l'antimoine; mais ces expériences avaient été pour ainsi dire oubliées, parce que les effets, qui sont toujours très faibles, avaient paru incertains et souvent contradictoires. C'est à Faraday ([3]) qu'on doit d'avoir mis leur existence hors de doute, à l'aide d'un appareil tout semblable à l'électro-aimant que nous venons d'étudier.

Si, en effet, on suspend un petit barreau de bismuth CD (*fig.* 218) entre les armatures polaires A, B de l'électro-aimant, on le voit se diriger perpendiculairement à la ligne des pôles; l'action est d'ailleurs beaucoup moins énergique avec le bismuth qu'elle ne l'était avec le fer ou l'acier.

Fig. 218.



En étudiant toutes les substances qu'il put se procurer, Faraday trouva qu'elles se conduisent toutes ou comme le fer, avec un degré d'énergie à la vérité beaucoup moindre, ou comme le bismuth. Les premières sont magnétiques, les secondes ont été nommées *diamagnétiques*, pour rappeler leur position d'équilibre en travers du champ.

I. Les métaux magnétiques sont plus nombreux qu'on ne l'avait pensé : outre ceux que nous avons déjà nommés, il faut

([1]) BRUGMANS, *Magnetismus, seu de affinitatibus magneticis observationes*, Lugduni Batav., 1878, p. 130.

([2]) LEBAILLIF, *Bulletin universel des Sciences*, t. VIII, p. 87; *Pogg. Ann.*, t. X, p. 292; 1827.

([3]) FARADAY, *Exp. researches*, 20e série; 1845.

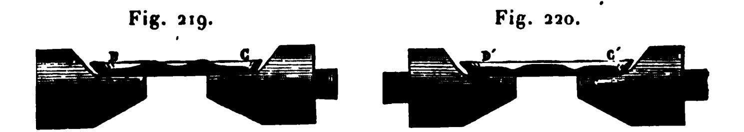
r le cérium, le titane, le palladium, le platine, l'osmium, anthane, le molybdène et l'uranium. Les sels de ces mé- t sont généralement magnétiques eux-mêmes.

[. Tous les autres métaux sont diamagnétiques. Voici dre dans lequel ils se rangent d'après leur puissance dia- gnétique décroissante : bismuth, antimoine, zinc, étain, mium, mercure, plomb, argent, cuivre, or, tungstène.

II. Les métalloïdes sont diamagnétiques, ainsi que leurs iposés; ceux qui le sont le plus sont le soufre, le phos- re, le charbon, la cire, le bois et en général les matières aniques.

V. Pour étudier les liquides, on les enferme dans des tubes erre très minces qui n'éprouvent aucune influence sen- e. On peut aussi, comme le fit Plücker ([1]), les disposer couches très minces dans un verre de montre, ou sur une e, entre les pôles A et B, sur des armatures planes et hori- tales. S'ils sont magnétiques, ils s'accumulent sur les bords forment deux saillies parallèles (*fig.* 219). Quand ils sont ement diamagnétiques, on les voit se déprimer, et deux ges creuses remplacer les deux saillies (*fig.* 220).

Fig. 219. Fig. 220.



In reconnaît par ces divers procédés que l'eau, l'alcool, her, les huiles, les essences, le sulfure de carbone, etc., t diamagnétiques, tandis que les sels dissous des métaux gnétiques, et surtout ceux de fer, agissent généralement ne manière inverse.

'. L'action des aimants sur les gaz a été, pour la première , mise en évidence par Bancalari ([2]), au moyen d'une ex- ience fort belle. Il plaça la flamme d'une bougie un peu dessous des deux pôles entre deux armatures terminées

---

[1]) Plücker, *Pogg. Ann.*, t. LXXIII, p. 549; 1848.

[2]) Bancalari-Zantedeschi, *Raccolta*, t. III. — *Pogg. Ann.*, t. LXXIII, 36; 1848.

en pointe. Au moment où le courant commença à passer, il la vit se déprimer et se jeter des deux côtés de l'axe. Il faut conclure de là que les gaz qui constituent la flamme sont diamagnétiques à une température élevée, puisqu'ils sont repoussés.

Faraday, suivant toujours la même voie, étudia à la température ordinaire divers gaz qu'il dirigeait vers un pôle de l'électro-aimant au moyen d'un tube dans lequel se trouvait un peu d'acide chlorhydrique. Le courant gazeux se déviait par l'action de l'aimant et, en lui opposant un autre petit tube contenant de l'ammoniaque, on trouvait sa nouvelle direction: c'était celle qu'il fallait donner au second tube pour y produire des vapeurs blanches par la réaction de l'acide chlorhydrique sur l'ammoniaque. Faraday trouva que l'oxygène est notablement magnétique, que le bioxyde d'azote l'est faiblement, et que tous les autres gaz, surtout l'hydrogène, ainsi que le gaz d'éclairage, sont diamagnétiques.

Toutes ces expériences nous montrent que les corps à tous les états physiques peuvent se partager en deux grandes catégories : les uns, qui sont magnétiques, sont attirés par l'aimant et se dirigent suivant l'axe des pôles; les autres sont diamagnétiques, repoussés par chaque pôle et dirigés équatorialement ; et depuis le fer jusqu'au bismuth, on peut classer toutes les substances en une série continue : d'abord celles où la force est attractive et va en décroissant; ensuite celles où elle est nulle, et enfin les corps où l'action est répulsive et augmente.

POLARITÉ DIAMAGNÉTIQUE. — Nous savons pourquoi les corps magnétiques prennent la direction axiale : c'est parce que chacun des pôles de l'aimant fait naître, à l'extrémité du barreau qui le regarde, un pôle de nom contraire qu'il attire; mais nous ne savons pas et nous devons chercher quelle est la nature des forces que l'aimant exerce sur les substances diamagnétiques.

L'idée qui se présente naturellement à l'esprit est que chacun des pôles de l'électro-aimant, par exemple A (*fig.* 211), développe sur une aiguille diamagnétique CD un pôle de même nom ou austral, à l'extrémité la plus voisine de C,

un autre pôle de nom contraire ou boréal, à la partie la
ıs éloignée D. En effet, si cela avait lieu, une balle diama-
étique approchée de A serait nécessairement repoussée, et,
and on placerait une aiguille CD entre les deux pôles, dans
situation indiquée par la figure, C serait repoussé par A et
iré par B, pendant que D serait repoussé par B et attiré
r A. L'aiguille viendrait en EE', et dans cette position elle
'ait en équilibre stable, parce que les actions de A et de B
: chaque extrémité seraient égales et que tout écart de
ıguille d'un côté ou de l'autre de cette position ferait naître
s forces qui l'y ramèneraient.

Cette idée a été émise et soutenue par Poggendorff [1], eber [2], Plücker [3] et Reich [4]; mais elle a été combat-
: par Faraday [5] et Thomson [6]. Nous ne ferons point
istorique de cette question; nous nous contenterons de
er les expériences de M. Tyndall [7], qui a clos la discussion
 démontrant que cette espèce de polarité, inverse de la
larité magnétique, est bien réelle.

M. Tyndall suspendit d'abord un barreau de bismuth à un
de soie dans l'axe d'une bobine traversée par un courant;
is, approchant un aimant des extrémités de ce barreau, il
ıstata qu'elles se comportaient comme celles d'une aiguille
nantée; mais le pôle austral était à la droite du courant au
u d'être à la gauche, comme cela aurait lieu si le bismuth
ıit remplacé par du fer. Cette expérience n'était d'ailleurs
e la répétition de quelques autres, précédemment faites
r Poggendorff et Plücker.

Dans un travail postérieur, il fit usage d'un appareil beau-
ıp plus complet, dont le plan avait été suggéré par Weber,
qui est représenté en coupe verticale et horizontale dans
fig. 221 et 222.

3OO'B' représente le contour d'une caisse de verre fixée à

---

[1]) Poggendorff, *Pogg. Ann.*, t. LXXIII, p. 475; 1848.
[2]) Weber, *Pogg. Ann.*, t. LXXIII, p. 241; 1848.
[3]) Plucker, *Pogg. Ann.*, t. LXXIII, p. 613; 1848.
[4]) Reich, *Pogg. Ann.*, t. LXXIII, p. 60; 1848.
[5]) Faraday, *Exp Researches*, 22e et 23e série.
[6]) Thomson, *Pogg. Ann.*, t. LXXXII, p. 245; 1851.
[7]) Tyndall, *Phil. Trans.*, p. 23; 1855. — 1re Partie, p. 237; 1856.

un mur vertical par les vis H et H'; HE, H'E' sont deux hé enroulées en sens contraire sur des tubes de cuivre fixé traverse GG'; *mn*, *op* sont deux cylindres de la matière c veut essayer; ils sont soutenus par un fil sans fin, enroul

Fig. 221.

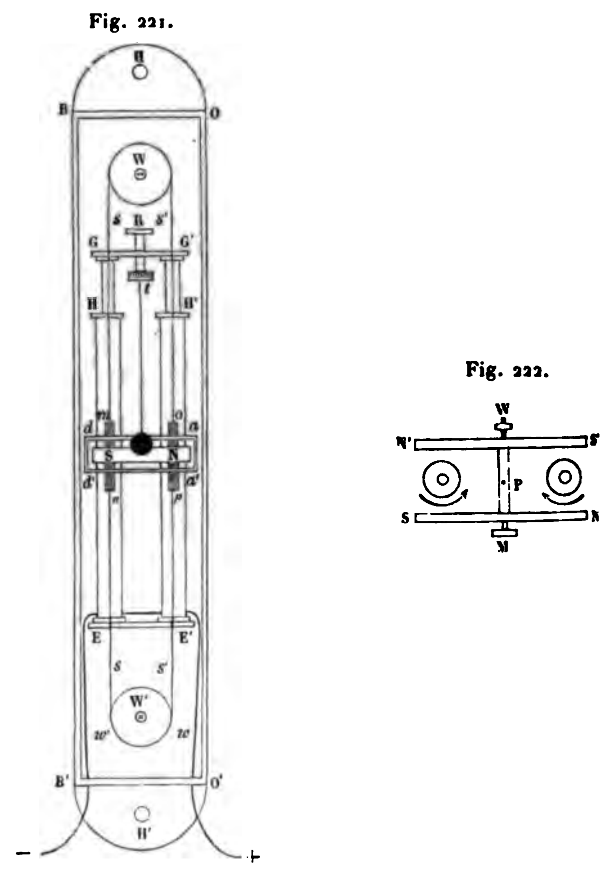


Fig. 222.

les poulies W et W', de façon qu'en faisant mouvoir l' d'elles, on élève *mn* et l'on abaisse *op*, ou inversem Enfin *ad*, *a'd'* est une boîte de cuivre rouge, dans laq se meut un système de deux aimants horizontaux astatiq suspendus par un fil *t*; ils sont représentés en NS et N'S' la *fig.* 222.

upposons d'abord que les cylindres *mn* et *op* aient été ɜvés, et qu'on fasse passer le courant dans les spirales qui t identiques : les aimants ne doivent point se déplacer. ı n'était pas exactement réalisé; mais, au moyen d'un cir- extérieur convenable, on peut détruire le peu d'action s'exerçait. Après avoir établi cette compensation, on plaça deux cylindres *mn* et *op*, on fit jouer la poulie W jusqu'à tre l'extrémité *n* d'une part et l'extrémité *o* de l'autre face des deux aimants NS, N'S'; toutes deux devinrent pôles de même nom, qui attiraient N, N' ou S, S', et fai- nt dévier le système des deux aimants dans un sens qui ngeait avec la nature du magnétisme qu'elles avaient ı. On mesurait la déviation par la réflexion d'une mire le miroir M.

n commença par placer dans l'appareil des cylindres fai- nent magnétiques, et l'on constata que leur aimantation faisait dans le sens prévu, puis on les remplaça par des reaux diamagnétiques, et l'on constata une déviation op- ée, ce qui prouve une polarité inverse. M. Tyndall opéra ı seulement sur le bismuth et l'antimoine, mais encore c des substances liquides ou solides non conductrices ; le ıltat fut le même, et la grandeur de la déviation fut sen- ement proportionnelle à l'intensité du diamagnétisme des stances employées.

n sait donc maintenant à quelle cause il faut attribuer le nagnétisme; il ne nous reste plus qu'à déterminer les lois 'intensité des actions exercées par un aimant sur diverses stances.

IFLUENCE DU MILIEU AMBIANT. — Faraday reconnut, dès ses mières recherches, que la nature du milieu ambiant peut nger complètement les propriétés des corps. Prenons ıme exemple une solution peu concentrée de sulfate de enfermée dans un tube de verre : elle est magnétique dans r et le devient plus énergiquement si le tube est plongé ıs une cuve pleine d'eau et d'alcool. Mais, quand on le ɔend dans une solution du même sel que celui qu'il tient, il est magnétique, indifférent ou diamagnétique e degré de concentration du liquide intérieur est supé-

rieur, égal ou inférieur à celui de la solution dans laquelle il plonge.

Par une action analogue, le tube, quand il contient une substance diamagnétique, est repoussé, en équilibre, ou attiré, suivant qu'il est plongé dans un milieu magnétique, ou dans la solution qu'il contient, ou dans un liquide plus diamagnétique qu'elle.

Voici comment M. Edm. Becquerel [1] formule ces changements de propriétés. Si nous plaçons dans le voisinage d'un pôle d'aimant une cuve fixe pleine d'un liquide, celui-ci n'éprouve aucun mouvement. Isolons par la pensée une masse quelconque dans son intérieur : elle est sollicitée, suivant qu'elle est magnétique ou diamagnétique, par une force f, positive ou négative; et comme elle ne se déplace pas, il faut que le milieu qui l'entoure exerce sur elle une poussée $-f$ égale et contraire; cela veut dire que le principe d'Archimède s'applique à ces forces comme à la pesanteur. Remplaçons maintenant cette masse, que nous avons isolée, par une autre qui soit limitée à la même surface, mais qui soit de nature différente : elle éprouvera, de la part de l'aimant, une action différente f' positive ou négative, et de la part du liquide une même poussée $-f$; la résultante sera $f'-f$. Par conséquent, l'action que le pôle d'un aimant exerce sur un corps quelconque plongé dans un milieu fluide est égale à la différence de celles qu'il exercerait séparément sur ce corps et sur le fluide déplacé. De là résultent quelques conséquences.

1° Quand le milieu est magnétique, f est positive, et $f'-f$ tend à être négative; par conséquent, un corps quelconque tend à devenir diamagnétique dans un milieu magnétique. Inversement, dans un milieu diamagnétique, f est négative, $-f$ est positive; la substance tend à être magnétique si elle ne l'était pas, et le devient davantage si elle l'était déjà.

L'air est magnétique, donc il tendra à rendre diamagnétiques les corps qu'on y observe.

2° Si, après avoir corrigé de la poussée du gaz les actions

---

(1) Edm. Becquerel, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXII; 1861.

observées dans l'atmosphère, on trouvait que toutes les substances deviennent magnétiques ou indifférentes dans le vide, le diamagnétisme ne serait qu'une manifestation accidentelle de la propriété générale du magnétisme, tel qu'on l'observe dans le fer : il serait produit par la réaction des milieux. Mais, comme cela n'est pas, il faut, ou bien que le diamagnétisme soit une propriété spéciale appartenant à certains corps, ou bien que le vide lui-même soit un milieu magnétique comme l'air, et capable par sa réaction d'exercer sur les corps une pression mesurable. Cette dernière opinion, émise d'abord par M. Ed. Becquerel, est aujourd'hui la plus communément admise.

Sans nous engager pour le moment dans ces discussions théoriques, nous allons continuer expérimentalement l'étude des faits.

INFLUENCE DE LA STRUCTURE. — Faraday eut l'occasion de remarquer que des morceaux de bismuth cristallisé ne prennent pas toujours une position équatoriale entre les deux pôles. Depuis lors Plücker (1), étudiant divers cristaux, reconnut que la direction d'équilibre est plus souvent déterminée par celle de l'axe cristallographique que par la forme des morceaux étudiés. Cette étude paraissait devoir être très complexe; elle est devenue très simple, grâce à MM. Tyndall et Knoblauch (2).

1° Ils préparèrent d'abord un disque plat avec de la pâte de farine et, y ayant planté normalement des fils de fer, ils le suspendirent par un point de son contour entre les pôles d'un électro-aimant. Il est évident que, chacun des fils se plaçant axialement, le disque devait prendre la position équatoriale. En remplaçant le fer par du bismuth, l'inverse se présenta. Cette expérience simple n'avait d'autre but que de faire voir comment la structure d'un corps influe sur la direction qu'il prend, aussi bien que sa forme.

---

(1) PLUCKER, *Pogg. Ann.*, t. LXXII, p. 315; t. LXXVI, p. 576; t. LXXVII, p. 447; 1848-1850. — PLUCKER et BEER, *Pogg. Ann.*, t. LXXXI, p. 115; t. LXXXII, p. 42; 1851.

(2) TYNDALL et KNOBLAUCH, *Pogg. Ann.*, t. LXXIX, p. 233, et t. LXXXI, p. 481; 1851.

2° MM. Tyndall et Knoblauch prirent ensuite du carbonate de fer en poudre et, l'ayant mêlé à de la gomme pour lui donner de l'adhérence, ils le comprimèrent fortement entre deux plaques de fer; il prit la forme d'un disque peu épais, mais assez large, et il se plaça équatorialement. Cela prouve que, si les molécules sont plus rapprochées dans un sens que dans un autre, elles agissent dans la direction du plus grand rapprochement, comme les fils de fer dans l'expérience précédente. Cette direction peut être appelée *ligne de polarité élective*. En répétant l'expérience avec de la poudre de bismuth, on vit la ligne du plus grand tassement se placer équatorialement, et le disque axialement.

3° On passa de là à une troisième expérience, qui trouvera bientôt son application. On superposa des disques de papier recouvert d'émeri ferrifère qui est magnétique, de manière à former une pile très longue de petit diamètre. Chaque disque se dirigeait axialement, et l'axe du cylindre équatorialement. Une pile de papier couvert de bismuth agissait d'une manière opposée.

De là on conclut généralement que, si un cristal est formé par des lames superposées et clivables dans une seule direction, il se conduira comme la pile de papier d'émeri s'il est magnétique, et comme celle du papier de bismuth s'il est diamagnétique : c'est en effet ce qui fut vérifié avec le sulfate de nickel et le béryl, qui sont magnétiques, avec les sulfates de magnésie et de zinc, ainsi qu'avec le salpêtre et la topaze, qui sont diamagnétiques.

4° Quand il y aura deux clivages également aisés, la ligne de polarité élective, devant être à la fois parallèle aux deux directions des lames, se confondra avec leur intersection : ce qui est vrai.

5° S'il y en a trois qui soient perpendiculaires, comme dans le sel gemme, ou s'il n'y en a point, comme dans le quartz, il n'y aura point de ligne de polarité élective, et le corps se comportera comme n'étant point cristallisé.

6° Enfin, lorsque les trois clivages ne seront point perpendiculaires, il y aura généralement une direction de plus grande compression qui se trouve, dans le spath, parallèle à l'axe de cristallisation : elle se place axialement si le cristal

est magnétique, et équatorialement s'il est diamagnétique : c'est ce qui se présente en effet.

MESURE DES CONSTANTES MAGNÉTIQUES DES SOLIDES. — Il ne reste plus maintenant qu'à comparer entre eux les divers corps, c'est-à-dire à chercher le rapport des intensités des forces attractives ou répulsives qu'ils éprouvent quand ils sont soumis à l'action d'un même aimant dans des positions et avec des volumes identiques. Ces mesures ont été faites par Faraday, par Plücker et par M. Edm. Becquerel; nous nous occuperons surtout du travail de ce dernier savant.

Entre les pôles d'un gros électro-aimant à branches verticales, M. Becquerel (1) avait installé une petite balance de torsion, disposée comme celle de Coulomb; il y suspendait, par un fil d'argent très fin, des cylindres de même volume et de même forme, façonnés avec les substances qu'il voulait essayer. Il commençait par les amener à une direction d'équilibre toujours la même, qu'il observait avec un microscope et qui faisait un angle déterminé avec l'axe des deux pôles; il aimantait ensuite l'électro-aimant par un courant : alors le cylindre était attiré ou repoussé; mais il le ramenait à sa position première en tordant le fil : l'angle de torsion A mesurait le couple magnétique exercé sur chaque cylindre.

Si le courant avait toujours la même intensité, il suffisait de prendre les rapports des torsions observées avec deux cylindres pour avoir celui de leur pouvoir magnétique ou diamagnétique à volume égal; mais ce courant changeant d'un moment à l'autre, on mesurait son intensité i par une boussole des tangentes, en même temps que l'angle de torsion A par la balance.

M. Becquerel a admis que le champ magnétique F de l'électro-aimant varie proportionnellement à l'intensité i du courant, ce qui, nous le savons, ne se vérifie que dans des limites assez étroites. D'autre part, il est légitime d'admettre, à titre de première approximation, que l'intensité positive ou négative de l'aimantation induite est proportionnelle à F.

---

(1) EDM. BECQUEREL, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XXXII; 1861.

La force attractive ou répulsive que l'on mesure, proportionnelle à F^2, sera donc, dans l'hypothèse de M. Becquerel, proportionnelle à i^2; la torsion que l'on obtient avec un courant égal à l'unité est donc $\frac{A}{i^2}$. En effet, M. Becquerel constate que, dans les conditions particulières où il opérait, $\frac{A}{i^2}$ était une quantité constante pour un même cylindre.

MM. Tyndall (1), Reich (2) et Christie (3) ont aussi annoncé que la force attractive d'un électro-aimant varie proportionnellement au carré de l'intensité du champ, pour les métaux magnétiques en poudre, tant que le champ magnétique ne dépasse pas une certaine intensité ; mais cette proposition peut devenir inexacte, même pour les corps diamagnétiques, lorsque le champ devient très intense. Il semble que le diamagnétisme développé croît alors moins vite que l'intensité du champ et tend vers une limite finie, comme le magnétisme du fer. Il y a donc une fonction magnétisante pour les corps diamagnétiques comme pour les corps magnétiques ; mais les recherches de Plücker (4), auquel on doit cet important résultat, n'ont pas été réalisées dans des conditions qui permettent d'en déterminer les valeurs, soit absolues, soit relatives. Nous nous bornerons à dire que, le champ de l'électro-aimant employé par ce savant ayant varié dans des limites très larges, les polarités reçues par les divers corps ne sont pas demeurées proportionnelles entre elles, et que l'écart a varié du simple au quintuple et au delà pour les plus grandes intensités du champ.

Une expérience curieuse s'interprète très bien d'après ces données. Plücker (5) avait placé dans un tube un mélange d'oxyde de fer et de bismuth en poudre dans des proportions telles qu'il se plaçait axialement dans un faible champ ma-

---

(1) Tyndall, *Pogg. Ann.*, t. LXXXIII, p. 1 ; 1852.

(2) Reich, *Pogg. Ann.*, t. XCVII, p. 283 ; 1856.

(3) Christie, *Pogg. Ann.*, t. CXI, p. 577 ; 1861.

(4) Plücker, *Pogg. Ann.*, t. XCI, p. 1 ; 1854. — *Voir* aussi le résultat obtenu par M. Ziloff, pour le perchlorure de fer, et que nous signalons plus loin (p. 395).

(5) Plücker, *Pogg. Ann.*, t. LXXIV, p. 321 ; 1849.

gnétique. Il se plaça équatorialement dans un champ très énergique.

On possède quelques mesures absolues de la constante magnétique k du bismuth. Elles sont reproduites dans le Tableau suivant :

Weber (1)	$k = -1,64 \,.\,10^{-5}$
Töpler et Ettingshausen (2).....	$-1,51$
Christie (3)..................	$-1,46$
Ettingshausen (4).............	$-1,45$
Moyenne..........	$-1,515 \,.\,10^{-5}$

Ces valeurs, assez concordantes malgré la différence des conditions dans lesquelles elles ont été obtenues, indiquent que la fonction magnétisante du bismuth s'écarte peu d'être constante dans les limites d'intensité des champs magnétiques employés à sa détermination.

Le bismuth étant le plus diamagnétique des corps étudiés jusqu'ici, on remarquera que, tandis que la constante magnétique k est positive ou négative suivant qu'un corps est magnétique ou diamagnétique, la perméabilité magnétique $\mathfrak{m}$ est positive pour toutes les substances connues. On a, en effet, pour le bismuth,

$$\mathfrak{m} = 1 + 4\pi k = 0,99981.$$

Pour les corps magnétiques, $\mathfrak{m}$ est supérieur à 1 et peut devenir très grand; pour les corps diamagnétiques, il est inférieur à 1, mais toujours d'une quantité très faible.

MESURE DES CONSTANTES MAGNÉTIQUES DES LIQUIDES. — Pour étendre ses mesures aux liquides, M. Becquerel opère de la manière suivante. Supposons qu'on ait d'abord observé dans l'air un cylindre de verre. La force F qu'on a mesurée est la différence entre celle qui aurait lieu dans le vide (f_{verre}) et

(1) WEBER, *Elektr. Maasbest. Diamagnetismus*, p. 523.
(2) TOPLER et ETTINGSHAUSEN, *Pogg. Ann.*, t. CLX, p. 1; 1877.
(3) CHRISTIE, *Pogg. Ann.*, t. CXXXIII, p. 589; 1868.
(4) ETTINGSHAUSEN, *Wied. Ann.*, t. XVII, p. 272; 1882.

celle qui agit sur un égal volume d'air (f_{air}). On a donc

$$F = f_{verre} - f_{air}.$$

Sans changer ni le cylindre de verre ni sa position, plongeons-le maintenant dans une cuve pleine d'eau et répétons la mesure. La force observée sera F′

$$F' = f_{verre} - f_{eau};$$

par suite

$$F - F' = f_{eau} - f_{air},$$

comme si l'on avait agi directement sur un cylindre d'eau placé dans l'air. Cette méthode permet de comparer très exactement sous les mêmes volumes les solides et les liquides que l'on veut étudier.

Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau suivant :

Constantes magnétiques spécifiques. (*Unités arbitraires.*)

Solides.		Liquides.	Densités.	
Eau........	− 10,00	Eau..............	»	− 10,00
Zinc..........	− 2,5	Sulfure de carbone..	»	− 13,00
Cire blanche...	− 5,68	Alcool	»	− 7,89
Soufre pur	11,37	Chlorure de sodium.	(1,208)	− 11,28
Plomb d'œuvre.	− 15,28	Sulfate de cuivre...	(1,126)	+ 8,14
Phosphore.....	− 16,39	Sulfate de nickel...	(1,082)	− 21,60
Sélénium......	− 16,52	Sulfate de fer......	(1,192)	+211,16
Bismuth.......	−217,6	Sulfate de fer......	(1,172)	+180,22
		Protochlorure de fer.	(1,069)	+ 91,95
		Protochlorure de fer.	(1,276)	+360,70
		Protochl. concentré.	(1,433)	+558,13

Les nombres de ce Tableau donnent les valeurs relatives des forces attractives ou répulsives pour des volumes égaux; comme elles sont évidemment proportionnelles à la masse, on obtiendrait leurs valeurs à poids égal, en les divisant par la densité des corps.

On voit que le chlorure de fer saturé est le plus magnétique des liquides, mais il l'est beaucoup moins que le fer

lique. Pour comparer ces deux corps entre eux, M. Edm. ıerel a préparé deux tubes égaux : il a rempli l'un de ure, l'autre d'un mélange de cire et de limaille, c'est- ; de fer dont la densité avait été réduite dans une pro- on connue. Il a cherché ensuite le rapport des actions ées sur ces tubes par l'électro-aimant, et il en a conclu qu'on obtiendrait si le fer avait sa densité ordinaire, ce 'est d'ailleurs légitime qu'à titre de première approxi- n. Voici les résultats de la comparaison :

Constante magnétique (unités arbitraires).

	A volume égal.	A poids égal.
Fer..................	+ 1 000 000	+ 1 000 000
Protochlorure de fer...	+ 25	+ 140
Eau................	— 0,4	— 3

Ziloff (¹) a effectué quelques mesures absolues sur une ution de perchlorure de fer de densité égale à 1,52 et é que k passe par un maximum égal à 0,000142 pour une magnétisante égale à 1,81 fois la composante horizon- lu champ magnétique terrestre, ou environ 0,4. Nous ns que les variations de ce coefficient sont beaucoup s marquées pour de très grandes intensités du champ.

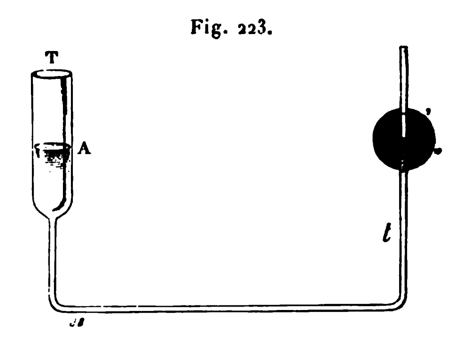
ÉRIENCE DE QUINCKE. — On obtient aisément des mesures constante magnétique des liquides, grâce à l'expérience nte, réalisée pour la première fois par M. Quincke (²). entre les pôles d'un puissant électro-aimant horizontal 223), on place la branche étroite t d'un tube en U ver- Tt, contenant un liquide magnétique ou diamagné- , on observe qu'à l'instant où l'on excite le champ il se ıit une dénivellation permanente. Si le liquide est ma- que, il s'élève dans le tube t de m en m'; s'il est diama- que, il se déprime de m en m''. On observe les dénivel- ıs à l'aide d'un microscope qui permet d'apprécier le

(¹) ZILOFF, *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 329; t. IX, p. 85, , p. 417.

(²) QUINCKE, *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 347; 1885. Voir *Journal de Phy-* 2e série, t. IV, p. 40.

millième de millimètre : elles sont parfois assez considérables; ainsi, dans un champ de 12510 unités, une dissolution saturée de perchlorure de fer dans l'alcool méthylique a donné une ascension de plus de 4^{cm}; l'éther, une dépression de $7^{mm},3$.

Fig. 223.



M. Quincke a reconnu que l'accroissement ϖ positif ou négatif de la pression en A, capable de produire la dénivellation observée, est proportionnel au carré de l'intensité du champ et à une constante caractéristique pour chaque liquide étudié.

Supposons l'équilibre établi [1] et imaginons qu'une quantité infiniment petite de liquide passe de la branche T dans la branche t. Nous nous proposons de calculer la variation δE de l'énergie du système. Soient s la section du tube, D la densité du liquide, h la dénivellation établie, dh la quantité dont elle augmente par l'introduction de la petite quantité de liquide. L'énergie mécanique du système éprouve l'accroissement $\delta_1 E$,

$$\delta_1 E = s\,dh\,Dg.h = s\,dh.\varpi. \tag{1}$$

D'autre part, l'introduction dans le champ d'intensité F du volume $s\,dh$ de liquide accroît l'énergie magnétique d'une quantité qui, d'après les formules de la page 328, est

$$\delta_2 E = -\frac{k}{2}F^2 s\,dh. \tag{2}$$

(1) ADLER, *Wied. Ann.*, t. XXVIII, p. 509; 1886. Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 465.

Or, puisque la position considérée est une position d'équilibre stable, l'énergie totale du sytème est minimum (p. 326) et la variation totale d'énergie δE, correspondant à un déplacement infiniment petit, est nulle.

$$(3)\qquad \delta E = \delta_1 E + \delta_2 E = s\,dh\,\varpi - \frac{k}{2} F^2 s\,dh = 0,$$

$$(4)\qquad \varpi = \frac{k}{2} F^2.$$

Cette expression de ϖ reproduit la loi expérimentale de M. Quincke.

On peut employer la formule (4), soit à la mesure de l'intensité F des champs magnétiques, soit surtout à la mesure absolue des constantes magnétiques k.

$$(5)\qquad k = \frac{2\varpi}{F^2}.$$

On doit à M. Quincke un bel ensemble de mesures réalisées, soit par ce procédé, soit par un autre équivalent [1]. En voici les principaux résultats :

1° Pour un même liquide, les valeurs de k calculées par la formule (5) sont presque rigoureusement indépendantes de l'intensité du champ. Toutefois, les champs les plus faibles donnent en général des valeurs de k un peu plus fortes.

Les nombres suivants sont les moyennes d'observations faites avec des champs de 6383, 10700 et 12510 unités, à une température de 18° à 20° :

---

[1] Ce procédé consiste à observer, à l'aide d'un manomètre à sulfure de carbone, la pression à l'intérieur d'une bulle d'air placée au sein d'une masse du liquide qu'on étudie, et au centre d'un champ magnétique uniforme. M. Quincke emploie la formule

$$k = \frac{\pi}{F^2}.$$

Les valeurs de k, indiquées par les Tableaux suivants, sont doubles de celles qui ont été publiées par M. Quincke.

Liquide.	$k.10^9$.
Éther	— 6,313
Alcool méthylique	— 6,782
Alcool	— 6,836
Benzine (d'acide benzoïque)	— 6,880
» (de la houille)	— 6,980
Essence de térébenthine	— 6,893
Pétrole	— 7,189
Sulfure de carbone	— 7,651
Huile d'œillette	— 7,633
Glycérine	— 7,989
Eau	— 8,392
Brome	— 14,372
Phosphore (fondu)	— 16,396
Mercure	— 26,33
Dissolution concentrée d'ammoniaque (D = 0,9307)	— 8,033
Acide sulfurique (D = 1,8326)	— 8,228
Acide azotique (D = 1,3872)	— 6,965
Dissolution d'acide chlorhydrique (D = 1,1651)	— 8,220
Dissolution de soufre dans le sulfure de carbone (D = 1,3976)	— 7,548

Pour calculer le magnétisme atomique des sels dissous, il est nécessaire de tenir compte du pouvoir diamagnétique du dissolvant, parfois plus considérable en valeur absolue que le pouvoir magnétique ou diamagnétique propre au sel. Soit r la proportion en poids de sel dissous; on peut admettre que le coefficient k_s du sel se calcule au moyen des coefficients k observé, et k_d caractéristique du dissolvant, par la formule

$$(6)\qquad k = r k_s + (1 - r) k_d.$$

D'autre part, soit D la densité de la dissolution : le poids de sel dissous dans 1^{cc} de la liqueur étudiée est rD. La constante magnétique du sel, rapportée à 1^{gr} par centimètre cube, serait $k_s \frac{1}{rD}$. Désignons par e le poids atomique du sel en grammes; on appellera *constante magnétique* la quantité k_e définie par l'équation

$$(7)\qquad k_e = \frac{e}{rD} k_s.$$

M. G. Wiedemann (¹) avait annoncé :

1° Que la constante magnétique atomique d'un même sel se conserve dans ses dissolutions aqueuses, alcooliques, éthérées, etc., quelle que soit la densité des dissolutions, et qu'il en est de même du sel solide en poudre, plus ou moins divisé par son mélange avec de la silice, etc.;

2° Que, pour des sels de constitution semblable et renfermant un même métal, la constante magnétique atomique est a même.

Ces conclusions sont confirmées par les expériences de M. Quincke.

Le Tableau suivant est relatif aux sels des métaux fortenent magnétiques:

(¹) G. Wiedemann, *Pogg. Ann.*, t. CXXVI, p. 1; 1866.

Métal.	Sel.	e	Dissolvant.	D.	r.	$k.10^9$.	$k_r.10^7$.		
Manganèse........	$MnSO^4$.	150,62	Eau.	1,4165	0,3574	561,3	16,88	16,87	16,85
				1,2193	0,2096	284,1	17,15		
				1,1476	0,1483	176,7	16,57		
	$MnCl^2$.	125,54	Eau.	1,3695	0,3348	575,7	15,92	16,12	
				1,1891	0,1936	269,2	15,53		
				1,3339	0,3193	552,8	16,50		
				1,2992	0,2982	489,6	16,05		
				1,1739	0,1827	274,7	16,49		
				1,1209	0,1279	186,4	16,98		
				1,0357	0,0460	50,2	15,37		
			Alcool.	1,0304	0,2315	299,3	16,04	16,96	
				1,0258	0,2065	295,1	17,88		
			Alcool méthylique.	1,0806	0,2475	358,5	16,58	16,58	
Fer (sels de peroxyde).........	$FeCl^3$.	161,99	Eau.	1,5083	0,4818	649,0	14,58	15,00	14,84
				1,1395	0,1652	172,5	15,45		
				1,0564	0,0694	59,88	14,98		
			Acide chlorhydrique.	1,3683	0,3088	377,1	14,72	13,69	
				1,2600	0,1617	153,5	12,85		
				1,2349	0,1134	109,6	13,52		
			Alcool méthylique.	1,5374	0,5483	813,5	15,69	15,84	
				1,4177	0,4807	666,6	15,92		
				1,1335	0,3294	386,3	16,10		
				0,9638	0,1889	178,3	16,00		
				0,8928	0,1153	93,0	15,49		

Fer (sels de protoxyde)				1,0569	0,0608	47,6	13,09		12,51
	$FeSO^4(AzH^4)^2SO^4$.	283,54	Eau.	1,1191	0,1461	63,6	12,29	12,29	
	$FeCl^2$.	126,12	Eau.	1,3096	0,2752	349,1	12,48	12,54	
				1,1074	0,1090	112,4	12,61		
Cobalt	$CoSO^4$.	154,42	Eau.	1,2584	0,2105	186,0	11,23	11,24	
				1,1328	0,1173	89,0	11,21		
				1,0903	0,0813	57,0	11,28		
	$CoSO^4(AzH^4)^2SO^4$.	286,26	Eau.	1,1055	0,1264	43,8	10,50	10,50	11,17
	$CoCl^2$.	129,34	Eau.	1,1290	0,1263	124,9	11,99	11,76	
				1,0661	0,0672	56,0	11,54		
Nickel	$NiSO^4$.	154,42	Eau.	1,2921	0,2163	87,4	5,19	5,11	
				1,1495	0,1220	38,1	5,00		
				1,1020	0,0850	23,4	5,15		
	$NiSO^4(AzH^4)^2SO^4$.	286,26	Eau.	1,0429	0,0489	1,08	5,07	5,07	5,23
	$NiCl^2$.	129,34	Eau.	1,1385	0,1130	48,7	5,64	5.52	
				1,0605	0,0602	18,7	5,40		
Chrome (sels de peroxyde)	$\frac{1}{2}[K^2SO^4 + Cr(SO^4)^3]$.	256,89	Eau.	1,0471	0,0510	4,65	6,67	6,67	6,14
	$CrCl^3$.	158,56	Eau.	1,2030	0,2080	93,07	6,32	5,61	
				»	0,0903	35,77	5,50		
				»	0,0903	31,74	5,02		
Chrome (sels de protoxyde)	$CrCl^2$.	123,19	Eau.	1,3866	0,0701	56,38	8,11	8,44	8,44
				1,3854	0,0701	61,55	8,77		

Les moyennes des expériences de M. Quincke fourni des nombres sensiblement proportionnels à ceux que M. demann avait depuis longtemps publiés.

M. G. Wiedemann avait encore annoncé que la cons magnétique atomique de tous les sels diminue à mesure la température s'élève, d'après la formule

$$k_e = k_{e_0}(1 - 0,00332\, t).$$

Ce résultat n'est pas complètement confirmé par les ex riences de M. Quincke.

Voici les valeurs du coefficient de variation α avec la te pérature trouvées par ce dernier expérimentateur :

Sel.		α.
$MnSO^4$		0,002808
$MnCl^2$	(dans l'eau)	0,002979
	(dans HCl)	0,001583
	(dans l'alcool)	0,003149
$FeSO^4$		0,001861
$FeCl^2$		0,003606
$FeCl^3$		0,002878
$CoSO^4$		0,002949
$CoCl^2$		0,002444

Voici encore quelques résultats obtenus par M. Quinck pour les sels de métaux rares et de métaux peu magnétiqu ou diamagnétiques en dissolution dans l'eau :

Nature du sel.	e.	$k_e \cdot 10^7$.
$\frac{1}{2}[Ce^2(SO^4)^3]$	284,93	+5,54
$\frac{1}{2}[Di^2(SO^4)^3]$	288,73	+4,28
$\frac{1}{2}[La^2(SO^4)^3]$	282,23	+0,83
K^3FeCy^6	485,09	+2,54
K^4FeCy^6	524,12	−0,237
$CuSO^4$	159,00	+1,69
$K^2Cr^2O^7$	294,68	+0,0314
$SnCl^2$	188,09	−0,0778
$SnCl^4$	258,83	−0,138
$2(K^2MnO^4)$	157,67	+0,0713
$BiAz^3O^9$	393,17	−0,230

Nature du sel.	e.	$k_e . 10^7$.
$MgSO^4$	119,76	−0,104
$ZnSO^4$	160,70	−0,122
$CaCl^2$	110,65	−0,100
$2(AzH^4)$	36,02	−0,0228
$2(HCl)$	36,37	−0,0494
H^2SO^4	97,82	−0,0441
$2(HAzO^3)$	61,89	−0,0554

ANTES MAGNÉTIQUES DES GAZ. — M. Edm. Becquerel a les gaz, au point de vue de leurs propriétés magné- par les mêmes méthodes qu'il avait employées pour des. Il remplaça la cage de la balance de torsion par ouvette où il pouvait faire le vide, et il y suspendit de verre dans lequel il avait mis assez de cire pour à peu près complètement toute action de l'aimant; il mesura l'action dans le vide et dans le gaz. L'oxy- l'air seuls lui donnèrent des résultats marqués et se ent magnétiques. On a, comme précédemment,

$$F = f_{\text{verre}} - f_{\text{vide}},$$
$$F' = f_{\text{verre}} - f_{\text{oxygène}},$$
$$F'' = f_{\text{verre}} - f_{\text{air}},$$
$$F''' = f_{\text{verre}} - f_{\text{eau}}.$$

', F''' ayant été déterminés, on trouve, en retranchant

$$f_{\text{oxygène}} - f_{\text{vide}} = F - F' = +1,733,$$
$$f_{\text{air}} - f_{\text{vide}} = F - F'' = +0,32,$$
$$f_{\text{eau}} - f_{\text{vide}} = F - F''' = -9,68,$$
$$f_{\text{eau}} - f_{\text{air}} = F'' - F''' = -10.$$

it que l'oxygène est environ 5 fois plus magnétique r, ce qui prouve que l'azote est indifférent. Connaissant iant le pouvoir magnétique de l'oxygène, on peut cor- us les nombres précédents, qui ont été obtenus dans l'effet de ce gaz et calculer les rapports des pouvoirs iques des diverses substances à poids égaux et dans le n trouve, en prenant le fer comme terme de compa-

Fer....................	+ 1000000
Perchlorure de fer......	+ 140
Eau..................	— 9,68
Oxygène..............	+ 377
Air..................	+ 88

D'après cela, on trouve que 1^mc^ d'oxygène équivaut à 0^gr^, de fer, et que l'atmosphère tout entière agit comme u couche de fer qui envelopperait la Terre et aurait $\frac{1}{10}$ de mill mètre d'épaisseur.

D'après M. Efimoff (1), la constante magnétique *k* de l'oxy gène serait égale à $+1,25.10^{-7}$, en valeur absolue.

Le Tableau suivant donne, d'après le même auteur, le rap port des constantes magnétiques de divers gaz à celle de l'air.

Gaz.	Observateurs.			
	Efimoff.	Faraday.	Becquerel.	Plücker.
Oxygène........	+4,83	+5,15	+4,86	+4,31
Bioxyde d'azote..	+1,60	»	+1,30	+1,96
Air.............	+1,00	+1,00	+1,00	+1,00
Éthylène........	—0,068	+0,18	—0,22	»
Formène........	—0,063	»	»	»
Acide carbonique.	—0,033	0,00	—0,14	0,00
Protoxyde d'azote.	—0,018	»	—0,05	0,00
Azote...........	—0,015	+0,09	0,00	0,00
Oxyde de carbone.	—0,009	»	»	0,00
Hydrogène......	—0,002(?)	—0,03	0,00	—0,002(?)

(1) EFIMOFF, voir *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 494; 1888.

CHAPITRE XIII.

ONS DIVERSES DU CHAMP MAGNÉTIQUE.

nomagnétiqne. — Phénomène de Remsen. — Influence de l'ai-
ı sur la force électromotrice d'une pile. — Variations de lon-
:ompagnant l'aimantation. — Non-existence d'une *dilatation*
ie des fils conducteurs.
de Hall. — Modifications de la conductibilité électrique et de
tibilité calorifique du bismuth dans un champ magnétique.

THERMOMAGNÉTIQUE. — S'il existait un échantillon 'aitement doux, sa perméabilité magnétique et l'ai- qu'il prendrait dans un champ déterminé seraient ons entièrement déterminées de la température. ı faisait varier simultanément l'intensité du champ érature, on pourrait réaliser un cycle fermé et ré- du travail mécanique serait produit ou absorbé ; le e l'équivalence et le principe de Carnot seraient l'un ıpplicables.

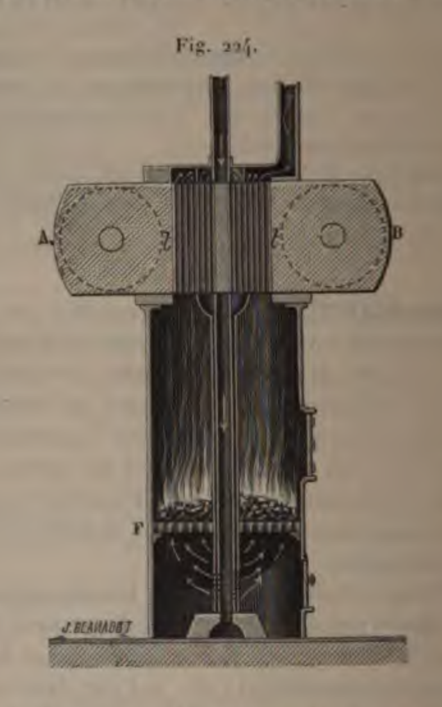
bilité de réaliser un moteur thermomagnétique, en- r divers physiciens ([1]), a été démontrée expérimen- ›ar M. Edison ([2]). Entre les branches horizontales ant électro-aimant (*fig.* 224) un faisceau de tubes fer doux est rendu mobile autour d'un axe vertical. ıllumé au-dessous fournit un courant d'air chaud, une issue à travers une partie des tubes, le reste t masqué par un écran, dont la position est dyssy- par rapport aux axes du champ : la température ouverts s'élève, leur perméabilité magnétique di-

---

NN, *Cours de Thermodynamique* professé à la Sorbonne,
CHWEDOFF, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. V, p. 362; 1886.
s LIPPMANN, *Cours de Thermodynamique*, 2ᵉ édition, p. 113;

minue; par suite, les actions magnétiques exercées sur tubes froids l'emportent et ceux-ci tendent à orienter le pôles dans la région la plus intense du champ; mais cette tion a pour effet d'entraîner les tubes chauds au-dessus l'écran; ils ne sont plus traversés par les gaz du foyer, ils s remplacés par les tubes froids qui s'échauffent à leur tour.

Fig. 224.



Bientôt un régime permanent s'établit : la températu moyenne des deux groupes de tubes présente un écart déte miné, la vitesse de rotation est uniforme et le travail prod en une seconde est constant.

Si l'on renversait, de force, le sens de la rotation, il faudr dépenser du travail mécanique, et l'air sortirait des tubes pl chaud qu'il n'y est entré.

PHÉNOMÈNE DE REMSEN. — Depuis longtemps on avait cherch mais sans succès, à mettre en évidence l'influence du magn

ıe sur les réactions chimiques. M. J. Remsen [1] y est par-
ı d'une manière très simple, dans le cas particulier sui-
. .
ans une nacelle de fer mince, on place une solution de ate de cuivre. On sait que le fer précipite le cuivre de ses olutions, et, dans les conditions normales, le cuivre forme, le fond de la cuvette, un dépôt parfaitement uniforme.

ais, si la cuvette est placée sur les pôles d'un puissant élec-aimant, le dépôt qui se forme présente des stries dont la ction générale est à peu près normale aux lignes de force :hamp. Parfois, le dépôt ne se produit même pas aux points e champ est le plus intense. Son épaisseur dépend donc ntiellement de l'intensité du champ.

e son côté, M. Rowland [2] a prouvé qu'un aimant soumis ction de l'acide azotique ne se dissout pas également en ; les points : les parties les plus aimantées sont à demi égées. Dans ce cas, comme dans le précédent, l'action ıique qui a pour résultat la dissolution du fer ou de l'acier donc fonction de l'intensité du champ.

our nous rendre compte de ces phénomènes, nous aurons urs aux équations de la page 238. Considérons une parti- de substance magnétique dénuée de force coercitive. Son 'gie totale dans le champ est

$$E = -\frac{k}{2} F^2 dx\, dy\, dz.$$

tte quantité est essentiellement négative pour une sub-:e magnétique, positive pour un corps diamagnétique. ›osons que la particule se dissout pour donner naissance liquide dont le magnétisme est négligeable. Désignons $E_1 dx\, dy\, dz$ la diminution d'énergie *efficace* d'une parti- magnétique d'où dépend la possibilité de la réaction en

---

Action chimique dans un champ magnétique (*Lumière électrique*, p. 126; 1881); H. V. Jueptner, *L'influence du magnétisme sur les ıx au point de vue électrolytique* (*Lumière électrique*, t. X, p. 469;

Rowland, cité par O. Lodge; *Meeting of the British Association at 'hester*; 1887.

dehors du champ. Quand la particule se trouve dans le champ magnétique, la diminution totale d'énergie d'où dépend la possibilité de la dissolution est $\mathcal{E}$.

$$(1) \qquad \mathcal{E} = (E_1 + E)\,dx\,dy\,dz = \left(E_1 - \frac{k}{2}F^2\right)dx\,dy\,dz;$$

si la particule est diamagnétique ($k < 0$), on a

$$\mathcal{E} > E_1;$$

la réaction, dans le champ magnétique, correspond à une plus grande diminution d'énergie; elle est facilitée.

Si la particule est magnétique ($k > 0$), on ne peut rien dire *a priori* du signe de $\mathcal{E}$. Positif pour les plus petites valeurs de F, $\mathcal{E}$ décroît quand F croît, et l'on pourrait concevoir que $\mathcal{E}$ devient nul, puis négatif pour des valeurs de F suffisamment grandes.

Dans le cas du fer, nous savons que k ne peut être considéré comme constant pour les grandes valeurs de F, et par conséquent la formule (1) n'est pas directement applicable. Mais nous savons, d'autre part, que l'énergie totale du fer doux, dans le champ magnétique, est toujours inférieure à l'énergie de position. Cherchons à calculer cette dernière.

Elle a pour expression

$$E' = -\left(A\frac{\partial V}{\partial x} + B\frac{\partial V}{\partial y} + C\frac{\partial V}{\partial z}\right)dx\,dy\,dz,$$

et, si l'on suppose l'aimantation et le champ orientés suivant l'axe des x,

$$E' = -FI\,dx\,dy\,dz.$$

Admettons, par exemple, que l'on a $F = 20000$, $I = 1600$. On aurait alors

$$E' = -3{,}2.10^7\,dx\,dy\,dz,$$

c'est-à-dire que l'énergie magnétique serait de $3{,}2.10^7$ ergs par centimètre cube ou par $7^{gr},5$ de fer. Cette énergie équivaut à $0^{cal},752$, et pour 1^{gr} de fer à $0^{cal},10$ [1]. La valeur de E serait encore plus faible.

---

[1] Il y a lieu de remarquer que cette quantité de chaleur n'est qu'une

Dans les expériences de M. Remsen, les stries séparant les couches d'inégale épaisseur, correspondent sans doute à des points du champ où $\mathcal{C}$ et par conséquent F ont la même valeur : ce sont, non des lignes équipotentielles, mais des lignes isodynamiques. Cette conséquence des formules générales a été établie par M. Duhem [1].

Le cas où la substance en réaction est douée de force coercitive est beaucoup plus complexe. Les formules fournies par la théorie ne permettent pas de prévoir, sans données numériques, le signe de la variation d'énergie, due au champ magnétique.

INFLUENCE DE L'AIMANTATION SUR LA FORCE ÉLECTROMOTRICE D'UNE PILE. — M. Gross [2] et plus tard M. Rowland [3] ont cru constater que si, dans un sel de fer, on plonge deux morceaux de fer doux inégalement aimantés, le plus fortement aimanté sera électropositif par rapport à l'autre. Il en résulte que la force électromotrice d'une pile, dont un des éléments est le fer ne doit pas être la même suivant qu'on place cette pile à l'intérieur d'un champ magnétique ou en dehors de ce champ [4]. Si le fer est le pôle positif de la pile, la force élec-

---

très faible partie de celle qui se dégage, dans l'expérience, par la dissolution du fer. En effet, la substitution du fer au cuivre dans le sulfate de cuivre dégage (voir, dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*, les Tableaux des chaleurs d'oxydation et de dissolution des oxydes dans l'acide sulfurique) 18800^{Cal} par équivalent en grammes, ou par 28^{gr} de fer dissous; pour 1^{gr} de fer dissous, elle dégage 671^{cal}.

On voit que l'énergie magnétique mise en jeu serait, d'après ce calcul, inférieure à $\frac{1}{670}$ de l'énergie E_1, équivalente au dégagement de chaleur total.

Mais on doit remarquer aussi que cette énergie E, si considérable, n'est pas identique à l'énergie qui intervient dans la formule (1) et ne comporte avec elle aucune relation connue *a priori*. On sait, en effet, que ce n'est pas le signe de E_1 qui détermine la possibilité d'une action chimique.

(1) DUHEM, *Théorie nouvelle de l'aimantation par influence fondée sur la Thermodynamique*, p. 98, 102, 137.

(2) GROSS, *Wiener Sitzungsberichte*, 2e série, t. XCII, p. 1373; 1885.

(3) ROWLAND et BELL, *American Journal*, t. XXXVI, p. 39. *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 146. — MM. Nichols et Franklin (*American Journal*, t. XXXV, p. 144, et *Journal de Physique, ibid.*) sont arrivés à un résultat contraire. De nombreuses causes perturbatrices rendent ces expériences excessivement délicates.

(4) M. Janet (*Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 286; 1887) a été le

tromotrice de l'élément sera plus forte dans le champ magnétique. Elle sera plus faible si le fer est le pôle négatif.

Le lien de ces phénomènes avec les précédents est visible. Pour en établir la théorie, M. Duhem ([1]) a appliqué les équations générales de la Thermodynamique à un système comprenant à la fois des masses électriques et des masses magnétiques. Il a ainsi démontré les propositions suivantes :

1° Si une masse de fer doux, placée dans un champ magnétique et plongée dans un électrolyte, présente la même aimantation et la même densité électrique en tous les points de sa surface, l'équilibre électrique est possible sur cette masse; si ces conditions ne sont pas réalisées, des courants particulaires s'établiront d'un point à l'autre de la masse.

2° Si l'on suppose la densité électrique négligeable, le courant ira à travers l'électrolyte des points les moins aimantés aux points les plus aimantés.

Cette dernière proposition est une conséquence évidente de ce qui précède. En effet, l'action d'un courant, s'il s'en établit un à travers l'électrolyte, se réduira au transport d'une certaine masse de fer d'un point où l'aimantation est faible à un point où elle est forte. D'après la formule de la page 328, l'énergie du système serait par là diminuée. Donc l'équilibre thermodynamique n'existe pas, et le courant se produira en effet dans la direction qui correspond à une diminution d'énergie du système.

3° Si, au lieu d'un morceau de fer doux unique, on place deux morceaux de fer doux identiques, dans des régions inégalement intenses du champ, le courant ira, à travers l'électrolyte, de la région la moins intense du champ à la plus intense. Le fer doux le plus aimanté sera donc le pôle positif de la pile ainsi constituée, conformément aux observations de MM. Gross et Rowland.

4° Si l'on place dans un champ magnétique une pile, admettant pour l'une de ses électrodes une substance magnétique susceptible de s'aimanter uniformément, la force électromo-

premier à annoncer cette propriété comme une conséquence des lois de la Thermodynamique.

([1]) Duhem, *Théorie nouvelle de l'aimantation par influence*, p. 118.

e de cette pile diminue si la substance magnétique forme ectrode négative, et augmente si elle forme l'électrode itive. L'inverse a lieu pour les substances diamagnétiques. st une conséquence de la proposition précédente et du prin- e de Volta.

' La variation subie par la force électromotrice de la pile proportionnelle au carré de l'intensité I de l'aimantation, n raison inverse du coefficient k.

our établir cette dernière proposition, remarquons d'abord la diminution d'énergie δE d'une pile de force électro- rice e, donnant naissance à un courant d'intensité i pen- le temps t, est eit ou encore iq. Mais le nombre d'équi- nts m de métal transportés par un courant est lui-même portionnel à la quantité q d'électricité qui a passé. On a c, en définitive, en désignant par n un coefficient qui ne end pas de la nature du métal,

$$\delta E = nem.$$

oient $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ les valeurs que prend la force électromotrice a pile considérée : 1° quand elle est hors du champ ; 2° quand est dans le champ ; δE_1, δE_2 les valeurs correspondantes de iminution d'énergie quand une même fraction très petite d'équivalent d'électrolyte a été décomposée.

'n a

$$\delta E_1 - \delta E_2 = n(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)\delta m;$$

δv le volume de la fraction δm de l'équivalent de métal gnétique ou diamagnétique qui entre dans la constitution la pile, et qui est déposé ou dissous par suite du pas- e du courant. L'énergie qu'il possède dans le champ est 238)

$$-\frac{kF^2}{2}\delta v$$

$$-\frac{I^2}{2k}\delta v;$$

e énergie est produite ou détruite par le passage du cou- . (suivant la direction de celui-ci), et telle est précisément

l'origine de la variation de la force électromotrice. On a donc

$$\delta E_1 - \delta E_2 = \pm \frac{I^2}{2k}\delta v = n(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2),$$

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 = \pm \frac{\delta v}{n}\frac{I^2}{2k}.$$

La variation de la force électromotrice est proportionnelle au carré de l'intensité de l'aimantation et au volume de l'équivalent du métal considéré; elle est en raison inverse de k. Les calculs de la page 408 permettent d'ailleurs de se rendre compte qu'elle sera toujours très faible.

VARIATIONS DE LONGUEUR ACCOMPAGNANT L'AIMANTATION. — La conductibilité électrique du fer [1], son rang dans la série thermo-électrique [2], sont aussi modifiés par l'aimantation. Nous avons constaté des relations étroites entre les phénomènes élastiques et magnétiques; nous ne devons donc pas être surpris de constater des actions mécaniques spéciales coïncidant avec l'aimantation. Rappelons d'abord les variations réciproques de la torsion et de l'aimantation constatées par M. G. Wiedemann (p. 372). D'autre part, Joule [3] a reconnu que le fer s'allonge par l'aimantation temporaire et conserve, avec son aimantation permanente, une partie de cet allongement : le phénomène se modifie si les fils de fer soumis à l'aimantation sont fortement tendus pendant l'action du courant; l'allongement peut même dans ce cas se changer en contraction. Il est difficile de faire dans ces phénomènes complexes la part qui revient à l'action électrodynamique de la spirale sur les solénoïdes du fer doux [4]. En tout cas, les changements de longueur que subissent les barreaux peuvent être accompagnés de la production de sons

(1) EDLUND, *Pogg. Ann.*, t. XCIII, p. 315 (1854); W. THOMSON, *Phil. Trans.*, 1856, 3ᵉ Partie, p. 737; ADAMS, *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. I, p. 153, et *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. VI, p. 38.

(2) W. THOMSON, *Institut* (1858), p. 243.

(3) JOULE, *Philosophical Magazine*, t. XXX, p. 76 et 225; 1847.

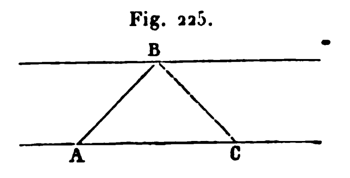
(4) WIEDEMANN, *Die Lehre der Electricität*, t. III, p. 673 et 683, édition de 1883.

ʒuliers et continus, quand on les soumet à des passes ma-
étiques de périodicité régulière à l'aide d'un courant rapi-
ment interrompu. Ces sons avaient été observés par Page [1] ɪgtemps avant les recherches de Joule. Ils ont été employés ɔuis pour la Téléphonie [2].

ɪON-EXISTENCE D'UNE DILATATION GALVANIQUE DES FILS CONDUC-RS. — A la question des variations de longueur des subɔces magnétiques soumises à l'aimantation se rattache une ˌstion analogue relative aux fils conducteurs traversés par courant.

'lusieurs physiciens, entre autres MM. Edlund [3] et ɜintz [4], avaient annoncé que le courant produit sur les ducteurs qu'il traverse une action mécanique spéciale nt pour résultat d'allonger le conducteur dans le sens du ɯvement de l'électricité sans produire de dilatation trans-ɜale correspondante. M. Blondlot [5] a établi la non-exisce de la prétendue *dilatation galvanique*, de la manière ʳante. Considérons un ruban tallique long et plat traversé gitudinalement par un cou-t. Soient AB, BC (*fig.* 225) ɪx directions inclinées en sens traire et à 45° sur les bords ruban, et par conséquent pendiculaires entre elles. Dès que le courant passe, AC longe sans que la largeur du ruban varie, et l'angle ABC ʳient obtus. C'est ce qu'il faudrait constater par l'expénce.

Fig. 225.



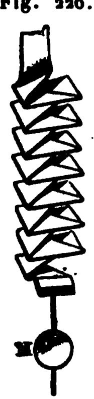
A cet effet, M. Blondlot construit une sorte d'hélice quaɪngulaire à l'aide d'un ruban de laiton laminé qu'il plie ernativement à 45° du bord et en sens contraire, de haut bas suivant AB, de bas en haut suivant BC, etc. Tous les

---

[1]) PAGE, *Pogg. Ann.*, t. XLIII, p. 411; 1838.
[2]) *Voir* le dernier fascicule de cet Ouvrage, au Chapitre de la *Téléɔnie.*
[3]) EDLUND, *Pogg. Ann.*, t. CXXIX, p. 15, et t. CXXXI, p. 337; 1866-67.
[4]) STREINTZ. *Pogg. Ann.*, t. CL, p. 308; 1873.
[5]) BLONDLOT, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 122; 1879.

angles de l'hélice devenant à la fois obtus quand le courant passe, si l'on suppose le ruban invariablement fixé par sa partie supérieure, sa partie inférieure doit tourner d'un angle égal à la somme des accroissements de tous les angles de la spirale; cette rotation pourra donc être rendue considérable, en multipliant suffisamment le nombre des spires. Or c'est ce qui n'a certainement pas lieu. L'une des spirales employées par M. Blondlot ne comptait pas moins de 200 sommets d'angle; elle recevait le courant par sa partie supérieure invariablement fixée; sa partie inférieure se terminait par une pointe plongeant dans un godet à mercure par lequel se fermait le circuit; un miroir M (*fig.* 226) permettait d'observer, par la méthode de Poggendorff, les plus faibles déplacements angulaires : un allongement de $0^{mm},00000025$ par mètre eût été sensible et ne se montra pas, quand on eut la précaution d'employer un métal soigneusement recuit et de souder avec soin la partie supérieure du ruban dans une masse métallique, de manière à obtenir une distribution bien régulière du courant dans la spirale. L'effet annoncé par MM. Edlund et Streintz n'a donc aucune réalité.

Fig. 226.



Il faut sans doute attribuer aux échauffements répétés qu'ils éprouvent la modification lente des propriétés élastiques des fils qui servent pendant longtemps de conducteurs de courants. Ils deviennent aigres et cassants ([1]). Toutefois Wertheim ([2]) paraît avoir établi que le son rendu par une verge métallique change sensiblement quand elle est traversée par un courant, bien que les dimensions transversales soient assez grandes pour qu'il n'y ait pas d'échauffement sensible.

Phénomène de Hall. — Nous avons établi (p. 71) que les actions électromagnétiques s'exercent non sur l'électricité

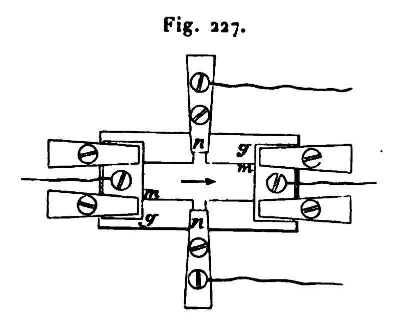
([1]) Peltier, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XX, p. 62; 1845; Dufour, *Pogg. Ann.*, t. XCIX, p. 611; 1856.

([2]) Wertheim, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XI, p. 610; 1844.

elle-même, mais sur le conducteur du courant. Toutefois une expérience célèbre, exécutée par M. Hall (¹), établit que, dans un champ magnétique, un courant a aussi une tendance à se déplacer par rapport aux molécules matérielles du conducteur qui en est le siège. Voici en quoi consiste cette expérience :

On taille dans une feuille métallique très mince, par exemple une feuille d'or *mm* qu'on colle sur une glace de verre *gg* (*fig.* 227), une croix dont une branche *mm* est intercalée dans

Fig. 227.



le trajet d'un courant. L'autre branche *nn* de la croix appartient au circuit d'un galvanomètre que l'on amène exactement au zéro en déplaçant convenablement les points d'attache *n*, *n* jusqu'à ce qu'ils se trouvent sur une même ligne équipotentielle. Si l'on vient alors à produire dans la région AB un champ magnétique puissant dont les lignes de force électromagnétiques soient dirigées suivant *nn*, l'aiguille du galvanomètre présente aussi une déflexion permanente qui, dans le cas d'une feuille d'or, est dirigée en sens inverse de l'action électromagnétique. Par exemple, dans la *fig.* 228, S représente le pôle sud d'un électro-aimant : si la feuille d'or est hori-

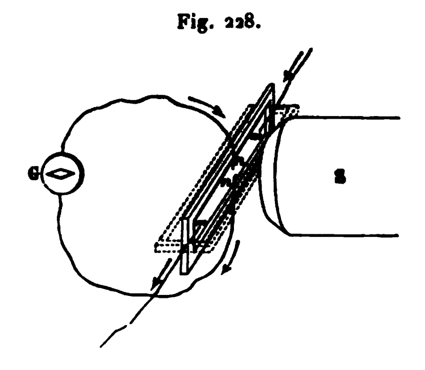
(¹) HALL, *American Journal of Mathematics*, t. II, 1879, et *Philosophical Magazine*, 5ᵉ série, t. IX, p. 225. Analysé dans le *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. IX, p. 289. — *American Journal of Science*, t. XX, p. 161, et *Philosophical Magazine*, 5ᵉ série, t. X, p. 301. Analysé dans le *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. X, p. 132. — *Philosophical Magazine*, 5ᵉ série, t. XIX, p. 219. — *American Journal of Science*, t. XXXVI, p. 131 et 277, et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 239. — 1880-1888.

zontale (traits pointillés), il n'y a pas de courant dans le circuit du galvanomètre; mais, si elle est verticale (traits pleins), le courant est dirigé comme l'indiquent les flèches, c'est-à-dire de haut en bas pour un courant principal dirigé d'arrière en avant; c'est bien le sens inverse de l'action électromagnétique.

L'argent, le platine, l'étain se comportent comme l'or; mais, dans le cas du fer, le courant secondaire est dirigé dans le sens de l'action électromagnétique.

M. Hall attribue le phénomène qu'il a observé à une force électromotrice spéciale, développée dans le champ magnétique. Soient F l'intensité magnétique du champ, i l'intensité

Fig. 228.



du courant principal, l la largeur de la feuille métallique, a son épaisseur; enfin soit E la force électromotrice invoquée par M. Hall; l'expérience montre que, pour un même métal, on a

$$\frac{\text{E}a}{\text{F}i} = \text{const.}$$

Si l'on pose

$$\frac{\text{E}}{l} = \text{E}',$$

$$\frac{i}{la} = u,$$

E' est la force électromotrice par centimètre de largeur, i

té du courant principal par unité de section, et l'on a, ;nant par R une constante,

$$\frac{E'}{Fu} = R.$$

ɜ électromotrice par unité de longueur est proportion- l'intensité de l'action électromagnétique, rapportée ant qui traverse l'unité de section.

Il désigne la constante R sous le nom de *coefficient ion.*

:emières expériences de M. Hall n'avaient porté que l'argent, le platine et le fer. M. Righi (¹) découvrit hénomène étudié présente, dans le bismuth, une in- plusieurs milliers de fois plus grande que dans l'ar- ɜpuis lors les expériences sur le phénomène de Hall, plus faciles, se sont beaucoup multipliées, et l'on a que ce phénomène est bien plus complexe qu'on ne :u d'abord. Avant d'exposer les nouvelles découvertes ɔservation de M. Righi a été l'origine, nous donnerons 'aleurs du coefficient de rotation de divers métaux, les derniers résultats de M. Hall :

Métal.	R.10¹⁵.
Bismuth	—858000
Nickel	— 1474
Argent	— 83
Or	— 66
Cuivre	— 52
Platine	— 24
Cobalt	+ 112 à 117
Fer	+ 285
Acier trempé	+ 3300
Antimoine	+ 11400

les métaux magnétiques, nickel, cobalt, fer, acier, la e R mesurée dépend de la forme et des dimensions es, et varie aussi avec l'intensité du champ. M. Hall

---

ɪı, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. II, p. 312; 1883.

en conclut que l'état d'aimantation de ces métaux modifie leur coefficient de rotation.

MODIFICATIONS DE LA CONDUCTIBILITÉ ÉLECTRIQUE ET DE LA CONDUCTIBILITÉ CALORIFIQUE DU BISMUTH DANS UN CHAMP MAGNÉTIQUE. — 1° *Conductibilité électrique.* — M. Righi [1] et peu après M. Leduc [2] ont découvert, indépendamment l'un de l'autre, que la résistance d'un conducteur de bismuth s'élève quand on le dispose, dans un champ magnétique, normalement aux lignes de force du champ. Ce nouveau phénomène se superpose au phénomène de Hall et en complique l'observation. Voici comment M. Leduc a pu le constater et en mesurer la valeur.

M. Leduc emploie soit un fil de bismuth obtenu par fusion dans un tube de verre (*fig.* 229), soit une lame de bismuth coulée sur verre, puis usée à la meule et découpée comme le

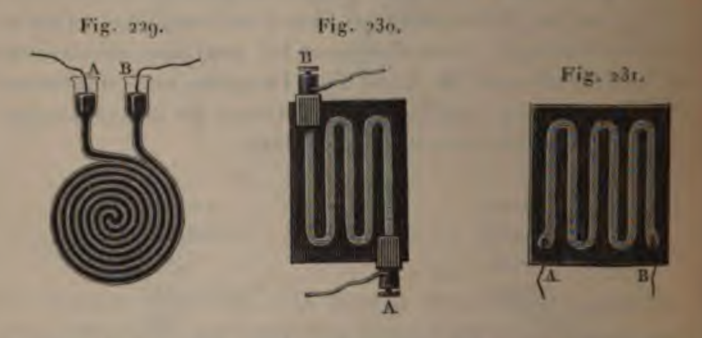


Fig. 229. Fig. 230. Fig. 231.

montre la *fig.* 230, soit encore un dépôt électrolytique de bismuth (*fig.* 231) obtenu sur une plaque peu conductrice (mélange de plombagine et de stéarine) recouverte de vernis dans les régions qu'on a voulu protéger. Ces conducteurs sont disposés normalement aux lignes de force de l'électro-

(1) Righi, *Atti della R. Accademia dei Lincei*, nov. 1883.

(2) Leduc, *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 363; 1884. Pour toutes les recherches de M. Leduc sur le phénomène de Hall et les actions connexes, voir *Modifications de la conductibilité électrique et de la conductibilité calorifique du bismuth dans un champ magnétique*, Thèse de doctorat, 1888.

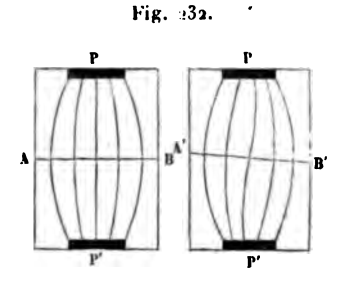
nant de Ruhmkorff, et l'on mesure leur résistance par les éthodes ordinaires, soit quand le courant passe ou quand il t interrompu. Les variations de résistance observées sont nsidérables; dans un champ de 15000 unités, elles peuvent teindre 0,4 à 0,5 de la résistance initiale. La variation pro-ortionnelle de résistance Z est liée à l'intensité F du champ ir une relation hyperbolique

$$Z^2 + \beta Z - \alpha F^2 = 0. \qquad)$$

es coefficients α et β varient suivant le mode de préparation ı bismuth; mais, quand on les a déterminés pour un certain hantillon, on peut employer la formule (1) à la mesure de ntensité F d'un champ magnétique. M. Leduc recommande : procédé comme l'un des plus pratiques, à cause de la faci-é avec laquelle une lame mince de bismuth peut se glisser ins un champ magnétique étroit, tel que celui qui existe itre les parties fixes et mobiles des machines dynamo-élec-iques par exemple.

Non seulement la résistance du bismuth varie, mais encore distribution du courant dans une lame de bismuth, disposée ›rmalement au champ magnétique, se modifie (*fig.* 232);

Fig. 232.



s lignes équipotentielles s'inclinent d'un certain angle, et est en cela proprement que consiste le phénomène de . Hall. On pourrait dire avec M. Leduc (¹) que *le métal cesse 'être isotrope* au point de vue de sa conductibilité électrique.

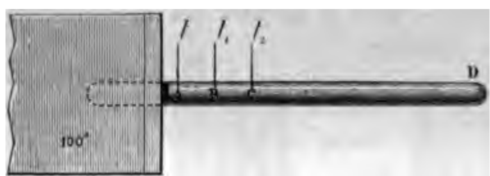
(¹) Leduc, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences;* 1887.

L'existence et la grandeur du coefficient de rotation R s'i préteraient non par le développement d'une force éle motrice spéciale plus ou moins grande, mais par le d'anisotropie produit sous l'influence du champ magnét

2° *Conductibilité calorifique.* — Une telle anisotropi vrait se révéler par l'étude d'autres propriétés physiqu bismuth. M. Leduc (¹) et, après lui, M. Righi (²) on effet découvert que le bismuth se comporte d'une ma tout à fait analogue sous le rapport de sa conductib soit calorifique, soit électrique. A l'accroissement de r tance électrique dans le champ magnétique correspond diminution de la conductibilité calorifique; à la dévi des lignes équipotentielles, une déviation des lignes thermes.

1° Un barreau de bismuth coulé ABCD (*fig.* 233) est in

Fig. 233.



duit par l'une de ses extrémités dans une étuve à 100°. T fils de platine ont été insérés pendant la fusion en trois po équidistants A, B, C. Ces fils forment avec le barreau de v couples thermo-électriques. Grâce au pouvoir thermo-é trique considérable du bismuth, la force électromotrice en les fils A et B par exemple mesurera, en valeur relative différence de température en A et B, et cela avec une pr sion suffisante pour permettre de constater de très légè variations. Quand on excitera le champ d'un puissant élect aimant dans la région ABC, on reconnaîtra, en effet, que l différences de température A — B, B — C augmentent aussit qu'on excite le champ; de leur variation, on déduit l'abaiss

(¹) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 1887.

(²) Righi, *Accademia dei Lincei*; 1887.

ment relatif de la conductibilité. Il a atteint 14 pour 100 dans un champ de 7800 unités.

2° D'autre part, on constate que la température d'un point A d'une lame de bismuth, préparée comme pour le phénomène de Hall et dont une extrémité est chauffée à l'étuve, se modifie par le renversement du champ, ce qui implique la rotation des lignes isothermes. Il semble que le phénomène calorifique et le phénomène électrique présentent, dans ces deux cas, une proportionnalité au moins approchée.

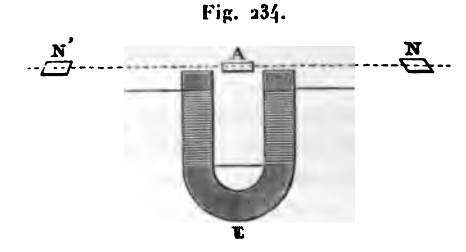
CHAPITRE XIV.

ÉLECTRO-OPTIQUE.

Découverte de Faraday. — Loi de Verdet. — Surface de l'onde électromagnétique. — Recherches de MM. Potier et Cornu. — Autres lois de la polarisation rotatoire magnétique. — Pouvoir rotatoire magnétique des gaz et des vapeurs. — Rotation électromagnétique du plan de polarisation atmosphérique. — Simultanéité du phénomène optique et électrique. — Rotation par les corps opaques. — Phénomènes de Kerr.

DÉCOUVERTE DE FARADAY. — En 1845, Faraday (¹) reconnut qu'un corps transparent placé entre les pôles d'un électro-aimant en activité acquiert temporairement le pouvoir rotatoire. La *fig.* 234 représente la disposition qu'il employait. Le

Fig. 234.



corps transparent, par exemple une lame épaisse de flint A, est placé entre deux nicols N, N', qu'on règle à l'extinction. Dès que le courant est lancé dans l'électro-aimant en fer à cheval E, la lumière reparaît et il faut tourner le nicol N' d'un certain angle pour ramener l'extinction. Si l'on renverse le sens

(¹) FARADAY, *Sur de nouvelles relations entre l'électricité, la lumière et le magnétisme* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXII, p. 113). — *On the magnetization of light and the illumination of magnetic lines of forces* (*Experimental Researches*, 19ᵉ série).

du courant, le nicol N′ doit être tourné en sens contraire et d'un angle égal à partir de la position initiale, de telle sorte que l'angle des deux positions de N′ qui ramènent l'extinction avec le courant direct et inverse mesure le double de la rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière.

On peut fixer de la manière suivante le sens de la rotation observée : on imaginera dans le champ magnétique un morceau de fer doux aimanté par influence; le sens dans lequel l'observateur qui reçoit le rayon lumineux verrait circuler le courant des solénoïdes équivalents au magnétisme du fer doux est, d'après Faraday, celui dans lequel le plan de polarisation de la lumière se trouve entraîné. Des observations plus complètes, dues à Verdet [1], ayant montré depuis que certains corps, les sels de fer par exemple, font tourner le plan de polarisation en sens contraire, nous désignerons, sous le nom de rotations *positives* ou *négatives*, des rotations effectuées dans le sens des solénoïdes de Faraday ou dans le sens opposé.

Si, sans changer le sens du courant, l'observateur se retourne et qu'il analyse avec le nicol N la lumière polarisée par le nicol N′, il voit la rotation, qui s'effectuait par exemple vers sa gauche, quand il observait à travers N′, se faire maintenant vers sa droite. Puisque l'observateur s'est retourné, cette expérience signifie que, dans l'espace, la rotation du plan de polarisation s'est effectuée dans le même sens. Le signe de la rotation est donc indépendant du sens de la transmission de la lumière.

Par une série de réflexions exécutées entre deux miroirs convenablement placés, on peut obliger les rayons polarisés par le nicol N à traverser n fois le corps transparent placé entre les pôles de l'électro-aimant; les rotations produites par chaque passage s'ajoutent, d'après l'observation qui précède, et la rotation définitivement mesurée sera n fois plus forte que si les rayons polarisés avaient été transmis directement au nicol analyseur N′. L'artifice que nous signalons sera utile pour

(1) VERDET, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXIX, p. 415; 1863.

constater le pouvoir rotatoire électromagnétique des corps peu actifs.

LOI DE VERDET. — Faraday avait constaté que la rotation électromagnétique peut être produite par un aimant puissant, aussi bien que par un électro-aimant, mais il ne reconnut pas les lois quantitatives qui relient la grandeur de la rotation à l'intensité du champ magnétique qui la détermine.

Pour découvrir ces lois, il fallait opérer dans un champ magnétique sensiblement uniforme, ce qui ne pouvait avoir lieu avec la disposition primitive de Faraday. M. Ed. Becquerel (1) eut l'heureuse idée de munir l'électro-aimant en fer à cheval d'armatures de fer percées suivant l'axe du champ de deux trous O, O′ et de placer dans l'intervalle le corps à étudier. Peu après, Ruhmkorff (2) adapta à l'électro-aimant, que nous avons décrit (p. 377), un noyau de fer doux tubulaire qui permettait d'employer cet appareil à l'étude de la polarisation rotatoire magnétique; enfin Verdet (3) munit intérieurement ce même appareil de deux plaques de fer doux F, F′, de $0^m,15$ d'épaisseur et de diamètre égal au diamètre extérieur des bobines (*fig.* 235). Entre ces larges surfaces polaires, le champ magnétique est sensiblement constant dans un intervalle suffisant pour tous les besoins des expériences. Verdet en mesurait l'intensité par la méthode d'induction précédemment décrite (p. 352).

Le premier résultat des expériences de Verdet a été d'établir que *la rotation électromagnétique* Ω *est rigoureusement proportionnelle à l'intensité* F *du champ,* non à l'intensité *i* du courant excitateur, comme on l'avait cru d'abord.

On sait que F et *i*, d'abord presque proportionnels, pour les plus faibles valeurs de *i*, cessent de l'être pour les grandes et

(1) E. BECQUEREL, *Note sur l'action du magnétisme sur tous les corps* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXII, p. 952, et *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t XVII, p. 437; 1846.

(2) RUHMKORFF, *Appareil pour répéter les expériences de M. Faraday concernant l'action du magnétisme sur la lumière* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXIII, p. 417, et *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XVIII, p. 318; 1846).

(3) VERDET, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLI, p. 370; 1854.

que F croît beaucoup moins vite que i. Il suffit même, d'après M. Bichat ([1]), de comparer les valeurs de la rotation électromagnétique Ω, observée dans l'appareil de Ruhmkorff, et de

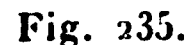
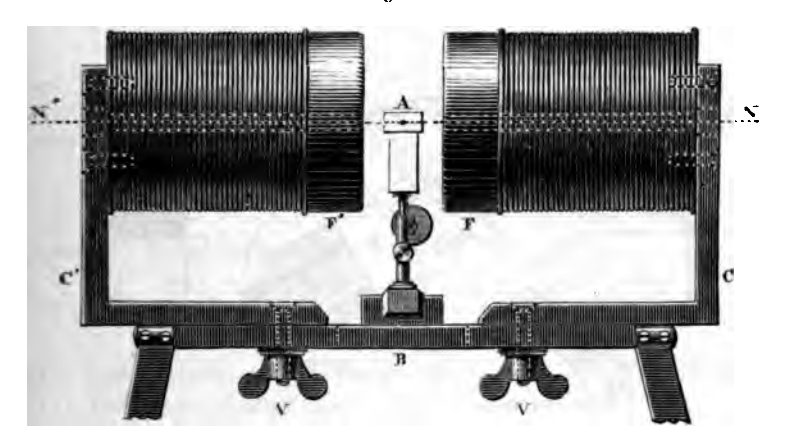


Fig. 235.



l'intensité i du courant pour mettre en pleine évidence l'existence du maximum d'aimantation du fer doux.

Verdet ([2]) a mesuré la rotation électromagnétique Ω pour des rayons traversant le corps transparent dans des directions obliques aux lignes de force. Le tube de l'appareil de Ruhmkorff ne permet d'observer que dans des directions peu inclinées sur l'axe et Verdet dut avoir recours à deux miroirs auxiliaires M, M (*fig.* 236), permettant de recevoir la lumière polarisée par un nicol extérieur et de la renvoyer à l'observateur dans une direction commode. Verdet confirma ainsi l'observation de Faraday : que la rotation électromagnétique est nulle dans une direction normale aux lignes de force. Soient, en général, α l'angle de la direction du faisceau lumineux et des lignes de force, e l'épaisseur du milieu traversé,

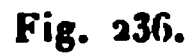
---

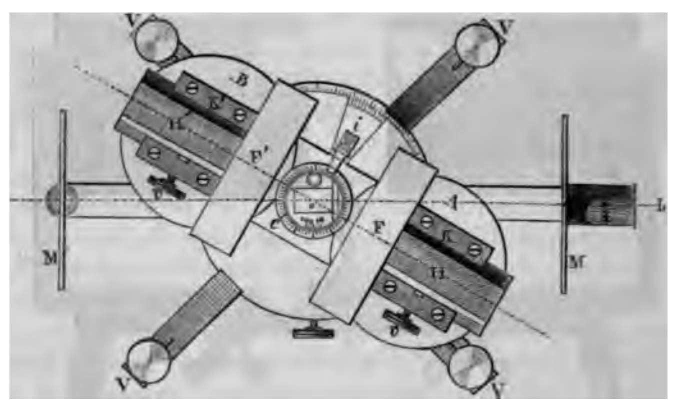
([1]) Bichat, *Recherches sur la polarisation rotatoire magnétique*, Thèse de doctorat. Paris, 1873.

([2]) Verdet, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLIII, p. 37; 1855.

enfin ρ une constante caractéristique du milieu. Verdet a prouvé que l'on a en général

$$\Omega = \rho F e \cos \alpha. \tag{1}$$


Fig. 236.



La rotation est proportionnelle à l'épaisseur du milieu traversé et au cosinus de l'angle que fait la direction du rayon lumineux avec les lignes de force du champ.

SURFACE DE L'ONDE ÉLECTROMAGNÉTIQUE. — RECHERCHES DE MM. CORNU ET POTIER. — Rappelons que, dans l'interprétation donnée par Fresnel aux phénomènes de la polarisation rotatoire [1], les deux rayons circulaires inverses, dans lesquels on peut décomposer la vibration incidente polarisée rectilignement, se propagent dans le milieu actif, avec des vitesses v et v' différentes.

Pour que l'on observe une rotation β du plan de polarisation par unité d'épaisseur du milieu, ces vitesses doivent être telles que l'on ait, en désignant par λ' et λ'' les longueurs d'onde correspondantes de la lumière simple considérée,

$$\beta = \pi \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda''} \right).$$

---

[1] *Voir* le Chapitre de la Polarisation rotatoire, t. III.

Appelons V et λ la vitesse et la longueur d'onde dans l'air; on a

$$\lambda' = \frac{v'}{V}\lambda, \qquad \lambda'' = \frac{v''}{V}\lambda,$$

$$\beta = \frac{\pi V}{\lambda}\left(\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''}\right) = \frac{\pi V}{\lambda}\,\frac{v' - v''}{v'v''}.$$

Mais les deux vitesses v' et v'' étant très voisines, on peut confondre le produit $v'v''$ avec le carré de leur moyenne v; comme d'ailleurs l'indice n est

$$n = \frac{V}{v},$$

on aura définitivement

$$(1) \qquad \beta = \frac{\pi}{\lambda}\, n \left(\frac{v' - v''}{v}\right).$$

Or l'expérience nous apprend que la rotation produite sous l'influence du champ magnétique a pour valeur

$$(2) \qquad \beta = \frac{\Omega}{e} = \rho F \cos\alpha;$$

égalons les valeurs (1) et (2) de β, il vient

$$(3) \qquad v' - v'' = \frac{\lambda v}{n\pi}\rho F \cos\alpha = 2 K F \cos\alpha,$$

en posant, pour abréger,

$$(4) \qquad K = \frac{\lambda\rho v}{2n\pi}.$$

M. Cornu [1] a établi par l'expérience et nous admettrons sans démonstration que la moyenne $\frac{v' + v''}{2}$ est rigoureusement égale à la vitesse v que posséderaient les ondes en dehors de l'action du champ. Il vient alors

$$(5) \qquad v' = v + KF\cos\alpha, \qquad v'' = v - KF\cos\alpha.$$

---

(1) CORNU, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCII, p. 1368.

Connaissant l'expression des vitesses v' et v'', on trouvera l'équation de la surface de l'onde dans le champ magnétique par la méthode ordinaire des ondes enveloppes.

Prenons pour axe des x la direction des lignes de force du champ; l'équation d'une onde plane sera

$$(6) \qquad x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma = v \pm \mathrm{KF}\cos\alpha,$$

avec la condition

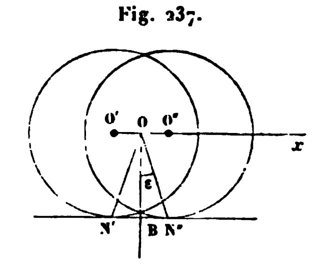
$$(7) \qquad \cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

On trouve aisément, pour l'enveloppe de ces ondes, l'équation

$$(8) \qquad (x \mp \mathrm{KF})^2 + y^2 + z^2 = v^2.$$

Cette équation représente (*fig.* 237) deux sphères égales, ayant leurs centres O', O'' sur l'axe des x à des distances

Fig. 237.



— KF et + KF de l'origine; leur rayon est celui de l'onde sphérique non modifiée qui conviendrait au même milieu en dehors du champ magnétique.

M. Cornu ([1]), auquel est due la théorie précédente, en a tiré une conséquence curieuse, relative à la propagation d'ondes planes se propageant dans le milieu perpendiculairement aux lignes de force du champ. Les deux systèmes d'ondes qui se propagent dans une telle direction, OB par exemple, ont des vitesses de propagation égales, puisque les

([1]) CORNU, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 247; 1885.

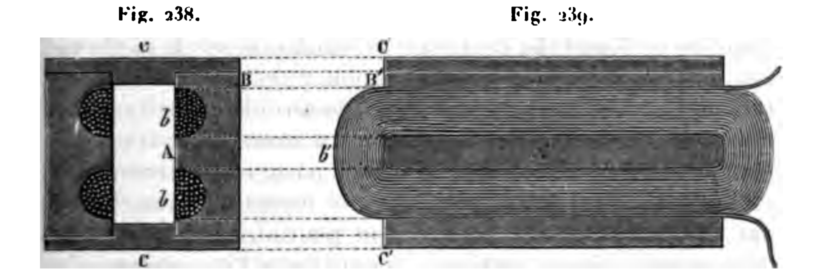
deux nappes sphériques admettent un plan tangent commun N'N'' perpendiculaire à OB; mais les directions lumineuses efficaces (ce qu'on nomme les rayons dans la double réfraction ordinaire) sont séparées par un angle N'ON'' appréciable. On est donc amené à prévoir *une double réfraction* d'un genre particulier, dans la direction normale aux lignes de force. L'angle 2ε des deux rayons est donné par la relation

$$\tang 2\varepsilon = \frac{2\text{KF}}{v} = \frac{\lambda\rho}{n\pi};$$

ρ représente la rotation produite par 1cm d'épaisseur du milieu pour une onde plane se propageant dans la direction des lignes de force.

Cette conséquence curieuse des formules n'a pu être jusqu'ici soumise au contrôle direct de l'expérience. Toutefois, elle sera rendue d'autant plus probable que la loi de Verdet aura été vérifiée avec plus de rigueur, surtout pour des directions de propagation presque normales aux lignes de force. Cette vérification a été opérée par MM. Cornu et Potier (¹) à l'aide d'un électro-aimant spécial, représenté en coupe longitudinale et transversale par les *fig.* 238 et 239.

Fig. 238. Fig. 239.



Pour obtenir des rotations appréciables dans des directions très inclinées sur les lignes de force du champ, il était nécessaire d'opérer sur une épaisseur considérable du milieu actif et, par conséquent, d'avoir un champ énergique et uniforme très étalé dans le sens normal aux lignes de force. Avec la

(¹) CORNU et POTIER, *Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 197; 1886.

forme ordinaire des électro-aimants, cette condition exigerait l'emploi d'une quantité énorme de fil conducteur et, par conséquent, d'une force électromotrice excessive : la masse de l'électro-aimant s'échaufferait beaucoup trop, et l'on ne pourrait maintenir le champ uniforme pendant la durée d'une mesure. Tous ces inconvénients ont été réduits au minimum par MM. Cornu et Potier. Leur appareil, comme celui de Ruhmkorff, est formé de deux électro-aimants PQ se présentant leur pôles inverses A et B. Le noyau proprement dit AA de chacun de ces électro-aimants est, comme on le voit, très épanoui dans le sens normal aux lignes de force de la bobine elliptique qui l'entoure. Pour que l'action des pôles opposés A'B' diminue le moins possible le champ de AB, ce que l'on n'obtient d'ordinaire qu'en donnant un grand développement aux bobines dans le sens des lignes de force, on se borne ici à réunir ensemble les fers doux des électro-aimants par des pièces transversales de fer doux MN, de telle sorte que les solénoïdes magnétiques dont les extrémités sont en regard en A et B se ferment sur eux-mêmes à travers la masse du fer. Les bobines se trouvent ainsi entièrement logées dans les cavités CC du fer doux, où elles sont maintenues par des joues minces en laiton à l'aplomb des noyaux AB.

Dans la cavité de cet appareil, et suivant son axe, on peut disposer un long tube contenant la substance sur laquelle on veut opérer. MM. Cornu et Potier ont employé une dissolution de biiodure de mercure dans l'iodure de potassium (liqueur de Thoulet) dont le pouvoir rotatoire peut atteindre dix fois celui de l'eau pure. Ce tube T porte transversalement en son milieu un tube *t* parallèle aux lignes de force, fermé par des glaces planes, et que l'on peut observer à travers deux trous coniques pratiqués dans le fer de l'électro-aimant. La rotation observée à travers le tube *t* fournit la mesure de l'intensité du champ et permet : 1° de ramener toutes les observations à ce qu'elles seraient si cette intensité demeurait rigoureusement constante ; 2° de calculer dans chaque expérience, et d'après la loi de Verdet, la rotation que l'on doit observer à travers le tube T, qu'une alidade permet de déplacer d'angles très petits et connus. Les rotations calculées et observées se confondent, au degré d'approximation que

ıportent ces mesures difficiles, eu égard au défaut d'uni-
nité absolue du champ.

'oici, d'ailleurs, une vérification encore plus délicate que rnissent ces expériences. Soit α' l'angle très petit dont le e T a été incliné sur la normale aux lignes de force. La nule (2) donne

$$\beta = \rho F \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha'\right) = \rho F \sin\alpha'$$

quand α' est suffisamment petit,

$$\frac{\beta}{\alpha'} = \rho F.$$

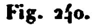
‚e rapport de la rotation β, rapportée à l'épaisseur 1, à ıgle α', tend vers la valeur finie ρF quand α' tend vers o. e courbe construite en prenant pour abscisses α' et pour lonnées β se confond en effet, au voisinage de $\alpha' = 0$, avec ɜ droite inclinée qui passe par l'origine. Il en résulte que oi de Verdet, au voisinage de $\alpha' = 0$, est rigoureuse, et, par te, que la double réfraction magnétique est bien un phénènc réel.

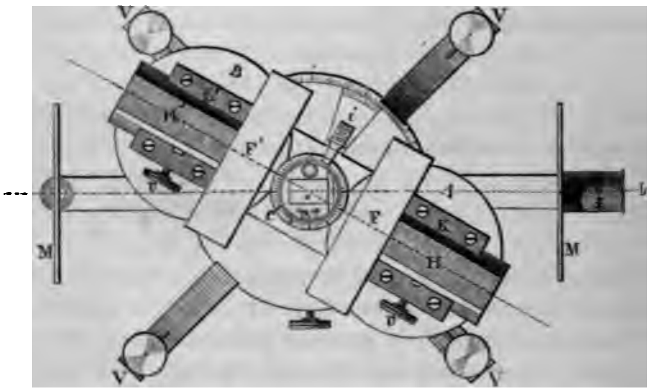
ıUTRES LOIS DE LA POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE. — rès avoir mesuré l'effet de l'inclinaison, Verdet a comparé rotations produites par une même substance sur les ons lumineux de diverses couleurs. On sait que Biot avait ɔncé, relativement à la dispersion des plans de polarisan dans le quartz, la loi insuffisante de la proportionnalité la rotation à l'inverse du carré de la longueur d'onde ([1]). rdet ([2]) a montré que la loi de Biot ne s'applique pas non ıs exactement aux rotations électromagnétiques; mais, au ʒré d'approximation que comportent les expériences, on ıt toujours compenser la rotation électromagnétique proıte par un corps transparent à l'aide d'une épaisseur conıable de quartz.

([1]) *Voir* t. III, 3e fascicule, p. 423.

([2]) VERDET, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. LXX, 15; 1863.

Verdet (1) découvrit la rotation électromagnétique négative et fit même la remarque que, dans la plupart des cas, cette rotation est présentée par des corps magnétiques, tandis que


Fig. 240.



la rotation positive appartient aux corps diamagnétiques, mais sans formuler à cet égard aucune loi. Il reconnut cependant que *le pouvoir rotatoire électromagnétique se conserve dans les mélanges et les dissolutions.*

Ainsi l'on pourra calculer le pouvoir rotatoire d'une dissolution de sulfate de fer dans l'eau, en attribuant au sulfate de fer un pouvoir rotatoire négatif déterminé, que l'on affectera d'un coefficient proportionnel au poids de sel contenu dans 1cc de la dissolution; on ajoutera ensuite algébriquement au résultat le pouvoir rotatoire positif de l'eau, affecté d'un second coefficient égal au poids du volume d'eau contenu dans 1cc de la même dissolution. C'est justement par des observations de ce genre que le pouvoir rotatoire négatif a été découvert à l'aide de solutions dont le pouvoir rotatoire résultant était encore positif.

Les dissolutions concentrées des chlorures de fer sont à peu près les seules dont le pouvoir rotatoire résultant soit négatif; la loi de Verdet ne leur est pas rigoureusement applicable (2).

(1) *Loc. cit.*, t. LII, p. 129.
(2) *Voir* ci-dessous, p. 435.

/erdet n'avait reconnu aucune relation entre le pouvoir atoire magnétique des diverses substances et leurs proétés optiques. Cette lacune a été comblée par M. H. Becerel ([1]). Ce savant a établi que, si l'on forme la quantité

$$r = \frac{R}{n^2(n^2 - 1)},$$

ıs laquelle R est le pouvoir rotatoire spécifique, n l'indice, te quantité r varie beaucoup moins que les autres éléпts. *Elle a la même valeur pour des corps diamagnétiques ' présentent entre eux une analogie chimique.*

.e Tableau suivant indique : 1° les pouvoirs rotatoires ma-ᵗtiques R, rapportés à celui du sulfure de carbone pris nme unité; 2° les indices de réfraction n; 3° enfin les quoıts r. La deuxième colonne donne les rotations ρ produites une épaisseur de chaque substance égale à 1cm dans un mp de une unité C.G.S. et pour la lumière jaune du ium.

ᵖour obtenir ces dernières, on a multiplié les nombres R ' la rotation absolue ρ, relative au sulfure de carbone (conпte de Verdet). Voici les valeurs obtenues par divers expéıentateurs pour cette quantité ρ, à la température de zéro, ırimée : 1° en minutes; 2° en parties du rayon :

	ρ.	
Gordon ([2])	0,0433	$1,230.10^{-5}$
Lord Rayleigh ([3])	0,0436	$1,250.10^{-5}$
L. Arons ([4])	0,0439	$1,277.10^{-5}$
H. Becquerel ([5])	0,04341	$1,262.10^{-5}$
Moyenne	0,04340	$1,255.10^{-5}$

') H. Becquerel, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XII, (1877), et *Journal de Physique*, 1re série, t. V, p. 233.

) Gordon, *Traité expérimental d'Électricité et de Magnétisme*, trapar Raynaud, t. II, p. 544. Paris, 1881.

) Lord Rayleigh et Mme Sidgwick, *Proceed. of the Royal Society*, XVII, p. 146, 1884; *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 464.

) Arons, *Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 61; *Journal de Physique*, 2e série, ', p. 437; 1885.

) H. Becquerel, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 437; 1885.

SUBSTANCES.	ROTATION relative R.	ROTATION absolue ρ (en minutes).	n.	$r = \frac{\ldots}{n^2(\ldots}$
Lumière jaune.				
Eau	0,308	0,0134	1,3340	0,2…
Acide sulfurique monohydraté	0,247	0,0107	1,4284	0,1…
Alcool méthylique	0,353	0,0153	1,3530	0,1…
— propylique	0,279	0,0121	1,3836	0,1…
— butylique	0,294	0,0128	1,3934	0,1…
— amylique	0,311	0,0133	1,4046	0,1…
Chloroforme	0,380	0,0165	1,4520	0,1…
Protochlorure de carbone	0,404	0,0175	1,4580	0,1…
Sous-sulfure de carbone	2,592	0,1125	2,0661	0,1…
Xylène	0,525	0,0228	1,4932	0,1…
Toluène	0,575	0,0249	1,4928	0,2…
Benzine	0,636	0,0267	1,4998	0,2…
Soufre fondu (114°)	1,904	0,0826	1,9290	0,1…
Protochlorure de soufre S^2Cl	0,984	0,0427	1,6460	0,2…
Bichlorure de soufre S Cl	0,932	0,0404	1,6190	0,2…
Perchlorure de carbone	0,761	0,0330	1,5620	0,2…
Chlorure de silicium	0,444	0,0193	1,4090	0,2…
Protochlorure de phosphore	0,651	0,0282	1,5080	0,2…
Phosphore fondu (33°)	3,120	0,1260	2,0740	0,2…
Sulfure de carbone	1,000	0,0434	1,6249	0,2…
Chlorure d'arsenic	1,000	0,0434	1,6006	0,2…
Perchlorure d'antimoine	1,656	0,0719	1,591	0,4…
Bichlorure d'étain	1,035	0,0449	1,5060	0,3…
Verre n° 8, crown	0,481	0,0209	1,5260	0,1…
— n° 6, flint	0,771	0,0335	1,5790	0,2…
— n° 7, flint	0,987	0,0428	1,6140	0,2…
Flint lourd, n° 1	1,360	0,0592	1,7200	0,2…
— n° 2	1,533	0,0665	1,7650	0,3…
Cristaux monoréfringents. Blende (cristallisable)	5,295	0,2139	2,3690	0,2…
Cristaux monoréfringents. Sel gemme Na Cl	0,843	0,0366	1,5430	0,2…
Cristaux monoréfringents. Silvine	0,672	0,0292	1,4830	0,2…
Cristaux monoréfringents. Spath fluor... 1er échant.	0,207	0,0090	1,4432	0,09…
Cristaux monoréfringents. » ... 2e échant.	0,234	0,0101	1,4432	0,10…
Cristaux monoréfringents. Diamant	0,301	0,0131	2,4200	0,01…
Lumière rouge (1).				
Sulfure de carbone	1,000	»	1,6120 Li	0,…
Oxyde de cuivre	14,060	»	2,8499 Li	0,…
Sélénium	1,969	»	2,6550 B	0,…
Bore	10,960	»	1,6160 Li	0,…

(1) Li, ligne rouge du lithium; B, raie B du spectre solaire.

du sulfure de carbone varie avec la tempéra-
nnellement au trinôme (¹)

$$1 - 0,00104\,t - 0,000014\,t^2.$$

its r donnent pour les acides très oxygénés
que, sulfurique, etc.) des nombres voisins de
ur les alcools, le protochlorure de carbone, le
0,188 pour les composés du soufre; 0,22 pour
du chlore, du phosphore, etc. Ils sont grands
s les plus diamagnétiques, le brome, l'anti-
muth; d'autant plus petits que les corps sont
nétiques et contiennent plus d'oxygène. Dans
ons, l'oxygène se comporte comme un corps
ue.

uerel a aussi étendu ses recherches aux corps
t infirmé, dans ce cas et pour les corps très actifs,
et sur la constance du pouvoir rotatoire molé-
f; on peut s'en convaincre par l'examen du Ta-
, dans lequel on donne les rotations R dues au
s à 1gr de sel par centimètre cube. On a pris pour
on de l'eau. Les expériences se rapportent à la
du sodium.

l'eau.	Densité des dissolutions.	R.
	1,4331	— 1,343
	1,2141	— 0,701
....	1,1903	— 0,528
	1,0548	— 0,521
	1,6933	— 15,869
	1,5315	— 12,446
	1,3230	— 8,059
³..............	1,1681	— 4,822
	1,0864	— 3,215
	1,0445	— 2,177
	1,0232	— 2,153

rotatoire moléculaire de ces corps croît avec la

(¹) urnal de Physique, 1re série, t. VIII, p. 204; 187?.

densité; M. Becquerel fait observer l'analogie de cet accroissement avec celui du pouvoir magnétique moléculaire du fer dans des mélanges homogènes de fer en poudre et de résine. Ces mélanges prennent dans un champ magnétique uniforme une quantité de magnétisme d'abord proportionnelle au poids de fer contenu dans le mélange, mais qui augmente ensuite beaucoup plus rapidement dès que la proportion de fer dépasse une certaine limite.

En ce qui concerne la dispersion des plans de polarisation par les substances négatives, M. Becquerel trouve que le rapport des rotations produites par un même corps à la rotation de la lumière jaune est un nombre constant, sensiblement en raison inverse de la quatrième puissance de la longueur d'onde.

POUVOIR ROTATOIRE MAGNÉTIQUE DES GAZ ET DES VAPEURS. — Les variations de température influent peu sur le pouvoir rotatoire magnétique des solides ou des liquides. On pourrait donc supposer que les corps, en passant de l'état liquide à l'état gazeux, conservent, au moins en grande partie, leur pouvoir rotatoire moléculaire. L'expérience contredit formellement cette prévision. Dans une première série de recherches, M. Bichat [1] constata que le pouvoir rotatoire, si considérable, du bichlorure d'étain ne se conserve pas dans les vapeurs de ce liquide. Faraday, de son côté, n'avait pu reconnaître de trace de pouvoir rotatoire électromagnétique dans l'oxygène, l'azote, l'acide sulfureux, l'ammoniaque, etc. Et, en effet, ces pouvoirs rotatoires sont si faibles que, pour les constater avec certitude et surtout pour les mesurer, il faut employer un champ magnétique d'une intensité extraordinaire et des appareils de mesure excessivement délicats.

Le pouvoir rotatoire de la vapeur de sulfure de carbone a été découvert, d'une manière à peu près simultanée, par M. Bichat [2] et M. H. Becquerel [3], à l'aide d'appareils ana-

---

[1] BICHAT, *Thèse de doctorat*. Paris, 1873 (*Annales de l'École Normale supérieure*, 2e série, t. III, p. 277).

[2] BICHAT, *Pouvoir rotatoire magnétique des liquides et de leurs vapeurs* (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 204; 1879).

[3] H. BECQUEREL, *Pouvoir rotatoire magnétique des gaz* (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 198; 1879.)

logues à celui que nous allons décrire pour les gaz. Le rayon lumineux traverse une longue colonne de vapeur suivant l'axe d'une bobine animée par un courant puissant. On amplifie la rotation en faisant réfléchir plusieurs fois le rayon lumineux polarisé sur deux miroirs presque parallèles, situés en dehors du tube qui contient la vapeur et à peu de distance de ses extrémités.

M. H. Becquerel ayant montré que, pour les liquides, le pouvoir rotatoire magnétique est caractérisé par la valeur de la fonction $\frac{R}{n^2(n^2-1)}$, il y avait lieu de chercher si cette fonction conserve sa valeur pour un même corps pris à l'état liquide et à l'état de vapeur. Or M. Becquerel a trouvé pour cette quantité le nombre 0,234 pour la vapeur de sulfure de carbone et 0,231 pour le sulfure de carbone liquide. M. Bichat est arrivé à un résultat analogue; il a étendu avec succès la même comparaison à l'acide sulfureux, gazeux et liquide [1].

La découverte et l'étude du pouvoir rotatoire des gaz sont dues à M. H. Becquerel [2]. L'appareil qu'il a employé, pour les gaz et pour les vapeurs, est un tube T en cuivre de $0^m,12$ de diamètre intérieur et de 3^m de long et qui peut être fermé par des glaces parallèles, travaillées avec le plus grand soin. Ce tube est monté horizontalement sur une poutre qui sert également à fixer le système optique. Six grosses bobines de $0^m,50$ de long peuvent se glisser autour du tube. Chacune d'elles contient environ 15^{kg} de fil de cuivre de 3^{mm} de diamètre. L'action magnétique est obtenue en faisant passer dans ces bobines le courant de 80 éléments Bunsen. Les rayons lumineux d'un chalumeau à gaz oxyhydrique, polarisés par un très gros polariseur à pénombre, traversent plusieurs fois le tube, après s'être réfléchis sur des miroirs de verre argenté; on peut employer jusqu'à neuf passages sans cesser d'obtenir des images suffisamment nettes.

---

(1) BICHAT, *Pouvoir rotatoire magnétique des gaz et de leurs vapeurs* (*Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 27; 1880).

(2) BECQUEREL, *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 198, et t. IX, p. 265; 1879-80.

Bien que les glaces de verre qui ferment le tube soient à $0^m,14$ en dehors des bobines, elles sont encore soumises à une action magnétique dont il est nécessaire de tenir compte. Le meilleur moyen consiste à mesurer la rotation produite par l'air atmosphérique, à la pression ordinaire, successivement avec ou sans les glaces. Pour comparer le pouvoir rotatoire d'un gaz à celui du sulfure de carbone, on mesure la rotation produite sous l'action d'un même courant électrique, à travers la colonne de gaz et à travers un tube t de $0^m,50$ de long, rempli de sulfure de carbone et placé suivant l'axe du tube T. On prend la moyenne des résultats obtenus dans les diverses situations que le tube t peut occuper d'une extrémité à l'autre du tube principal.

Pour donner une idée de l'ordre de grandeur des rotations mesurées dans ces expériences, il suffira de dire que la rotation produite par une colonne d'air de 27^m (neuf passages du rayon lumineux) est en moyenne de $6',17$ pour la lumière rouge et de $7',67$ pour la lumière verte. L'appareil de M. Becquerel permet de constater avec certitude une rotation de $1'$ seulement.

Les pouvoirs rotatoires magnétiques des divers gaz relatifs R et absolus ρ sont donnés, d'après M. H. Becquerel, dans le Tableau suivant et se rapportent à la raie D.

	R par rapport au sulfure de carbone.	ρ (en minutes).	$\frac{R}{n^2(n^2-1)}$.
Oxygène	0,000146	0,00000633	0,249
Air atmosphérique	0,000159	0,00000690	0,277
Azote	0,000161	0,00000699	0,274
Acide carbonique	0,000302	0,00001310	0,332
Protoxyde d'azote	0,000393	0,00001705	0,381
Acide sulfureux	0,000730	0,00003168	0,548
Gaz oléfiant	0,000802	0,00003480	0,590

Quant à la dispersion des plans de polarisation, les gaz autres que l'oxygène paraissent se comporter comme les liquides diamagnétiques, c'est-à-dire que les pouvoirs rotatoires varient sensiblement en raison inverse du carré de la longueur d'onde; mais l'oxygène présente une dispersion anomale des

lans de polarisation. Le rouge paraît présenter une rotation égèrement supérieure à celle du vert. C'est une singularité de lus à ajouter à celles que nous ont déjà offertes les corps magnétiques considérés à l'état liquide.

ROTATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DU PLAN DE LA POLARISATION ATMOSPHÉRIQUE. — Arago [1] découvrit que la lumière du ciel est olarisée dans un plan contenant le centre du Soleil, l'observateur et le rayon reçu par l'œil. Wheatstone utilisa cette bservation pour disposer la plus singulière des horloges : elle e réduisait essentiellement à un tube incliné suivant l'axe du nonde, fermé d'une part par une lame mince cristallisée, de 'autre par un analyseur. On tourne la lame mince de manière faire disparaître les couleurs et alors la section principale de a plaque coïncide avec le plan de polarisation de la lumière ncidente, c'est-à-dire passe par le centre du Soleil. Le mouement de la lame entraîne une aiguille qui se déplace sur un adran. Ainsi se trouve constituée l'horloge ; d'après Wheattone, elle indique l'heure à cinq minutes près.

Quand le Soleil est près de l'horizon, le phénomène de la olarisation atmosphérique paraît se compliquer. Elle atteint on maximum à 90° du Soleil, elle diminue à partir de là jusu'en un point où elle est nulle et que l'on appelle *point eutre ;* au-dessous de ce point, le plan de polarisation est perendiculaire au plan du Soleil. Babinet [2] a indiqué un autre oint neutre un peu en dessus du Soleil quand il est près de 'horizon ; enfin Brewster [3] en a trouvé un troisième un peu u-dessous.

Babinet a fourni une explication à peu près satisfaisante de a polarisation atmosphérique. Il l'attribue à des réflexions prouvées par la lumière solaire à l'intérieur de l'atmosphère errestre, apparemment sur de très petites gouttes ou vésiules d'eau. Nous n'entrerons à ce sujet dans aucun détail.

---

(1) ARAGO, *Mémoires de la classe des Sciences mathématiques de l'Institut impérial de France* : 1811.

(2) BABINET, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*. . IX, p. 618, et t. XX, p. 801 : 1839-1845.

(3) BREWSTER, *Brit. Assoc. Rep.*, 1842 et 1853, *Comptes rendus des éances de l'Académie des Sciences*, t. XX, p. 803, et t. XXX, p. 532, etc.

Nous nous bornerons à signaler une particularité de la polarisation atmosphérique que M. H. Becquerel est parvenu à rattacher au sujet qui nous occupe en ce moment.

M. H. Becquerel (¹) a trouvé que le plan de polarisation de la lumière atmosphérique ne passe pas exactement par le Soleil, alors même que l'astre passe au méridien. Or, dans ces conditions, on ne peut faire intervenir, pour expliquer le défaut de coïncidence, la superposition aux rayons, issus du Soleil et réfléchis une fois, de rayons émanant de la Terre ou de l'atmosphère elle-même; car le plan du Soleil étant un plan de symétrie pour l'éclairement général de la Terre et de l'atmosphère doit aussi être un plan de symétrie pour les phénomènes de polarisation. M. H. Becquerel a démontré que le sens et l'ordre de grandeur de la déviation du plan de polarisation, par rapport à ce plan de symétrie, indiquent l'existence d'une rotation électromagnétique opérée sous l'influence du magnétisme terrestre. En effet, cette déviation est nulle dans un plan perpendiculaire à l'aiguille d'inclinaison, et maximum dans le plan du méridien magnétique : elle est dirigée vers l'est; enfin, sa grandeur est en accord avec ce que l'on peut attendre de l'intensité connue du champ magnétique terrestre, de la grandeur connue de la rotation qu'elle imprimerait au plan de polarisation pour une épaisseur d'air traversée égale à 1^m, et de l'épaisseur probable traversée par les rayons réfléchis qui donnent lieu à la polarisation atmosphérique. Nous renverrons au Mémoire original pour les détails de la méthode expérimentale employée et des résultats obtenus. Il nous suffit d'avoir indiqué en principe cette curieuse démonstration de l'existence du pouvoir rotatoire dans les gaz. Il nous est offert par une sorte d'appareil de rotation électromagnétique établi sur une immense échelle par la nature elle-même.

SIMULTANÉITÉ DU PHÉNOMÈNE ÉLECTRIQUE ET DU PHÉNOMÈNE OPTIQUE. — Pour reconnaître si la polarisation rotatoire magnétique est un phénomène instantané, MM. Bichat et

(¹) H. Becquerel, *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XIX, p. 90 (1880), et *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. VIII, p. 51.

Blondlot (¹) ont eu l'ingénieuse idée d'étudier la polarisation rotatoire magnétique produite par des décharges électriques. Entre un polariseur et un analyseur à l'extinction, ils ont placé un corps transparent (flint lourd ou sulfure de carbone) dans une bobine à fil long et fin reliée aux armatures d'une batterie. Dans le circuit de celle-ci se trouve un excitateur dont on règle d'avance la distance explosive. Au moment de chaque décharge, on constate une vive réapparition de lumière. Ainsi le plan de polarisation est dévié par les décharges électriques.

Pour analyser le phénomène, on dispose devant l'appareil optique un miroir auquel on imprime un mouvement de rotation rapide autour d'un axe vertical : le polariseur est muni d'une fente également verticale dont on observe l'image dans le miroir au moyen d'une lunette. Par une disposition convenable, on force l'étincelle à éclater au moment même où, dans son mouvement de rotation, le miroir renvoie l'image de la fente dans le champ de la lunette; on observe que cette image se compose d'une série de larges bandes lumineuses séparées par des bandes obscures plus étroites; si l'on tourne l'analyseur dans un certain sens, toutes les bandes de rang impair disparaissent; il faut le tourner en sens contraire pour éteindre celles de rang pair. Il est donc établi que le plan de polarisation de la lumière qui a traversé le tube oscille de part et d'autre du plan de polarisation de l'analyseur. Il doit en être ainsi si la décharge de la batterie est oscillante.

Pour savoir ce qu'il en est, il suffirait de regarder l'image de l'étincelle dans un miroir tournant. Mais MM. Bichat et Blondlot ont voulu aller plus loin : à l'aide d'un miroir fixe auxiliaire, ils ont ramené l'image de la décharge sur le même miroir tournant qui reçoit la lumière polarisée, et ils ont ainsi obtenu deux systèmes d'images disposées verticalement les unes au-dessus des autres. Ils ont constaté que, quelle que soit la vitesse communiquée au miroir tournant, les bandes brillantes de l'un des systèmes forment exactement le

(¹) Bichat et Blondlot, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. I, p. 364; 1882.

prolongement des bandes lumineuses de l'autre. Ils en concluent, avec une certitude parfaite, que *les deux phénomènes électrique et optique sont simultanés.*

M. Blondlot [1] a récemment étendu cette conclusion au phénomène de Kerr, ou de la double réfraction électrique, que nous décrirons un peu plus loin.

ROTATION PAR LES CORPS OPAQUES. — M. Kundt [2] a découvert que le fer, le cobalt, le nickel, déposés sur le verre par voie électrolytique, en couches assez minces pour être transparents, présentent à un haut degré le phénomène de la polarisation rotatoire magnétique. Dans une expérience, une lame de fer de $0^{mm},00055$ a fourni une rotation de $1^{\circ},48$, plus de 30000 fois plus grande que celle que donnerait une lame de verre de même épaisseur; le cobalt donne une rotation voisine de celle du fer, le nickel une rotation environ moitié moindre. Il est à remarquer que toutes les rotations ainsi observées sont positives, contrairement à ce qui a lieu pour les sels de fer.

La variation de la rotation électromagnétique du fer avec l'intensité du champ présente une analogie étroite avec la variation de son aimantation : la rotation croît d'abord proportionnellement à l'intensité du champ, puis atteint un maximum dans un champ d'environ 20000 unités. Pour une épaisseur de fer d'environ 1^{cm}, la rotation maxima peut être évaluée à 200000°; elle est donc environ 13800 fois celle du sulfure de carbone.

La dispersion des plans de polarisation dans le fer est anormale; la rotation pour les rayons rouges est notablement plus grande que pour les rayons bleus.

M. Kerr [3] a annoncé que, lorsque la lumière pola-

(1) BLONDLOT, *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 91; 1888.

(2) KUNDT, *Sitzungsberichte der k. p. Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, t. XXXIV, p. 761; 1884; et t. XLVIII; 1885. Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. III, p. 496, et t. V, p. 76.

(3) KERR, *Assoc. Brit.* (1876); *Philosophical Magazine*, 5e série, t. III, p. 321, et t. V, p. 161. *Voir* aussi sur le même sujet FITZGERALD, *Proceedings of the Royal Society*, t. XXV, p. 447; 1876; RIGHI, *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. IV, p. 433; 1885.

risée est réfléchie sur les pôles d'un électro-aimant de fer, le plan de polarisation tourne d'un angle sensible dans le sens inverse de la direction du courant qui produit l'aimantation. M. Hall ([1]) a confirmé ce résultat; il l'a étendu au nickel et au cobalt, mais n'a pu en fournir d'interprétation satisfaisante.

L'explication de ces curieux phénomènes, fournie par M. Kundt ([2]), les rattache étroitement aux précédents. On peut rendre compte de toutes les circonstances observées par M. Kerr, pour une incidence normale ou oblique, en admettant que la lumière réfléchie par le fer, le nickel ou le cobalt a d'abord pénétré à une certaine profondeur dans le métal. C'est dans le double trajet à travers la couche mince superficielle que se produit la rotation du plan de polarisation. Il suffit, en effet, de déposer une couche mince d'argent ou de cuivre à la surface du fer de l'électro-aimant pour que la rotation se trouve annulée.

La dispersion anormale des plans de polarisation offerte par le fer se retrouve aussi bien dans le cas de la réflexion que dans celui de la transmission. Enfin M. Kundt établit que la rotation par réflexion présente un maximum quand l'intensité du champ atteint 20000 unités, c'est-à-dire en même temps que la rotation par transmission.

PHÉNOMÈNES DE KERR. — La polarisation rotatoire magnétique n'est pas le seul phénomène optique produit sous l'influence de l'électricité. M. Kerr ([3]) a découvert que, quand un isolant solide ou liquide est soumis à l'électrisation, il devient biréfringent, d'une manière lente s'il est solide, immédiate s'il est liquide. La double réfraction ainsi produite est uniaxiale et peut être comparée à celle que produit une compression ou une traction dans une lame de verre isotrope. Cette com-

---

([1]) HALL, *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XII, p. 171; 1881.

([2]) KUNDT, *loc. cit.*

([3]) KERR, *Philosophical Magazine*, 4e série, t. L, p. 337 et 446 (1875); 5e série, t. VIII, p. 85 (1879), et t. IX, p. 157 (1880). Ces Mémoires sont analysés dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. IV, p. 376; t. V, p. 99; t. VIII, p. 414, et t. IX, p. 255.

pression ou cette traction est dirigée suivant les lignes de force du champ.

Pour observer le phénomène de M. Kerr, sur le verre par exemple, on prendra une plaque rectangulaire de verre bien pur, d'environ 2cm d'épaisseur, 5cm de largeur et 15cm de longueur, que l'on percera, parallèlement aux grandes faces et dans le sens de la plus grande longueur, de deux trous de 0cm,2 à 0cm,3 de diamètre, situés sur le prolongement l'un de l'autre et suivant l'axe de la lame. Ils sont destinés à recevoir deux tiges de cuivre en relation avec les deux pôles de la bobine de Ruhmkorff; leurs extrémités doivent être séparées dans le verre par un intervalle de 0cm,6 environ. La lame vernie, sauf dans la région où l'on veut observer, est placée dans le sens de son épaisseur entre un analyseur et un polariseur réglés à l'extinction; la ligne des pôles de la bobine, dont la direction coïncide avec celles des lignes de force du champ, est à 45° du plan de polarisation de l'analyseur. Enfin un excitateur placé dans le circuit de la bobine donne passage à un courant d'étincelles dont la longueur moyenne était de 15cm dans les expériences de M. Kerr. La lumière reparaît dans le champ au bout de deux secondes, faible d'abord, puis de plus en plus brillante, et atteint son maximum en trente secondes au plus. Elle ne peut être éteinte par la rotation de l'analyseur, mais on ramène aisément l'extinction par un compensateur formé d'une lame de verre que l'on étire dans une direction faisant un angle de 45° avec le plan de polarisation de l'analyseur.

Quand on supprime l'action de la bobine, la lumière s'affaiblit d'abord très vite, puis de plus en plus lentement. Si l'expérience a duré longtemps, l'extinction complète peut mettre plus d'une heure à se produire. Le verre se comporte comme s'il était comprimé dans le sens des lignes de force, c'est-à-dire qu'il présente la double réfraction uniaxe négative : il en est de même du quartz. La résine, au contraire, prend la double réfraction uniaxe positive.

Pour opérer sur un liquide, on le place dans une cuve à faces parallèles percée de deux trous obliques par lesquels pénètrent des fils conducteurs : ceux-ci sont terminés par des boucles éloignées l'une de l'autre de quelques millimètres.

La cuve étant remplie de sulfure de carbone par exemple, l'axe des fils conducteurs horizontal, et le plan de polarisation de la lumière incidente faisant un angle de 45° avec l'horizon et avec les lignes de force du champ, on éteint la lumière à l'aide d'un analyseur, puis on met en activité la source électrique. Celle-ci doit permettre d'obtenir la plus grande différence de potentiel possible entre les fils, sans toutefois que l'étincelle jaillisse entre eux à travers le liquide; comme dans l'expérience précédente, l'étincelle est produite dans un excitateur intercalé dans le circuit.

Aussitôt que la source électrique entre en activité, on voit la lumière reparaître par intermittences : elle disparaît juste au moment où les décharges se produisent.

La lumière est particulièrement intense dans l'axe du champ électrique et l'on distingue deux plages plus lumineuses vers les extrémités des fils. On fait disparaître la lumière par la compression de la lame de verre du compensateur, et l'on observe qu'elle s'éteint d'abord dans les régions centrale et extérieure du champ, et seulement par une compression plus énergique dans la région voisine de l'extrémité des fils. La double réfraction développée dans le sulfure de carbone est donc : 1° positive, c'est-à-dire de sens contraire à celle qui se développe dans le verre; 2° d'autant plus énergique que le champ électrique est lui-même plus intense.

M. Kerr a cherché comment varie la différence de marche des deux rayons qui se propagent dans une même direction à travers le sulfure de carbone, quand on fait varier l'intensité du champ électrique, c'est-à-dire la différence de potentiel des deux conducteurs. A cet effet, il a mesuré les différences de marche x à l'aide du compensateur de Jamin ([1]), les différences de potentiel V à l'aide de l'électromètre à longue échelle de Sir W. Thomson ([2]), et il a opéré en plaçant les deux électrodes à des distances D variables. Il a reconnu que la différence de marche x au centre du champ variait proportionnellement à $\frac{V^2}{D^2}$. On s'en convaincra par l'examen du Ta-

([1]) *Voir* t. III, 3e fascicule.
([2]) *Voir* t. IV, 1er fascicule.

bleau suivant, dans lequel toutes les grandeurs sont mesurées en unités arbitraires.

D	V.	α observé	α calculé.
1	60	63	63,1
2	90	36	35,5
2	120	64	63,1
3	90	16	15,8
3	120	27	28,0
4	120	15	15,8
4	150	24	24,6

La différence de marche des deux rayons ordinaire et extraordinaire varie donc proportionnellement au carré de l'intensité du champ électrique, ou proportionnellement à l'attraction qui s'exerce entre les conducteurs qui limitent le champ.

Parmi les liquides étudiés par M. Kerr, les uns sont positifs, comme le sulfure de carbone, d'autres négatifs, d'autres enfin inactifs.

Liquides positifs.	Liquides négatifs.	Liquides inactifs.
Sulfure de carbone.	Huile de colza.	Chlorure de soufre.
Cumol.	— d'amandes douces.	Perchlor. d'antimoine.
Huile de paraffine (D = 0,890).	— d'olive.	— de carbone.
Bichlor. de carbone.	— de pavot.	— de phosphore.
Xylol.	— de navette.	Sulfure d'allyle.
Toluol.	— de noix.	
Cymol.	— de graine de moutarde.	
Benzol.	— de lin.	
Amylène.	— de phoque.	
Huile de paraffine (D = 0,814).	— de foie de morue.	
Blanc de baleine.	— de lard.	
Térébène.	— de pied de bœuf.	
Bromotoluol.		
Acide valérique.		

Dans ce Tableau, les liquides sont rangés autant que possible dans l'ordre décroissant de leurs pouvoirs électro-optiques.

Les liquides inactifs de la troisième colonne sont des liquides conducteurs. Quelques liquides de cette catégorie offrent cependant une action électro-optique spéciale, étudiée par M. Kerr sur le nitrobenzol. Quand on pratique une petite interruption sur l'un des conducteurs extérieurement à la cellule qui contient le liquide, l'œil placé derrière l'analyseur à l'extinction voit réapparaître subitement la lumière à chaque étincelle qui jaillit à travers l'interruption. M. Röntgen (1), en intercalant dans le circuit une ou deux bouteilles de Leyde, a observé le même effet avec la glycérine, l'acide sulfurique et même l'eau distillée.

Les effets électro-optiques que nous venons de signaler ne sont peut-être pas les seuls. M. Kerr a observé avec le bichlorure d'étain, employé dans les mêmes circonstances que les liquides précédents, une légère rotation du plan de polarisation de la lumière incidente dans un sens tel que l'angle aigu que fait le plan de polarisation avec les lignes de force du champ se trouve diminué (2).

---

(1) Röntgen, *Wied. Ann.*, t. X, p. 77, et *Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 253; 1880.

(2) De même que les actions électriques développent les phénomènes optiques que nous venons d'étudier, on peut dire qu'inversement la lumière soit susceptible de provoquer certains phénomènes électriques (Couples photo-électriques de M. Righi, *Journal de Physique*, 2e série, t. VII, p. 153; Phénomènes actino-électriques, étudiés par MM. Stoletow, Bichat, etc., *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*; 1888; *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 247). Tous ces phénomènes sont encore trop peu connus pour qu'il nous soit permis d'y insister ici.

FIN DU TROISIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

TABLE DES MATIÈRES

›U TROISIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

LES AIMANTS.
MAGNÉTISME, ÉLECTROMAGNÉTISME, INDUCTION.

CHAPITRE PREMIER.

Potentiel magnétique.

CHAPITRE II.

Mesure de H.

CHAPITRE III.

Électromagnétisme.

CHAPITRE IV.

Électrodynamique.

CHAPITRE V.

Appareils et mesures électromagnétiques.

CHAPITRE VI.

Induction dans les circuits linéaires.

CHAPITRE VII.

Induction dans un circuit quelconque.

CHAPITRE VIII.

Étincelle d'induction.

CHAPITRE IX.

Détermination de l'ohm.

CHAPITRE X.

Influence magnétique.

CHAPITRE XI.

Étude expérimentale des aimants.

CHAPITRE XII.

Corps magnétiques et diamagnétiques.

CHAPITRE XIII.

Actions diverses du champ magnétique.

CHAPITRE XIV.

Électro-optique.

ABLE DES MATIÈRES,

PAR ORDRE ALPHABÉTIQUE,

IÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

OISIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

DES TABLES DU TROISIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

QUATRIÈME FASCICULE.

MÉTÉOROLOGIE ÉLECTRIQUE.

ᵓPLICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ.

THÉORIES GÉNÉRALES.

COURS
DE PHYSIQUE
DE
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

MÉTÉOROLOGIE ÉLECTRIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE.

ıtiel en un point de l'air. — Phénomènes que l'on observe par un nps serein. — Charge normale de la Terre. — Variations diurnes potentiel. — Électricité des nuages. — Orages. — Historique. — lair. — Tonnerre. — Influence des nuages orageux sur le sol. — oc en retour. — Effets généraux de la foudre. — Paratonnerres.

ᵌs phénomènes naturels, qui vont faire l'objet de notre le, se divisent en deux classes correspondant respectivet aux deux sortes d'actions électriques que nous avons gnées sous le nom d'*actions électrostatiques* et *électronétiques*.

ᵌs premiers ont pour siège notre atmosphère, où ils dont lieu aux manifestations grandioses qu'on observe par les ps d'orage. A peine les physiciens étaient-ils parvenus à ıcher l'explication de l'éclair et du tonnerre à celle des celles électriques de nos machines, qu'ils furent conduits

à découvrir l'existence permanente d'actions électrostatiques dans l'air libre et à en rechercher la cause, encore imparfaitement connue aujourd'hui (*Électricité atmosphérique*).

Les seconds ont certainement leur siège principal dans les profondeurs du globe et se manifestent surtout par la direction de l'aiguille aimantée, sommairement étudiée dans un précédent fascicule. On peut y rattacher les beaux phénomènes lumineux des aurores polaires (*Magnétisme terrestre*).

L'étude de ces phénomènes appartient à la fois à la Météorologie et à la Physique générale : à la Météorologie par la recherche de leurs éléments en un point du globe et de leurs variations, soit avec les coordonnées géographiques, soit avec le temps; à la Physique par la construction et la théorie des instruments mis en œuvre, et par un certain nombre de résultats. Ainsi, pour n'en citer qu'un exemple, la mesure absolue de l'intensité électromagnétique d'un courant, effectuée à l'aide de la boussole des tangentes, exige la connaissance ou la mesure préalable de la composante horizontale du champ magnétique terrestre. C'est surtout au point de vue de la Physique pure que nous avons cru devoir nous placer.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE.

POTENTIEL EN UN POINT DE L'AIR. — Nous ne mesurons que des différences de potentiel, et nous avons pris arbitrairement pour origine le potentiel inconnu du sol considéré comme un grand conducteur homogène. On peut se proposer de déterminer la différence de potentiel V entre un point P d'une masse d'air limitée ou de l'atmosphère libre et le sol ou, plus explicitement, entre le point P de l'air et un conducteur métallique communiquant avec le sol par la plus large surface possible. On réalise cette communication soit par l'intermédiaire des conduites d'eau et de gaz, soit, à défaut de ces canalisations, à l'aide de plaques de métal de grande étendue immergées dans une eau courante ou tout au moins dans un sol humide.

Le procédé le plus simple que l'on puisse employer consiste à placer en P une petite sphère métallique en communication avec le sol par un fil conducteur de masse négligeable. Soient

M la charge de la sphère, R son rayon. Le potentiel de la sphère est égal à celui du sol que nous avons pris pour origine, et se compose de deux parties : 1° l'excès de potentiel V à évaluer; 2° le potentiel $\frac{M}{R}$ produit à l'intérieur de la sphère par la charge M. On a donc

$$V + \frac{M}{R} = 0,$$

$$(1) \qquad V = -\frac{M}{R}.$$

On isole la sphère et on la transporte en un lieu où le champ électrique est nul (dans une salle close, par exemple). Il ne reste qu'à déterminer la charge M, par la balance de Coulomb, ou par tout autre procédé. On pourrait aussi mesurer le nouveau potentiel V_1 acquis par la sphère

$$V_1 = \frac{M}{R} = -V.$$

Une autre méthode, employée déjà par de Saussure [1], consiste à terminer au point P où l'on veut évaluer le potentiel une pointe fine en communication avec un conducteur isolé placé dans une région où le champ électrique est nul. L'électricité appelée par influence sur la pointe s'échappe dans l'air, jusqu'à ce que l'électricité de nom contraire accumulée sur le conducteur y ait produit un potentiel égal à celui au point P.

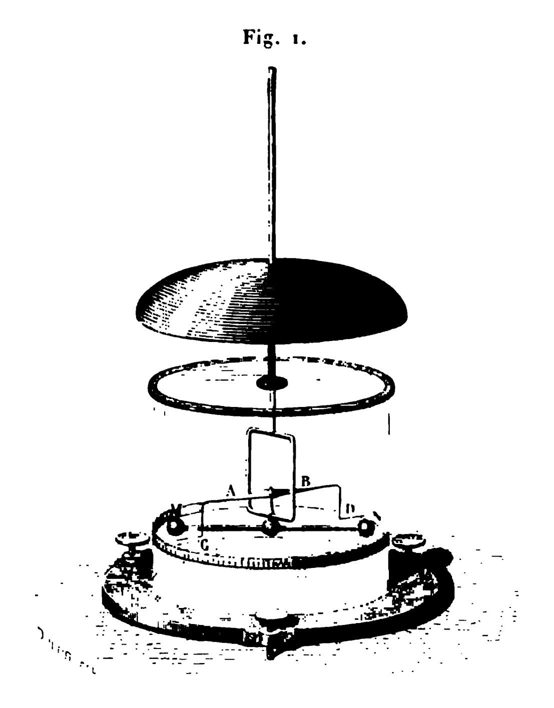
Pour manifester l'*électrisation de l'air*, Saussure employait aussi un électroscope à feuilles d'or surmonté d'une pointe de ...ivre de 1^m de longueur environ. Il constatait que, quand ... place cet appareil en plein air, les feuilles d'or divergent ...sont en général chargées positivement, tandis qu'on n'observe aucune déviation dans une salle close. Les effets paraissent liés à la longueur de la pointe, et celle-ci ne pouvant être prolongée indéfiniment, de Saussure eut l'idée de lancer en l'air une sphère conductrice [remplacée plus tard par une flèche,

(1) De Saussure, *Voyage dans les Alpes*, t. II, p. 165 et 175.

dans les expériences de MM. Becquerel et Breschet [1])] en communication par une chaîne métallique, terminée par un anneau, avec la tige de l'électromètre, et il vit encore les effets s'exagérer à mesure que la sphère était lancée plus haut.

Plus tard, Peltier [2] disposa l'appareil figuré ci-contre (*fig.* 1). La tige verticale de l'électromètre se termine à sa partie inférieure par un fil métallique horizontal MN muni de

Fig. 1.



deux boules à ses extrémités et d'un pivot à son centre; sur ce pivot se place une aiguille aimantée AB. Si l'on dirige MN dans le plan du méridien magnétique et si le potentiel commun de MN et de AB ne diffère pas du potentiel du sol, les extrémités C, D d'un fil conducteur fixé à l'aiguille sont en

(1) BECQUEREL et BRESCHET, *Comptes rendus*, t. VI, p. 258; 1838.

(2) PELTIER, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. V, p. 72; 1842.

contact avec MN; mais, dès que l'appareil est en expérience à l'air libre, on voit l'aiguille AB dévier d'un angle d'autant plus grand que le potentiel V, au point P de l'atmosphère où se termine la pointe, est lui-même plus élevé.

A ces appareils imparfaits on substitue aujourd'hui l'électromètre à quadrants ou l'électromètre à longue échelle de Sir W. Thomson. On se borne le plus souvent à mettre les deux paires de quadrants ou les deux poteaux de l'appareil en communication respectivement avec le sol et avec une pointe métallique portée par un mât plus ou moins élevé sur lequel on la déplace à volonté; mais l'usage d'une pointe ne peut plus être considéré comme absolument correct. Nous savons, en effet, que l'électricité ne s'échappe par les pointes qu'à partir d'une certaine valeur minimum de la pression électrostatique, c'est-à-dire qu'il subsiste toujours entre la pointe et la région de l'atmosphère qui l'avoisine une certaine différence de potentiel minimum d'autant plus faible que la pointe est plus effilée, mais toujours assez considérable par rapport à la sensibilité des instruments de mesure.

On obtient des résultats plus corrects en substituant à une pointe un long tube métallique par l'extrémité duquel un liquide conducteur, de l'eau ordinaire par exemple, s'écoule goutte à goutte. Chaque goutte, à l'instant où elle se forme, se charge d'une quantité déterminée d'électricité qu'elle emporte au loin en se détachant, tandis qu'une quantité égale d'électricité de nom contraire demeure sur le conducteur en relation avec le tube et rapproche son potentiel de celui du point P où se forment les gouttes ([1]).

([1]) Soient R le rayon d'une goutte, M sa charge, V_n le potentiel du conducteur après l'écoulement de la $n^{\text{ième}}$ goutte, V_0 son potentiel initial, C sa capacité, V le potentiel de l'air en P. On trouve aisément que

$$V_n = V_{n-1} - \frac{M}{C} = V_0\left(1-\frac{R}{C}\right)^n + V\frac{R}{C}\left[\left(1-\frac{R}{C}\right)^{n-1} + \left(1-\frac{R}{C}\right)^{n-2} + \ldots + 1\right].$$

Quand n croît indéfiniment, le premier terme du second membre a pour limite o, le second a pour limite

$$V\frac{R}{C}\,\frac{1}{1-\left(1-\frac{R}{C}\right)} = V.$$

Ce procédé offre l'inconvénient de ne pas donner de résultats immédiats. D'après M. Pellat (1), ce n'est qu'au bout de plusieurs minutes qu'on peut considérer l'équilibre électrique comme établi par l'écoulement; par suite, dans le cas de variations rapides du potentiel de l'air, le potentiel mesuré est toujours en retard par rapport au potentiel vrai, et quelques-unes des variations de ce dernier peuvent se trouver absolument masquées.

On a proposé de substituer à l'action d'une pointe celle d'une flamme (2), laquelle produit un écoulement de gaz bien plus rapide et, partant, plus efficace. Sir W. Thomson emploie des mèches formées de papier roulé imprégné d'azote de plomb; ces mèches ne s'éteignent pas à l'air, et leur combustion est assez lente pour qu'il ne soit pas nécessaire de les renouveler trop souvent. Mais, d'après M. Pellat (3), leur combustion développe une force électromotrice propre assez considérable dont il est difficile de tenir compte. De plus, l'égalisation apparente des potentiels est encore plus lente à s'établir qu'avec un écoulement d'eau. Un bec métallique, à l'extrémité duquel brûle en veilleuse de l'hydrogène ou du gaz d'éclairage, ne développe qu'une force électromotrice presque insignifiante, et fournirait des indications assez rapides. Mais ce procédé ne paraît pas susceptible d'être employé en plein air.

Quel que soit l'égalisateur de potentiel, flamme, pointe ou tube à écoulement d'eau, les communications avec l'électromètre, ordinairement l'électromètre à quadrants, sont toujours établies de la même manière, dans les observatoires météorologiques.

Un papier photographique déplacé par un mouvement d'horlogerie, normalement au plan d'oscillation de l'aiguille, reçoit l'impression de la tache lumineuse réfléchie par le miroir concave de l'électromètre, et fournit un tracé continu sur lequel on pourra étudier à loisir les variations du potentiel de l'air.

(1) PELLAT, *Leçons sur l'Électricité*, p. 335. Paris, 1890.
(2) Ce procédé a été imaginé par Volta.
(3) PELLAT, *Leçons sur l'Électricité*, p. 336.

On peut établir en voyage des stations provisoires d'observation en installant au bout d'un mât l'égalisateur de potentiel et le mettant en communication avec le conducteur fixe de l'électromètre portatif de Thomson. On fait une première lecture de l'appareil dans cette situation, une deuxième en mettant ce même conducteur au sol : la différence des deux lectures est proportionnelle à la différence de potentiel entre le conducteur et le sol.

On peut enfin, avec l'un quelconque des dispositifs précédents, obtenir des mesures relatives à des stations plus ou moins éloignées du lieu de l'observation. Il suffit d'établir la communication de la station à l'électromètre par un fil isolé, tel qu'un fil télégraphique. Remarquons pourtant que, dans ces dernières expériences, l'indication de l'électromètre n'a plus de signification bien précise : la capacité du fil, dès qu'il est un peu long, est en effet trop considérable pour qu'on puisse regarder l'équilibre électrique comme établi à chaque instant dans toute la masse du conducteur.

PHÉNOMÈNES QU'ON OBSERVE PAR UN CIEL SEREIN. — De l'ensemble des observations connues, il résulte qu'il y a en général une différence de potentiel entre un point quelconque de l'atmosphère et le sol. Cette différence est presque toujours positive quand le ciel est serein, et varie aussi rapidement et aussi fréquemment que les autres éléments météorologiques Si l'on s'élève de plus en plus au-dessus du niveau du sol, elle devient de plus en plus accusée. On n'observe rien sous les toits, car ceux-ci peuvent être assimilés à des conducteurs en communication avec le sol; le potentiel dans l'intérieur des murs est donc égal à celui du sol, sauf le cas où des masses électriques isolées auraient été introduites artificiellement dans la cavité, ce qui n'a pas lieu en général.

L'équilibre électrique sur le sol n'est, à proprement parler, jamais établi d'une manière rigoureuse. Nous admettrons toutefois qu'à un moment donné, la surface du sol, avec tous ses reliefs et ses accidents, constitue une surface équipotentielle. Supposons d'abord que la terre possède une charge électrique totale invariable et qu'il n'y ait dans l'atmosphère aucune masse électrique agissant par influence. A mesure qu'on s'écartera

du sol, les surfaces équipotentielles se déformeront en rappelant d'une manière de plus en plus affaiblie les accidents du relief, et se rapprocheront de plus en plus de surfaces sphériques concentriques à la terre, ou dans une faible étendue, de plans parallèles horizontaux. C'est, en effet, ce que l'on constate par un temps calme et serein. On reconnaît, de plus, qu'au-dessus d'une plaine nue le potentiel au voisinage du sol croît en moyenne de 100 à 300 volts par mètre d'altitude.

Bien que les observatoires où les mesures de potentiel ont lieu d'une manière régulière ne soient pas encore en nombre suffisant, il semble qu'on soit en droit de conclure que cette élévation du potentiel, à partir du niveau du sol, est le phénomène normal; les courbes relevées sur les électromètres donnent, il est vrai, des inversions fréquentes, surtout en temps d'orage; mais l'aire comprise entre la courbe, l'axe du potentiel origine et deux ordonnées suffisamment écartées paraît être toujours positive. S'il en est ainsi en tous les points du globe, il en résulte nécessairement que *la charge de la terre, considérée dans son ensemble, est négative* (¹). Les oscillations et les inversions accusées par l'électromètre révèlent, en outre, que l'état électrique normal, en un point donné du sol, est constamment modifié par des phénomènes d'influence dont l'étude constitue proprement la Météorologie électrostatique du globe.

CHARGE NORMALE DE LA TERRE. — Si l'on admet comme valeur normale de l'accroissement du potentiel au voisinage du sol la valeur de 300 volts ou d'une unité électrostatique C.G.S par mètre, on a

$$\frac{\partial V}{\partial n} = 0,01.$$

La densité superficielle μ de la charge correspondante est

$$\mu = -\frac{1}{4\pi}\frac{\partial V}{\partial n} = -0,008,$$

(¹) Cette hypothèse a été proposée par Sir W. Thomson.

et la charge totale de la terre

$$M = 4\pi R^2 \mu = R^2 \frac{\partial V}{\partial n} = -4{,}05.10^{15},$$

possède une valeur négative extrêmement considérable (¹). La valeur correspondante du potentiel négatif du sol, que nous avons pris pour origine des potentiels, est

$$V = \frac{M}{R} = -6{,}36.10^{6},$$

et correspond à $1{,}908.10^{9}$ volts.

Cependant la pression électrostatique est très faible

$$2\pi\mu^2 = 0{,}0004 \text{ dynes par centimètre carré.}$$

La diminution apparente du poids d'une lame de 1^{cmq} de surface, appuyée sur le sol et provenant de la répulsion électrique, sera inférieure à un demi-millième de dyne ou à un demi-millionième de milligramme.

VARIATION DIURNE DU POTENTIEL. — En suivant attentivement la marche de l'électromètre pendant une période un peu longue, on arrive à dégager les éléments d'une variation diurne régulière, plus ou moins complètement masquée chaque jour par les variations purement accidentelles.

Immédiatement après le lever ou après le coucher du Soleil, la différence du potentiel que l'on mesure croît d'abord avec une extrême rapidité, ensuite avec une grande lenteur, jusqu'à un maximum; après quoi la déviation diminue jusqu'à atteindre un minimum qui précède le moment du coucher ou du lever suivant. Il y a donc par jour deux maxima et deux minima à des heures qui diffèrent un peu suivant les saisons, mais qui, en moyenne, sont réglées comme il suit :

1er minimum.	1er maximum.	2e minimum.	2e maximum.
2 h. du matin.	10 h. du matin.	2 h. après midi.	10 h. du soir.

(¹) Un courant d'un ampère débiterait cette quantité d'électricité en un peu plus de quinze jours et demi.

On a remarqué qu'à 11h du matin la déviation de l'instrument est sensiblement la moyenne de toutes les déviations observées à chaque heure du jour; partant de cette remarque, on peut se contenter, si l'on ne possède pas d'instruments enregistreurs, d'exécuter une observation à 11h et de faire de mois en mois la somme des déviations trouvées.

Ces expériences ont donné un résultat curieux : c'est que les signes électroscopiques sont, en général, bien moindres en été qu'en hiver (1).

Il est d'ailleurs bien difficile d'attribuer un sens précis à ces variations : les potentiels que l'on mesure dépendent à la fois de la charge du globe, qu'on peut considérer comme invariable, de la grandeur absolue des masses électriques contenues dans l'atmosphère, de leur distance moyenne et de leur distribution, qui doivent être essentiellement variables, comme tous les éléments météorologiques. Les vents, les pluies déplacent, au voisinage du sol, des diélectriques et des masses conductrices importantes (les gouttes d'eau) : ce sont sans doute les agents les plus actifs de ces variations.

ÉLECTRICITÉ DES NUAGES. — La formation d'un nuage est due à la condensation de la vapeur renfermée dans un espace donné; dès qu'elle a eu lieu, l'espace occupé par le nuage peut être considéré, au moins d'une manière générale, comme rempli par un corps conducteur qui se trouve substitué à un diélectrique, l'air atmosphérique. Supposons d'abord qu'il n'y eût pas d'électricité dans l'air au point où s'est formé le nuage : celui-ci se charge par l'influence du sol et des masses électrisées qui peuvent exister dans l'atmosphère, et, si la valeur moyenne du potentiel dans la région qu'il occupe est positive, il prendra aussi un potentiel positif, c'est-à-dire supérieur à celui du sol : des quantités égales d'électricités contraires apparaîtront sur les deux faces du nuage, de l'électricité négative à la face supérieure, c'est-à-dire vers les potentiels croissants, de l'électricité positive à sa face inférieure. S'il y avait de l'électricité posi-

(1) D'après QUETELET, *Annuaire météorologique de la France pour 1850*, p. 161.

tive au lieu où s'est formé le nuage, les choses se passeraient à peu près de même, si ce n'est que le potentiel du nuage aurait une valeur positive plus forte et que la quantité d'électricité négative libre à sa face supérieure serait moindre que la quantité d'électricité positive à sa face inférieure. C'est l'inverse qui se produit s'il y a dans l'air de l'électricité négative.

On peut se demander quel est l'ordre de grandeur des charges et des densités électriques ainsi produites sur un nuage. Attribuons, pour plus de simplicité, la forme sphérique au nuage, et assimilons-le à un conducteur parfait. Désignons par M la charge de la terre, par r le rayon du nuage, par d sa distance au centre de la terre. Au premier degré d'approximation, nous pouvons considérer la charge de la terre comme réunie à son centre; alors la densité électrique au point E du nuage le plus voisin du sol est ([1])

$$\mu_1 = \frac{M}{4\pi} \frac{r - 3d}{d(d-r)^2}$$

et, comme r est négligeable devant d,

$$\mu_1 = -3 \frac{M}{4\pi d^2} = -3\mu.$$

La densité électrique au point E du nuage est sensiblement le triple de la densité normale de l'électricité sur le sol, c'est-à-dire presque négligeable ([2]).

Remarquons que, si le nuage se résout partiellement en pluie, les gouttes, en tombant, entraîneront de l'électricité positive; le potentiel du nuage s'abaissera et aura pour limite le potentiel V du sol. La charge x que possède alors le nuage est aisée à évaluer; soient h sa hauteur au-dessus du sol, R le rayon terrestre : on a

$$V = \frac{M}{R} = \frac{M}{R+h} + \frac{x}{r},$$

$$x = \frac{Mhr}{R(R+h)}.$$

([1]) D'après les formules établies au 1er fascicule de ce Volume, relativement à l'influence d'un point sur une sphère.

([2]) Guglielmo, *Sulla causa dei fenomeni elettrici dei temporali*: Firenze, 1887.

Faisons, par exemple, $h = 2r = \frac{R}{6000}$, c'est-à-dire plaçoı nuage à une hauteur moyenne égale à son diamètre et ı peu plus de 1^{km}; on aura, très sensiblement, $x = \frac{M}{7200\text{(}}$ ou, avec la valeur de M adoptée ci-dessus,

$$x = -5,6.10^7.$$

La charge négative du nuage est d'environ 56 millions d'uı électrostatiques. La densité électrique au point le plus vo du sol est nulle; la densité maximum, au point le plus éloi; est très sensiblement

$$\mu_2 = \frac{5}{2}\frac{M}{4\pi R^2}\frac{h}{r} = 5\mu,$$

c'est-à-dire encore très faible. La force répulsive exeı entre le sol et le nuage est à peu près de $5,6.10^5$ dynes d'un peu plus de $0^{kg},5$.

Au lieu de se résoudre partiellement en pluie, le nu: chassé par le vent, peut aussi se trouver momentanémenl contact avec le flanc d'une montagne : le résultat sera se blement le même; le nuage restera chargé d'électricité nı tive distribuée principalement à sa face supérieure. Déta par un coup de vent, il peut s'élever ou s'abaisser dans l mosphère. Son potentiel variera en conséquence et, suiı les circonstances, la pluie qui s'en échappera pourra positive ou négative. L'observation établit même que ce nier cas est de beaucoup le plus fréquent. On doit en conc que la charge de l'atmosphère, prise dans son ensemble négative comme celle du sol, ce qui est d'ailleurs bien ı rel, puisqu'une multitude de causes agissent pour dis: dans l'air la charge du sol.

ORAGES. — Malgré la grandeur énorme de la charge dı et de celle des nuages, les densités électriques mises eı sont en général très faibles, comme nous l'avons montr dessus; elles sont insuffisantes pour produire soit des aigrı lumineuses, soit des décharges électriques de quelque portance.

Il n'en est pas de même dans les conditions spéciales qui e trouvent réalisées pendant les orages. On sait aujourd'hui que ceux-ci sont liés à l'existence de mouvements tourbillonnants de l'atmosphère, et l'observation montre qu'il y a oujours alors plusieurs couches de nuages dont le déplacement relatif est la condition même de l'orage.

On ne peut s'empêcher de songer aux multiplicateurs lectriques qui, par la dépense d'une quantité suffisante l'énergie et à la faveur d'une différence de potentiel initiale, nême très faible, fournissent une série continue d'étincelles. 'énergie mise en œuvre est celle des tourbillons; les grandes ifférences de potentiel nécessaires à la production des étincelles résultent des déplacements relatifs des nuages, que l'on eut comparer aux organes métalliques des multiplicateurs. ette interprétation bien naturelle, proposée par M. Pellat [1], 'impose pour ainsi dire à l'esprit dans son ensemble, bien u'il soit à peu près impossible aujourd'hui de se faire une dée bien précise des mécanismes mis en jeu. Sans entrer à e sujet dans de plus longs développements, nous allons, près un court historique, nous livrer à l'étude expérimentale le la foudre et de ses effets.

HISTORIQUE. — L'idée d'assimiler la foudre à l'étincelle électrique est aussi ancienne que la découverte de cette dernière : on la trouve dans les Ouvrages de presque tous les physiciens qui ont écrit sur l'électricité; mais, si tout le monde cceptait cette opinion comme probable, personne avant ranklin ne songea à en fournir la démonstration expérientale. On sait par quel ingénieux artifice il réussit à nduire jusqu'au sol l'électricité des nuages orageux. Avant tte expérience célèbre du cerf-volant, qu'il exécuta en n 1752, Franklin [2] avait projeté d'établir des tiges isos sur des édifices élevés; mais il ne réalisa pas cette nsée, et c'est Dalibard qui, la mettant à exécution, vit premier, le 10 mai 1752, des étincelles jaillir d'un con-

---

[1] Pellat, *Journal de Physique*, 2e série, t. IV, p. 18; 1885 (*Leçons r l'Électricité*, p. 347 et suivantes).

[2] *Expériences sur l'Électricité*, traduction française par Dalibard.

ducteur établi sur le toit d'une maison. On voit que, si Franklin avait imaginé la méthode, Dalibard le précéda de quelques jours dans le succès. Pendant le même temps, de Romas ([1]) était arrivé de son côté à la même idée d'employer un cerf-volant. Il le fit construire en toile; il lui avait donné une dimension considérable, et en 1753 il exécuta des expériences sans connaître celles que Franklin avait déjà faites. Les résultats furent extraordinaires, car on tira de la corde du cerf-volant, qui était mêlée de fils métalliques, des étincelles de 9 pieds de long, de plus de 1 pouce de large et qui faisaient autant de bruit qu'un coup de pistolet. On voit qu'à cette époque l'identité de la foudre avec l'électricité était dans la pensée de beaucoup de physiciens et qu'ils la démontrèrent presque au même moment.

Éclair. — Ces expériences prouvaient irrécusablement que l'éclair n'est que l'étincelle électrique et le tonnerre que le bruit de cette étincelle; mais, après cette assimilation faite en gros, il restait à expliquer toutes les circonstances offertes par l'éclair et le tonnerre. On peut mesurer la distance du nuage à l'observateur par l'intervalle qui s'écoule entre l'éclair et le tonnerre, et, en appréciant approximativement l'angle sous-tendu par les deux extrémités de l'éclair, on peut calculer à peu près son étendue. On trouve que souvent sa longueur atteint 20 à 30 kilomètres, et il paraît difficile au premier abord d'admettre une puissance électrique assez considérable pour donner lieu à une étincelle unique de pareille grandeur. Cette difficulté disparaît si l'on remarque qu'un nuage n'est point un conducteur métallique, mais une masse discontinue où l'électricité peut être très inégalement distribuée et où peut se produire une série d'étincelles successives se continuant de l'une à l'autre, à peu près comme cela se voit avec les tubes étincelants. Au reste, nous avons vu précédemment que la différence de potentiel nécessaire pour produire une étincelle n'augmente pas en proportion de la longueur dès que celle-ci dépasse une certaine valeur et paraît, au con-

([1]) *Mémoires des Savants étrangers*, t. II, p. 393, et t. III, p. 514.

·e, tendre vers une limite finie qui peut fort bien être inte entre deux nuages électrisés.

NNERRE. — Du moment qu'un éclair est formé d'étin-3s électriques, le tonnerre en est le bruit. Mais il y a dans deux faits que nous voulons assimiler une différence no-e, car le bruit d'une étincelle est sec et ne se prolonge tandis que celui du tonnerre se compose d'éclats succes-ordinairement suivis par un grondement qui se continue 'affaiblissant et se termine en mourant sourdement. Cette rence n'est point caractéristique, et l'on peut aisément pliquer. On conçoit, en effet, que le bruit de l'étincelle, le que soit la cause qui le produit, doit naître en chacun es points à la fois et arriver en même temps à l'oreille; ıème le bruit d'un éclair prend naissance au même mo-t en chacune de ses parties, mais à des distances très rses de l'observateur, et il ne peut lui parvenir que suc-ivement, après avoir mis des temps inégaux pour arriver différents points de l'éclair à l'oreille. Il résulte de là si l'éclair était rectiligne, le tonnerre serait toujours un dement dont l'intensité, maximum au commencement, oîtrait continûment; mais, comme l'éclair est en zigzag, ue portion rectiligne qui le compose envoie un son plus ıoins intense suivant sa direction, et le tonnerre se com-de bruits successifs inégalement forts : de là des éclats, renforcements et des affaiblissements.

FLUENCE DES NUAGES ORAGEUX SUR LE SOL. — Le plus souvent, éclairs partent entre les régions inégalement chargées de ges orageux, et, dans ce cas, ils sont entièrement inoffen-mais il arrive quelquefois que la présence des nuages eux dans l'air détermine sur les parties du sol qu'ils cou-t des phénomènes d'influence que nous allons étudier. ı pression électrostatique à la surface du sol devenant s considérable, on observe divers phénomènes de répul-électrique entre les corps légers et des aigrettes lumi-ıes se montrent sur les pointes métalliques. De nom-ıses observations, les unes très anciennes, les autres ernes, mettent ce résultat hors de doute. Nous renver-

rons à ce sujet à la Notice célèbre sur le tonnerre publiée en 1837 par Arago ([1]), nous bornant à signaler le feu Saint-Elme qu'on aperçoit parfois, en temps d'orage, sur les mâts des navires, et mieux encore sur la pointe des paratonnerres.

CHOC EN RETOUR. — On peut donc considérer comme démontré que tout orage développe par influence, sur la surface du sol, une distribution électrique dont la densité superficielle et la tension peuvent devenir considérables en certains points. Cette action sera très faible sur les corps mauvais conducteurs ou sur les animaux qui seraient isolés du sol; mais elle s'exerce avec une grande énergie sur les terrains bons conducteurs, par conséquent sur les parties du sol qui sont humides, et sur les masses métalliques des édifices. Il est évident, en outre, qu'elle est la plus considérable possible sur les lieux les plus élevés, au sommet des clochers, des arbres ou des mâts. Il faut noter toutes ces circonstances quand on veut expliquer complètement les effets de la foudre.

Si l'on suppose maintenant que le nuage électrisé qui développe cette action, après avoir couvert une surface donnée, vienne à s'éloigner lentement, les effets produits sont sans importance; mais, s'il vient à être brusquement déchargé, soit en totalité, soit en partie, alors son action d'influence est subitement détruite ou fort diminuée; conséquemment la partie du sol qui lui était opposée avec les animaux qui s'y trouvent, retourne brusquement à l'état naturel, et ces derniers éprouvent des commotions électriques. On a vu des troupeaux entiers, des attelages de plusieurs chevaux, des groupes nombreux de personnes réunies, éprouver en même temps ce genre d'actions et y succomber tous à la fois, sans que l'on aperçût ensuite aucune blessure aux parties supérieures des corps foudroyés; mais souvent on en trouve à la plante des pieds, et l'on constate que les clous des chaussures sont arrachés et fondus. Ce phénomène se nomme le *choc en retour*.

Pendant tout le temps que dure cette influence électrique, un phénomène plus terrible encore est imminent : c'est la

([1]) *Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1837.

ırge entre la terre et le nuage, c'est-à-dire la foudre ; alors que le *tonnerre tombe* sous la forme d'un trait de qui n'est qu'une étincelle de grande dimension. Il est nt qu'il tombera de préférence sur les sommets des agnes, des édifices ou des arbres, et qu'il choisira les les plus conducteurs, car c'est sur ces sommets et sur onducteurs que la densité électrique développée par ›nce est la plus grande. Au contraire, les terrains secs, eux abrités, les corps isolés ne seront foudroyés que très ıent, puisque la densité électrique à leur surface est 'aible. On sait que ces prévisions théoriques sont con-es par toutes les observations.

ETS GÉNÉRAUX DE LA FOUDRE. — Puisque la foudre est une ırge électrique, tous les effets des puissantes étincelles ›nt se produire sur les points foudroyés. Le premier et le grave est la mort des animaux frappés, et l'on trouve sur cadavres des plaies profondes qui les sillonnent de la ux pieds; les autres sont : la fusion des corps métalliques, ımmation des combustibles, et des actions mécaniques rquables sur les substances non conductrices.

us emprunterons quelques exemples à la Notice classique go, *Sur le tonnerre :*

Conducteurs métalliques. — Quand la foudre rencontre ›rps métalliques, elle les fond et les volatilise si leur section etite; elle les suit sans interruption et sans occasionner ›gâts s'ils ont une masse assez grande et qu'ils soient en nunication avec le sol : elle se dirige de préférence vers ›rps conducteurs.

20 avril 1807, le tonnerre tomba sur le moulin à vent reat-Marton, dans le Lancashire; *une grosse chaîne en fer* ervait à hisser le blé fut tellement échauffée et ramollie, es anneaux se joignirent et qu'elle devint, après le coup udre, une véritable barre de fer.

19 avril 1827, le paquebot *New-York*, de 520 tonneaux, ıt à Liverpool, reçut deux coups de foudre successifs la même journée. Au premier coup, n'ayant point de onnerre, il éprouva de graves dégâts, et un tuyau de b qui avait 8cm de diamètre et 3cm d'épaisseur, qui

conduisait du cabinet de toilette à la mer, fut mis en fusion.

Au deuxième coup de foudre, le paratonnerre avait été mis en place; il se composait d'une tige en fer de $1^m,20$ et de 1^{cm} de diamètre, et d'une chaîne d'arpenteur longue de 40^m qui réunissait le paratonnerre à la mer; elle était faite avec du fil de fer de 6^{mm} de diamètre et les chaînons se reliaient les uns aux autres par des anneaux ronds. Tout le bâtiment fut éclairé par une vive lueur et en même temps la chaîne fut dispersée de toutes parts en fragments brûlants et en globules enflammés gros comme des balles. Ils mirent le feu sur le pont en cinquante endroits, malgré une couche de grêle qui le couvrait et la pluie qui tombait à flots. La tige supérieure elle-même fut fondue sur une longueur de 30^{cm}. D'ailleurs, ce fut le seul dégât qui se produisit.

Le tonnerre tomba, le 16 juillet 1759, sur une maison du faubourg South-Wark, à Londres. Un cordon de sonnette avait été entièrement fondu et partiellement volatilisé. On voyait le long du mur contre lequel il était tendu une trace de parcelles noires qui dessinaient la place qu'il avait occupée, et l'on trouva dans le parquet une traînée de globules arrondis qui s'y étaient incrustés en brûlant les planches autour d'eux. On avait vu pendant l'événement une pluie de feu tomber du cordon sur le plancher.

La cathédrale de Strasbourg fut, depuis sa construction, à cause de sa grande hauteur, le point de mire sur lequel venaient s'abattre tous les ans plusieurs coups de tonnerre, à tel point que, pendant trente ans, la dépense moyenne allouée pour la réparation des dégâts causés par la foudre fut de 3000^{fr}, et que plusieurs fois l'existence du monument fut menacée. Depuis qu'un paratonnerre y fut établi, aucun coup nouveau ne fut observé, et il semblait même que les orages fussent devenus moins fréquents, lorsque, le lundi 10 juillet 1843, un violent orage éclata sur la ville, et la foudre tomba deux fois sur l'extrémité de la tige. Elle était terminée par une pointe de platine qui fut fondue vers l'extrémité sur une longueur de 5^{mm} à 6^{mm} et le métal s'affaissa d'un côté en coulant comme de la cire ramollie. La goutte se terminait par une surface arrondie très brillante.

On entend raconter tous les jours des effets extraordinaires

jui montrent avec quelle précision singulière la foudre se di-
·ige vers les parties métalliques et évite les étoffes isolantes. Pendant un temps orageux, une dame étend la main pour 'ermer une fenêtre, la foudre part et le bracelet que porte a dame disparaît si complètement qu'on n'en trouve plus ıucun vestige. Une autre fois, suivant Bridone, pendant que Mme Douglas regardait par une fenêtre, la foudre frappa le fil le fer qui soutenait le bord de son chapeau, le fondit et brûla e chapeau sans atteindre la dame. A ces exemples on pour-ait ajouter de nombreux récits de faits qui se produisent tous es jours et qui prouvent invariablement la même tendance u tonnerre à choisir, pour les frapper, les conducteurs métal-iques. Nous ne citerons plus qu'une seule observation, mais lle est concluante.

En 1759, un détachement qui conduisait, du Fort-Royal à aint-Pierre, le capitaine anglais Dibden, prisonnier de guerre la Martinique, s'arrêta pour se garantir de la pluie au pied u mur d'une petite chapelle. Un violent coup de tonnerre le urprit dans cette position et tua deux soldats; du même coup, ι foudre ouvrit dans le mur, derrière les deux victimes, une uverture d'environ 4 pieds de haut et de 3 pieds de large. oute vérification faite, il se trouva qu'à la portion du mur émolie, sur laquelle les deux soldats foudroyés s'appuyaient, orrespondait exactement, à l'intérieur de la chapelle, un ısemble de barres de fer massives destinées à supporter un ımbeau. Ceux qui n'eurent pas le malheur de s'être ainsi lacés fortuitement devant des pièces métalliques n'éprouvè-ent aucun mal.

2° *Corps peu conducteurs ou diélectriques.* — La foudre eut percer des trous dans les matières non conductrices, les ·iser en fragments et les disperser au loin; elle peut les ndre sur les points qu'elle frappe.

Franklin eut l'occasion d'examiner les effets d'un coup de ınnerre extraordinaire. En 1754, à Newbury, la foudre tomba ır un clocher terminé par une charpente en bois qui avait m de hauteur; cette pyramide fut rasée et dispersée au loin; ais, en arrivant à la base, la foudre rencontra un fil de fer ıi réunissait le marteau d'une cloche aux rouages de la son-erie située plus bas: elle le réduisit en fumée et le projeta

contre les murs sous la forme d'une traînée noire. Ainsi, dans les parties supérieures, la tour en bois avait été détruite, et un simple fil de la grosseur d'une aiguille à tricoter avait suffi pour offrir ensuite un passage à la foudre et éviter tous dégâts; mais, au-dessous de l'horloge, la communication métallique venant à manquer, la foudre continua sa route dans la maçonnerie et les dégâts recommencèrent.

Près de Manchester, à Swinton, un petit bâtiment en briques servant à emmagasiner du charbon de terre, et terminé à sa partie supérieure par une citerne, était adossé contre une maison. Les murs avaient 3 pieds d'épaisseur et 11 de hauteur. Le 6 août 1809, à 2^h après midi, une explosion épouvantable se fit entendre; elle fut immédiatement suivie de torrents de pluie, et, pendant quelques minutes une vapeur sulfureuse enveloppa la maison. Le mur extérieur du petit bâtiment fut *arraché* de ses fondations et *soulevé* en masse; l'explosion le porta verticalement sans le *renverser*, à quelque distance de la place qu'il occupait d'abord; l'une de ses extrémités avait marché de 9 pieds, l'autre de 4. Le mur ainsi soulevé et transporté se composait, sans compter le mortier, de 7000 briques et pouvait peser environ 26 tonnes.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans ces actions mécaniques, c'est qu'elles se produisent presque exclusivement aux points de réunion des métaux avec le bois ou la pierre. On trouve dans le récit d'un coup de tonnerre observé à Illes (Pyrénées-Orientales), en 1842, de très nombreux exemples de ce fait. Le tonnerre tomba dans une maison occupée par un serrurier-mécanicien : elle était remplie de masses de fer, de rouages de cuivre et d'outils de toute espèce; elle était, de plus, garnie sur sa façade de balcons, espagnolettes, gonds de fer, etc. C'est à travers chacune de ces pièces métalliques que la foudre se fit plusieurs passages et, sans aucune exception, elle déchaussa toutes les parties scellées en projetant des éclats dans tous les sens.

La foudre tomba, en 1764, sur le clocher de Saint-Brindes, à Londres. C'est une flèche en pierres reliées par des crampons; les dernières assises sont massives et traversées par une tige de fer de 6^m qui en forme l'axe et qui se termine par une croix. C'est sur cette tige que la foudre arriva d'abord.

Elle la suivit jusqu'à sa base sans laisser aucune trace ni sur le métal, ni sur aucun point de la maçonnerie environnante; mais, dès qu'un métal continu lui manqua, les dégâts commencèrent. La grosse pierre qui soutenait l'extrémité inférieure de la barre offrait des éclats et des fentes dirigées dans tous les sens: une très large ouverture s'était formée du dedans en dehors de la flèche, et la descente se continua par bonds, de crampon en crampon. Sans se borner à ceux qui étaient à l'extérieur, la foudre se porta sur tous les morceaux de fer placés dans l'intérieur de la maçonnerie pour unir les pierres entre elles. A tous les scellements, les pierres furent fendues, pulvérisées, lancées au loin; partout ailleurs que sur ces points de suture, les dégâts étaient nuls ou sans gravité, comme si la foudre ne parvenait à s'échapper par les bouts des pièces métalliques qu'elle avait envahies qu'à l'aide d'un violent effort qui détruisait tout aux environs.

Ce n'est pas à des phénomènes de rupture que se bornent les effets de la foudre sur les corps peu conducteurs. Quand elle les frappe en des points qui ne sont pas dans le voisinage de métaux, elle laisse sur leur surface des traces fondues. C'est ce qui permet d'expliquer certains faits observés depuis longtemps. De Saussure dans les Alpes, Ramond au pic du Midi, de Humboldt en Amérique, ont trouvé sur les rochers élevés des places vitrifiées où se voyaient des globules fondus; ils ont tous unanimement attribué ces apparences à l'action du tonnerre. C'est encore à la même origine que l'on rapporte la formation des fulgurites : ce sont des tubes vitrifiés qui s'enfoncent verticalement dans le sol; ils ont été découverts en 1711, en Silésie, par Hermann et on les a retrouvés dans presque toutes les localités où le sol est couvert d'une couche de sable au-dessous de laquelle il y a de l'eau. On suppose que le tonnerre tombant sur ces sables y fait un trou, et qu'il échauffe les parois du canal qu'il creuse jusqu'au point de les vitrifier et d'agglutiner contre elles, en les soudant, les portions de sable qui sont autour. Cette explication n'a été pendant longtemps qu'une simple conjecture, mais plusieurs faits sont venus la confirmer; nous n'en citerons qu'un, dans lequel la nature a été prise sur le fait.

Le 17 juillet 1823, le tonnerre tomba sur un bouleau près

du village de Rauschen (le long de la mer Baltique). Les habitants étant accourus virent, auprès de l'arbre, deux trous étroits et profonds; l'un deux, malgré la pluie, leur parut, au tact, à une température élevée. Le professeur Hagen, de Kœnigsberg, fit creuser avec soin autour de ces trous; l'un d'eux, celui qui fut trouvé chaud, n'offrait rien de particulier; le second, jusqu'à une profondeur d'un tiers de mètre, ne présenta non plus rien de remarquable, mais un peu plus bas commençait un tube vitrifié. La fragilité de ce tube ne permit de le retirer que par petits fragments de 4^{cm} à 5^{cm} de longueur. L'enduit vitré intérieur était très luisant, couleur gris de perle, et parsemé de points noirs dans toute son étendue ([1]).

PARATONNERRES. — L'ensemble des faits qui précèdent ne peut laisser aucun doute sur l'identité de nature du tonnerre et des décharges électriques ordinaires. Dès lors, pour éviter la foudre, il faut fournir aux nuages de l'électricité contraire à celle dont ils sont chargés, et Franklin y a réussi en armant les édifices de tiges métalliques en communication avec le sol, tiges qui prennent à leur sommet une électrisation contraire à celle de l'air et qui, étant terminées en pointe, la laissent échapper sous forme d'auréole ou d'aigrette vers le nuage superposé qu'elles ramènent à l'état naturel. Il est clair, d'après cette théorie si simple, que l'effet permanent d'un paratonnerre est de diminuer l'intensité des manifestations électriques des nuages; c'est aussi ce que toutes les statistiques viennent prouver, et il n'est pas moins évident que, si une étincelle se forme entre l'édifice et la nuée, c'est sur le paratonnerre où la densité électrique est la plus grande, qu'elle viendra aboutir. L'efficacité d'un paratonnerre est démontrée dans chaque lieu par la comparaison que l'on fait entre les nombres de coups de tonnerre qui ont frappé l'édifice avant et après l'établissement de la tige métallique, comparaison qui est dans tous les cas en faveur de la dernière période. On a agité la

([1]) Nous renverrons à la Notice d'Arago pour les récits qui se rapportent à la foudre dite *globulaire* et qui n'ont pas encore reçu d'interprétation physique bien satisfaisante.

question de savoir jusqu'à quelle distance autour du paratonnerre s'étend la vertu préservatrice; on n'a sur ce point que des données vagues. Généralement, on admet qu'elle se prolonge jusqu'à un rayon double de la hauteur de la tige comptée à partir du niveau du toit.

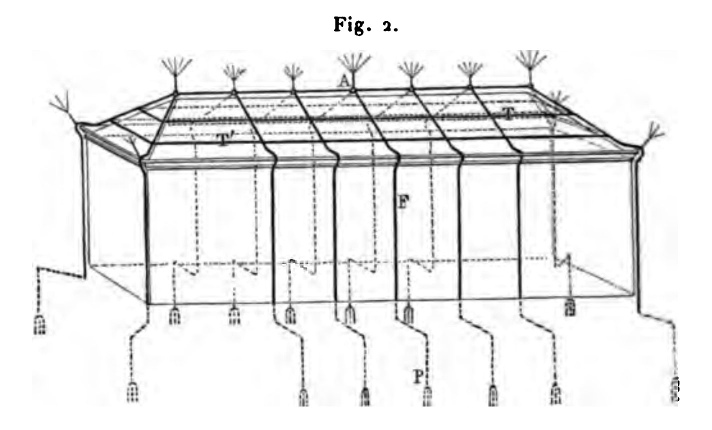
Les détails de la construction de ces appareils ont été réglés par des instructions rédigées à plusieurs reprises par les corps savants ([1]). Sans entrer à ce sujet dans aucun détail technique, nous dirons que la tige terminale doit être amincie en pointe, et, pour éviter l'oxydation qui se produirait à la longue si la pointe était en fer, on la fait en platine ou en cuivre. La tige se continue par le *conducteur*, qui est le plus souvent une barre de fer de 2^{cm} de côté, que l'on fait régner d'une manière continue sur le faîte des édifices, en la soutenant de distance en distance par des tiges d'appui et en la faisant soigneusement communiquer avec toutes les pièces métalliques des édifices. Enfin elle arrive au sol, où elle plonge. Pour qu'un paratonnerre soit efficace, il doit être en communication parfaite avec la terre, et il faut pour cela qu'il se rende dans des puits profonds, qu'il s'y ramifie en plusieurs branches, qu'il soit toujours entouré d'eau et de corps conducteurs, comme la braise de boulanger, qui a le double avantage d'empêcher l'oxydation et de conduire l'électricité. C'est à ces conditions qu'un paratonnerre est utile; s'il était isolé du sol ou discontinu, il deviendrait un danger.

L'établissement d'un paratonnerre est toujours l'origine d'une grande dépense. On peut, d'après M. Melsens, la diminuer beaucoup et en même temps augmenter l'efficacité du paratonnerre en supprimant les hautes tiges de métal, que l'on remplace par une sorte de treillis de fer environnant l'édifice tout entier. Ce treillis peut être formé sans inconvénient de tiges de faible diamètre (*fig.* 2), qui doivent être munies à toutes leurs jonctions, le long des arêtes des toits, de pointes multiples disposées en aigrettes, comme celles dont on munit les sommets des murs pour garantir les propriétés de l'intru-

([1]) Instruction sur les paratonnerres (*Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXVI). — Supplément d'instruction (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XLIII; 1855).

sion des malfaiteurs. Un paratonnerre de cette espèce [1] a été installé, par M. Melsens, à l'hôtel de ville de Bruxelles. Cet édifice, qui avait été frappé jusque-là de fréquents coups de foudre, s'est trouvé dès ce moment protégé d'une manière efficace, sans que l'armature de fer à pointes multiples ait sensiblement modifié son effet architectural. Le paratonnerre de Bruxelles est en relation avec les conduites de l'eau et du gaz de la ville et avec les tuyaux d'égouts : cette triple com-

Fig. 2.



munication assure un écoulement facile à l'électricité, sans être l'origine d'aucun danger pour les personnes; de plus, une disposition ingénieuse, fondée sur l'emploi des courants dérivés, permet de reconnaître à chaque instant, à l'aide d'un appareil accessoire très simple, si chacun des trois systèmes de communication se maintient en bon état.

Le système de M. Melsens paraît offrir d'excellentes garanties; il ne peut tarder à être substitué en beaucoup d'endroits à la disposition classique des paratonnerres employés en France.

(1) MELSENS, *Des paratonnerres à pointes, à conducteurs et à raccordements terrestres multiples; description détaillée des paratonnerres établis sur l'hôtel de ville de Bruxelles.* Bruxelles, 1877.

CHAPITRE II.

MAGNÉTISME TERRESTRE.

Mesure de la déclinaison. — Mesure de l'inclinaison. — Mesure de l'intensité. — Installation d'un observatoire magnétique.
Hypothèse de l'aimant terrestre. — Principe de la théorie de Gauss.
Variation des éléments du magnétisme terrestre : 1° Variation de la déclinaison; 2° Variation de l'inclinaison; 3° Variation de l'intensité. — Courant terrestre. — Aurores polaires.

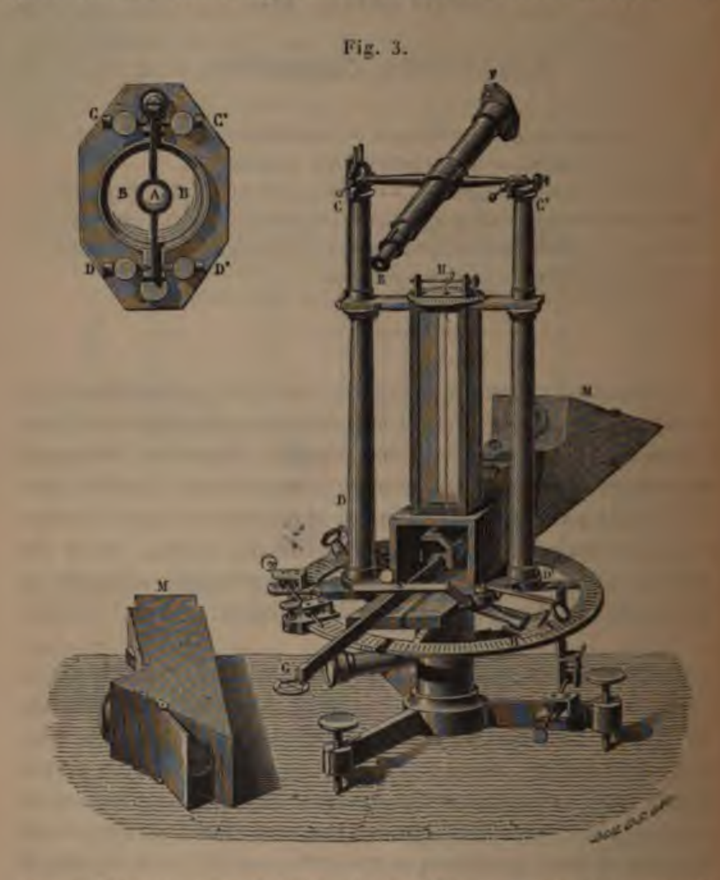
Les éléments magnétiques qu'il y a intérêt à connaître en un lieu déterminé se rapportent à la direction des lignes de force (c'est-à-dire à la direction de l'aiguille aimantée librement suspendue) et à l'intensité du champ magnétique. La direction de l'aiguille aimantée est fixée par la mesure de la déclinaison et de l'inclinaison. Quant à l'intensité du champ, on la décompose fictivement en ses deux composantes verticale et horizontale que l'on mesure aussi séparément.

MESURE DE LA DÉCLINAISON. — L'un des principaux instruments employés pour mesurer la déclinaison est la boussole de Gambey (*fig.* 3). Elle est portée sur un trépied à vis calantes, surmonté d'un cercle azimutal fixe AB, très soigneusement divisé. Dans le pied s'engage un axe vertical qui supporte toutes les parties supérieures C D C' D'; elles peuvent ainsi tourner autour de cet axe et leurs positions se mesurent sur le cercle au moyen de deux verniers opposés A et B que l'on observe à l'aide de loupes. On règle la verticale de l'axe au moyen d'un niveau, absolument comme nous l'avons indiqué pour le cathétomètre.

Les pièces mobiles supportées par l'axe ont deux buts différents : les unes servent à supporter l'aimant, les autres à faire des observations astronomiques et à trouver la direction du

méridien géographique du lieu; ce sont celles-ci que nous allons d'abord décrire. Deux colonnes en cuivre CD, C'D' soutiennent à leur sommet une lunette EF qui se meut dans un plan vertical. On dirige cette lunette vers un astre connu et,

Fig. 3.

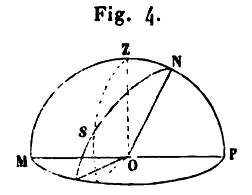


quand il passe sous le réticule des fils, on note l'heure vraie et on lit la position des verniers A, B sur le cercle azimutal. A ce moment, la lunette se trouve dans le vertical de l'astre observé, et son plan fait avec le méridien géographique un angle qu'il est facile de calculer, comme nous allons le faire comprendre.

Soient O (*fig.* 4) la position de l'observateur; ON l'axe du

monde; MNP la direction du méridien du lieu. Le Soleil, entraîné par le mouvement diurne, passe dans le méridien à un moment déterminé qui est celui du midi vrai. Il décrit 360° en vingt-quatre heures, $15''$ en une seconde de temps, et $15S''$ pendant S''. Si donc le temps vrai de l'observation que l'on a faite est S'', le Soleil se trouve à ce moment dans un plan horaire faisant avec le méridien un angle $15S'' = \alpha$.

Fig. 4.



D'un autre côté, les Tables astronomiques font connaître, au moment de l'observation, l'angle des plans horaires du Soleil et de l'astre observé. Soit β cet angle. Alors, pendant que le plan horaire du Soleil fait un angle α avec le méridien, celui de l'astre SNO fait un angle MNS, qui est $\alpha - \beta$.

Cela posé, soient Z le zénith, OZS le vertical de l'astre. On connaît, dans le triangle sphérique ZNS : 1° ZN ou la distance du zénith au pôle; 2° SN ou la distance de l'étoile au pôle; 3° l'angle ZNS qui vient d'être obtenu et qui est $\alpha - \beta$. Par conséquent, le triangle sphérique est déterminé, et l'on peut calculer l'angle SZN, qui est celui du vertical de l'astre avec le méridien : soit γ cet angle. On sait maintenant que le plan vertical de la lunette faisait un angle γ avec le méridien au moment de l'observation; et, en tournant l'alidade du cercle divisé de cet angle γ, on amène la lunette dans le méridien MNP. Cette position correspond à une situation des verniers que nous prendrons pour point de départ.

Nous achevons maintenant la description de l'appareil. Les deux colonnes CD, C'D' soutiennent un treuil H sur lequel on enroule un paquet de fils de cocon. Ils supportent un étrier I à la partie inférieure, et dans cet étrier on place le barreau aimanté GM ; celui-ci se dirige sous l'action de la terre et prend un équilibre fixe. On tourne alors le système autour de l'axe vertical mobile, jusqu'au moment où, en regardant avec la lunette, on voit les deux extrémités du barreau G sous le réticule. A ce moment, la lunette est dans le plan du méridien magnétique, et l'angle dont il a fallu faire tourner l'appareil mesure la déclinaison.

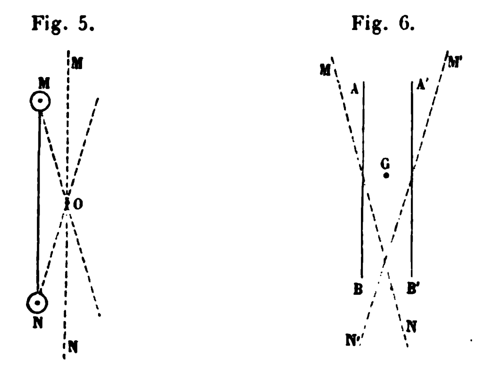
Mais, pour faire cette observation, il y a beaucoup de difficultés à surmonter et d'erreurs à corriger. D'abord, il fallait, pour viser l'astre, pointer la lunette à l'infini; ensuite, pour viser les extrémités du barreau, il faut que l'on change l'objectif pour voir très près. Gambey a usé d'un stratagème que l'on emploie encore quelquefois pour satisfaire à ce double besoin (*fig.* 3). Il y a à l'extrémité de la lunette un premier objectif BB large et peu convexe, avec lequel on voit à l'infini; mais, au milieu de cet objectif BB, il y en a un second A qui est beaucoup plus petit et qui lui est superposé. L'ensemble de ces deux verres étant beaucoup plus convergent que la lentille unique BB, la lunette vise très près par la partie centrale A et très loin par la partie annulaire BB, de façon que, si l'on veut observer l'astre, on bouche A, et, quand on veut viser l'aiguille, on couvre la partie annulaire BB en laissant arriver la lumière par la partie centrale A. .

Pour observer avec précision les extrémités du barreau, il faut y tracer des repères très déliés. Gambey y a adapté des armatures en cuivre terminées par des anneaux évidés G, dans lesquels sont tendus deux fils qui se coupent à angle droit (*fig.* 3) : c'est le croisement de ces fils que l'on vise. S'il arrivait : 1° que le plan vertical dans lequel se meut l'axe de la lunette passât à la fois par les deux croisements des fils; 2° que la ligne des pôles du barreau fût confondue avec celle qui joint les deux points de croisement, il n'y aurait qu'une seule mesure à faire; mais ces deux conditions ne sont pas généralement remplies.

Soient MN (*fig.* 5) une coupe horizontale du barreau, et O la projection horizontale de l'axe vertical de l'instrument. Pour viser le point M, il faudra diriger le vertical de la lunette dans la direction MO, et, pour voir N, il faudra mettre ce vertical dans la direction NO. Mais on voit qu'en prenant la moyenne des observations, on a la vraie direction M'N' de la ligne des croisements.

Représentons toujours par MN la ligne des fils croisés (*fig.* 6); par G le centre de gravité du barreau suspendu, et supposons que la ligne des pôles soit quelconque et figurée par AB. Ce que l'on détermine, c'est la direction MN; ce qu'il faudrait trouver, c'est celle de AB. Mais si, laissant tout dans

la même position, on retourne seulement le barreau sur lui-même de manière à mettre vers la terre la face qui était tournée vers le ciel, le centre de gravité G reprendra la même po-



sition; la ligne des pôles sera A'B' parallèle à AB, et la ligne des croisements deviendra M'N', mais la moyenne des positions MN, M'N' sera parallèle à AB et à A'B'.

Il faudra donc faire quatre observations, deux avant et deux après le retournement du barreau. Il sera convenable ensuite, pour tenir compte du défaut de centrage de la lunette, de retourner la boussole de 180°, d'enlever le barreau pour changer les pôles de place et de recommencer les mêmes opérations. Enfin, pour éviter les agitations de l'air, on enferme le barreau dans deux caisses en acajou M, M (*fig.* 3), munies de fenêtres fermées par des glaces à travers lesquelles on vise les extrémités. L'une de ces caisses est dessinée en place dans la figure, l'autre est démontée et déposée sur le sol.

En voyage, on emploie souvent, pour la mesure de la déclinaison et de l'inclinaison, le théodolite magnétique de Lamont (¹), dont voici les dispositions essentielles.

Un aimant *ab* (*fig.* 7), suspendu par un fil sans torsion et protégé contre l'agitation de l'air, est observé par l'intermédiaire d'un miroir *m* et d'une lunette L, c'est-à-dire par la méthode de Poggendorff; mais, au lieu de regarder dans le miroir

---

(¹) LAMONT, *Dove's Repertorium*, VII.

l'image d'une règle divisée extérieure, on vise simplement l'image du réticule de la lunette, ce qui, dans le cas d'une lunette réglée pour l'infini, ne soulève d'autre difficulté que celle d'éclairer le réticule (¹). On y parvient en ouvrant le tube de la lunette au voisinage de ce réticule et munissant l'ouver-

Fig. 7.



ture *o* d'une glace à 45°, qui réfléchit sur les fils de la lumière du ciel. Quand on a fait coïncider les fils du réticule avec leur propre image, l'axe optique de la lunette est normal au miroir, et, si celui-ci est à son tour perpendiculaire à l'axe ma-

(¹) La lunette étant réglée pour l'infini, le réticule est au foyer principal de l'objectif, et les rayons lumineux émis par un quelconque P de ses points sortent parallèlement de la lunette, vont frapper le miroir, sont réfléchis parallèlement et viennent de nouveau converger en un point P′ du plan focal, où ils donnent l'image de P.

gnétique de *ab*, l'axe optique de la lunette est parallèle à cet axe magnétique.

Cela posé, on remarquera que la lunette L, munie de deux vis de réglage *v* et *p*, est fixée à un disque de cuivre *r*; à ce disque sont fixés deux verniers qui glissent le long du cercle divisé horizontal H et permettent de déterminer l'azimut de l'axe optique de L : 1° quand elle vise sur le miroir; 2° quand, la partie supérieure de l'appareil étant enlevée, on vise une mire fixe ou une étoile connue. On obtiendra donc l'angle que fait le plan du méridien magnétique avec un autre plan vertical dont la situation, par rapport au méridien géographique, se détermine, comme nous l'avons dit ci-dessus, pour la boussole de Gambey.

Pour l'exactitude des mesures, il faut que l'axe de rotation de la lunette soit exactement vertical : on réalise cette condition à l'aide des vis calantes des pieds de l'instrument et de niveaux à bulle d'air. Le disque *r'*, solidaire du tube T qui protège le système suspendu, est mobile autour de l'axe pour le réglage; pour l'observation, il est rendu solidaire du disque *r* de la lunette à l'aide d'une vis de pression.

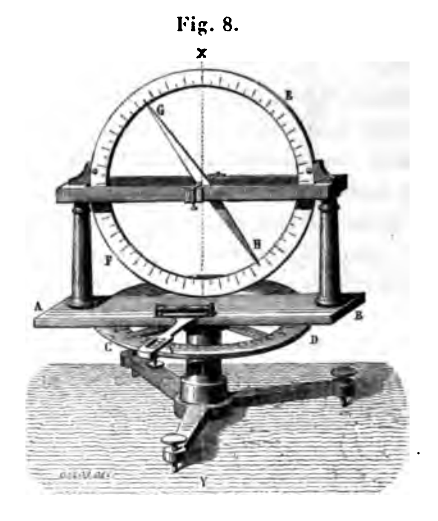
MESURE DE L'INCLINAISON. — Pour mesurer l'inclinaison, on emploie une aiguille aimantée suspendue par son centre de gravité et mobile autour d'un axe horizontal. Il faut : 1° diriger l'axe perpendiculairement au méridien magnétique, de manière que le plan d'oscillation de l'aiguille soit dans ce méridien; 2° mesurer l'angle que la ligne des pôles fait avec l'horizon. On fait cette mesure avec la boussole d'inclinaison. La plus communément employée porte un cercle azimutal immobile CD, sur un pied à vis calantes (*fig.* 8), et, dans le pied, au centre du cercle, tourne un axe vertical sur lequel est fixé un limbe divisé FEX, qui peut être amené dans tous les azimuts possibles et dont on détermine les positions au moyen d'un vernier V. C'est au centre de ce limbe que l'aiguille GH est soutenue par un pivot qui passe à son centre de figure et de gravité, et qui tourne sur deux arêtes d'acier où il est déposé.

Supposons d'abord que, le limbe FE étant fixé dans le plan du méridien magnétique, on veuille faire une observation :

il suffira de lire les divisions vis-à-vis desquelles s'arrêtent les extrémités de l'aiguille; elles donneront l'angle que l'aimant fait avec le diamètre horizontal, lequel est marqué 0-180. On trouvera généralement une différence entre les valeurs de cet angle mesuré par les deux pointes G et H, différence qui tient à toutes les imperfections de l'aiguille et des divisions, et spécialement au défaut de centrage de la suspension : on prendra la moyenne de deux mesures.

Il se peut que la ligne 0 — 180 ne soit pas horizontale, et cela augmente ou diminue l'inclinaison trouvée; mais on corrige

Fig. 8.



l'erreur en retournant le limbe de 180°, ce qui change le sens de l'inclinaison de la ligne de 0-180 et aussi le sens de l'erreur; on prend donc la moyenne des observations faites avant et après ce retournement du plan.

Il arrive, pour l'aiguille d'inclinaison, comme pour celle de déclinaison, que l'axe de figure qui joint les deux pointes n'est pas exactement confondu avec la ligne des pôles. Il faut alors enlever l'aiguille, la retourner sur elle-même de façon à changer les deux faces de place, et recommencer, quand elle a pris cette nouvelle position, les quatre observations qui ont été faites quand elle occupait la précédente.

Mais l'aiguille d'inclinaison comporte une cause d'erreur

de plus que l'aiguille de déclinaison. Il faut en effet que son axe de suspension passe exactement par son centre de gravité; car, si cela n'est pas, le poids de l'aiguille appliqué à ce centre agit pour augmenter ou diminuer l'inclinaison apparente. Il est impossible de réaliser absolument cette condition. Pour corriger l'erreur qui résulte d'une suspension mal équilibrée, on avait imaginé un procédé que nous ne pouvons nous dispenser d'indiquer parce qu'il est demeuré classique, mais que nous devons proscrire parce qu'il n'est certainement pas de nature à accroître la précision des mesures. Ce procédé consiste à désaimanter l'aiguille après les premières observations et à la réaimanter en sens opposé avec de forts aimants, après quoi on recommence toutes les mesures. Si l'on était certain de communiquer à l'aiguille, dans cette opération, un moment magnétique rigoureusement égal à celui qu'elle possédait d'abord, les forces en jeu, pendant le second groupe de mesures, seraient les mêmes que dans le premier, et le poids de l'aiguille agissant cette fois en sens contraire, par rapport aux forces magnétiques, son effet se trouverait éliminé. En réalité, il n'y a aucun procédé rigoureux pour renverser le moment magnétique d'un barreau sans en altérer la grandeur; le deuxième groupe de mesures n'a pas de relation connue avec le premier; il est d'une inutilité absolue. On y renonce aujourd'hui dans les observatoires, et l'on se borne à exiger du constructeur une suspension aussi bien équilibrée que possible.

Il reste à savoir comment on peut ou bien faire coïncider exactement le limbe vertical avec le méridien magnétique, ou bien se passer de cette condition. Nous avons établi qu'on peut décomposer l'intensité F du champ magnétique terrestre en trois composantes rectangulaires : l'une verticale Z, qui est $F\sin i$; les deux autres horizontales, qui s'expriment par $X = F\cos i\cos\alpha$, $Y = F\cos i\sin\alpha$, α étant l'angle que fait le plan des zx avec le méridien magnétique. On voit dès lors que, si le limbe du cercle était placé dans le plan zx, l'aiguille serait soumise à l'action de deux composantes X et Z, et l'on aurait une inclinaison exprimée par

$$\operatorname{tang} i' = \frac{Z}{X} = \frac{\sin i}{\cos i\cos\alpha} = \frac{\operatorname{tang} i}{\cos\alpha}.$$

Si α est égal à zéro, cette inclinaison est minimum; elle augmente progressivement avec α et devient égale à $\frac{\pi}{2}$ pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Par conséquent, si l'on fait tourner dans divers azimuts le limbe vertical de l'appareil, l'aiguille aura la plus petite inclinaison possible dans le plan du méridien et sera verticale dans le plan perpendiculaire. On peut se servir de ces deux conditions pour fixer le méridien magnétique. Comme il est toujours difficile de mesurer exactement un minimum, il ne sera pas très aisé de trouver le méridien par la première condition, mais on pourra le déterminer par la seconde; on tournera ensuite le limbe de 90°, et il sera placé dans le méridien.

Toutefois il ne faut pas trop compter sur cette méthode, par la raison qu'on n'est pas sûr de l'équilibrage parfait de l'aiguille. On n'est pas certain non plus que le diamètre 0-180 du limbe soit bien horizontal, et il en résulte que la ligne des pôles peut n'être pas exactement verticale quand on voit les extrémités de l'aiguille se placer aux divisions 90 et 270. Il vaut mieux opérer de la manière suivante :

Dans les deux plans zx et zy, la valeur de l'inclinaison est donnée par les formules

$$\tang i' = \frac{\tang i}{\cos\alpha}, \qquad \tang i'' = \frac{\tang i}{\sin\alpha};$$

de là on tire

$$\cot i' = \cos\alpha \cot i, \qquad \cot i'' = \sin\alpha \cot i$$

et, par suite,

$$\cot^2 i' + \cot^2 i'' = \cot^2 i.$$

Par conséquent, on mesurera les valeurs i', i'' de l'inclinaison dans deux plans rectangulaires quelconques et, par la formule précédente, on calculera l'inclinaison vraie i. C'est la seule méthode à laquelle on doive s'arrêter.

La boussole ordinaire, que nous venons de décrire, ne comporte pas une très grande précision, car on doit évaluer à l'œil la position des extrémités effilées de l'aiguille sur le

cercle divisé de l'appareil, et, si celui-ci n'est pas très grand, l'erreur peut atteindre de 15′ à 30′. Aussi remplace-t-on aujourd'hui cet appareil par le suivant, dont le premier modèle a été disposé à l'observatoire de Kew (*fig.* 9). Au lieu d'être placée dans le plan du cercle dont le métal, rarement exempt de traces de fer, peut exercer sur elle une action notable,

Fig. 9.



l'aiguille d'inclinaison *ab* repose, par un axe d'acier soigneusement poli, sur deux prismes triangulaires d'agate *e*, *e*, en arrière d'un grand cercle vertical C, mais dans un plan parallèle à celui du cercle. Une alidade, munie d'excellents verniers, porte deux microscopes garnis chacun d'une croisée de fils, et servant à viser les extrémités de l'aiguille. Le support de l'aiguille et le cercle C sont mobiles sur un cercle azimutal H, dont l'usage est le même que celui de la boussole d'inclinaison ordinaire.

Pour se servir de l'appareil, on règle d'abord la position de l'alidade avec un fil à plomb; puis, fixant l'alidade dans cette situation verticale, on fait tourner tout le système autour de l'axe vertical de l'appareil, jusqu'à ce que les pointes de l'aiguille coïncident avec les croisées de fils des microscopes. L'azimut de l'aiguille est alors perpendiculaire au méridien magnétique. Une lecture de la position de l'alidade, réalisée après avoir fait tourner tout l'appareil de 90° exactement, donnera la valeur de l'inclinaison. Il faudra d'ailleurs retourner l'aiguille face à face et répéter dans cette nouvelle situation les mesures précédentes pour éliminer l'erreur qui résulte de la non-coïncidence de l'axe magnétique de l'aiguille et de son axe géométrique.

Pour mesurer l'inclinaison à l'aide du théodolite magnétique, on se sert d'une méthode imaginée par Lloyd et fondée sur l'emploi d'un phénomène d'influence ([1]). Considérons un barreau de fer parfaitement doux, placé verticalement dans un plan P perpendiculaire au méridien magnétique, et de telle sorte que son pôle boréal B′ soit dans le plan horizontal de l'aimant *ab*. Le barreau de fer doux s'aimante par l'influence de la terre, et acquiert un moment magnétique proportionnel à la composante verticale Z de l'action terrestre. L'action exercée par le pôle B′ sur l'aimant *ab* est elle-même proportionnelle à Z, et la déviation δ, qui en résulte, est donnée par la formule

$$H \sin\delta = KZ.$$

Pourvu que la distance du pôle B′ à l'aimant soit assez considérable, le coefficient K peut être considéré comme constant, quelle que soit la déviation; d'autre part, en désignant par i l'angle d'inclinaison, on a

$$Z = H \operatorname{tang} i,$$

d'où

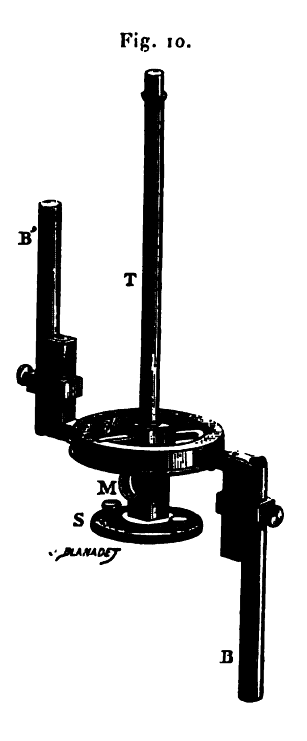
$$\operatorname{tang} i = \frac{1}{K} \sin\delta.$$

Cela posé, voici comment on opère. Le théodolite de La-

([1]) Lloyd, *Account of the magnetical observatory of Dublin*, 1842.

(¹) peut recevoir (*fig.* 10) un anneau de cuivre qui deux barreaux de fer doux, aussi identiques que pos- placés à 180° l'un de l'autre et disposés, l'un au-dessus, e au-dessous du plan du cercle, de sorte que leurs effets ıtent pour produire la déviation. On dispose l'anneau lle façon que la ligne qui les est perpendiculaire au méri- nagnétique. On mesure alors, le du théodolite, la déviation si l'on connaît le coefficient ı en déduira *i*. Ce coefficient éterminé d'avance par des res comparatives de l'incli- n, faites dans un observatoire le des instruments ordinaires théodolite magnétique.

Fig. 10.



peut aussi mesurer l'incli- n par un procédé détourné, ıé par Gauss, mis en pratique Veber, et fondé sur l'induction ée par la terre sur une bo- plate circulaire. Supposons e plan des spires coïncide d'a- avec le méridien magnétique e l'on fasse tourner la bobine autour de son diamètre ho- al; la quantité Q d'électricité te est, en désignant par S la e totale des spires, par R la résistance du circuit, par Z ısité verticale du champ magnétique terrestre,

$$Q = \frac{SZ}{R}$$

met de calculer Z en valeur absolue, si l'on mesure Q 'on connaît S et R. Si l'on fait ensuite tourner la bobine

(¹) LAMONT, *Dove's Repertorium*, t. VII.

autour de son diamètre vertical du même angle de 90°, on a une nouvelle quantité d'électricité induite

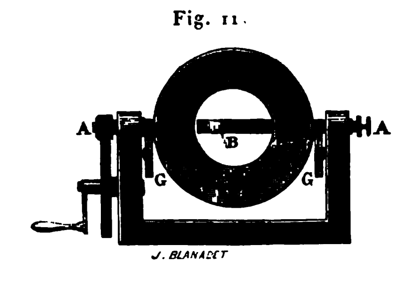
$$Q' = \frac{SH}{R},$$

d'où l'on pourra tirer l'intensité horizontale du champ. Quand on veut simplement avoir l'inclinaison, il est inutile de connaître S et R et de faire des mesures absolues ; on a, en effet,

$$\tang i = \frac{Z}{H} = \frac{Q}{Q'};$$

la tangente de l'inclinaison est égale au rapport des quantités d'électricité induites dans les deux expériences, c'est-à-dire quand les déflexions galvanométriques ne sont pas trop grandes, au rapport des arcs d'impulsion de l'aiguille d'un galvanomètre intercalé dans le circuit.

Fig. 11.



On peut encore, comme l'a fait Weber (¹), confondre la bobine et le galvanomètre en un seul appareil formé d'un anneau de cuivre R mobile autour d'un axe horizontal (*fig.* 11) et d'une aiguille aimantée de boussole, placée au centre de l'anneau dans une boîte B. L'anneau est amené dans la position horizontale, puis on le fait tourner de 90° autour de son diamètre AA, contenu dans le plan du méridien magnétique, de manière à amener l'anneau dans le plan du méridien. On démontrera sans peine que la tangente de la déviation de l'aiguille est proportionnelle à la quantité d'électricité induite, c'est-à-dire à Z, et en raison inverse de la force antagoniste réagissant sur l'aiguille, c'est-à-dire de H. On a donc

$$\tang \alpha = K\frac{Z}{H} = K \tang i,$$

(¹) WEBER, *Pogg. Ann.*, t. LIII, p. 293

d'où l'on déduira i si l'on connaît K, c'est-à-dire si l'on a comparé, en un lieu du globe, les indications de l'appareil à celles d'une boussole d'inclinaison.

MESURE DE L'INTENSITÉ DU CHAMP MAGNÉTIQUE TERRESTRE. — Plusieurs méthodes peuvent être employées pour mesurer l'intensité totale F du champ magnétique terrestre.

1° On détermine par la méthode de Gauss ([1]) la composante horizontale H du champ magnétique terrestre et le moment magnétique M d'un barreau. Il suffit ensuite de faire osciller ce barreau dans le plan du méridien magnétique pour déterminer la force MZ à laquelle il est soumis dans la situation verticale, et par suite Z. On a

$$F = \sqrt{H^2 + Z^2}.$$

2° On mesure Z et H par l'induction développée dans un cadre que l'on fait tourner de 180° : 1° autour d'une perpendiculaire au méridien magnétique; 2° autour de la verticale. On en déduit F.

3° On détermine l'une des quantités Z et H par les procédés précédents et l'on mesure l'inclinaison i. On calcule alors la deuxième composante à l'aide de la formule

$$\operatorname{tang} i = \frac{Z}{H};$$

on a enfin

$$F = \frac{H}{\cos i} = \frac{Z}{\sin i}.$$

Au 1er janvier 1890, les éléments du magnétisme terrestre mesurés à Paris étaient ([2]) :

Déclinaison	15°47′
Inclinaison	65°13′
Intensité horizontale H	0,1951
Intensité totale F	0,4654

INSTALLATION D'UN OBSERVATOIRE MAGNÉTIQUE. — Les observatoires magnétiques sont installés de manière à permettre,

---

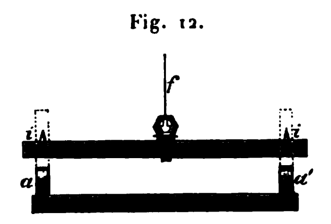
([1]) *Voir* au 1er fascicule de la IIe Partie de ce Volume.

([2]) D'après l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1890.

chaque jour, la mesure absolue des éléments du magnétisme terrestre et à en suivre les variations. Ce sont des bâtiments de la construction desquels le fer est absolument exclu, et dont l'étendue doit être assez grande pour que l'influence réciproque des divers instruments qu'on y observe soit négligeable au degré d'approximation des mesures que chacun d'eux est appelé à fournir. Les instruments les plus essentiels sont le magnétomètre unifilaire, le magnétomètre bifilaire et une bonne boussole d'inclinaison.

1° *Magnétomètre unifilaire.* — Cet appareil sert à la mesure de la déclinaison absolue et de ses variations; on l'emploie aussi pour la mesure absolue de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Fig. 12.



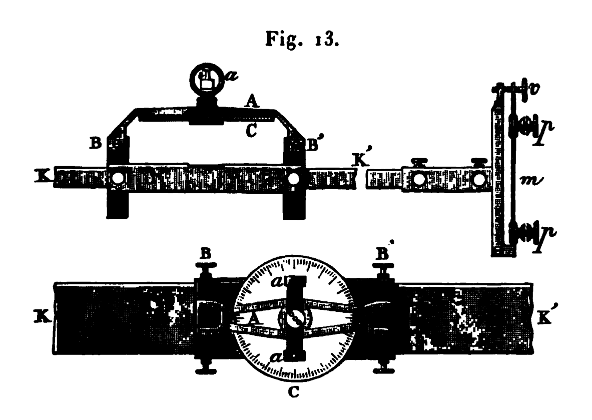
I. Le magnétomètre unifilaire, disposé d'après les indications de Gauss et Weber, est un barreau aimanté horizontal suspendu par un faisceau de fils de cocon sans torsion et dont on observe l'azimut par la méthode de Poggendorff, à l'aide d'un miroir, d'une règle et d'une lunette.

La lunette est celle d'un théodolite : il est placé, dans le plan du méridien magnétique, à l'une des extrémités d'une salle au milieu de laquelle est suspendu le barreau. A l'autre extrémité de la salle, et toujours dans le plan du méridien magnétique, se trouve une mire que l'on peut viser sans changer le point de la lunette, puisque sa distance à l'objectif est double de la distance de la règle au miroir porté par le barreau. Cette mire doit elle-même pouvoir être repérée à l'aide d'une autre mire placée hors de la salle à une distance assez grande, et dont les coordonnées astronomiques sont connues.

Le barreau suspendu KK' porte, à son extrémité sud tournée vers le théodolite, un miroir *m* (*fig.* 13) dont on peut changer l'orientation de petites quantités à l'aide de trois vis de réglage, telles que *v*. Il repose dans deux étriers B, B' (*fig.* 13) portés par une alidade A mobile à frottement sur un cercle

divisé C. Celui-ci fait corps avec deux anneaux *a*, *a'* (*fig.* 12 et 13) qui reposent eux-mêmes sur deux pointes *i* portées par une règle de laiton à laquelle aboutit l'extrémité inférieure du faisceau *f* de fils de cocon. L'extrémité supérieure du faisceau s'enroule sur un treuil supporté par une règle de bois perpendiculaire au méridien magnétique et mobile dans une coulisse pratiquée à cet effet dans le plafond de la salle.

Fig. 13.



Pour régler le magnétomètre, il faut d'abord placer le miroir perpendiculairement à l'axe géométrique du barreau; à cet effet, on dispose le barreau dans un étrier fixe, et l'on constate, par des retournements, si la condition est satisfaite; on la réalise en agissant sur les vis *v* de réglage du miroir. Après cela, on replace le barreau dans son étrier mobile, et l'on vise à l'aide du théodolite la mire fixée au mur. L'image de la division de la règle, qui est recouverte par le réticule dans cette situation, est alors observée et sert à calculer l'angle que le plan vertical passant par l'axe optique de la lunette fait avec la normale au miroir. Des mesures faites une fois pour toutes ont fourni l'angle azimutal de la mire intérieure et de la mire extérieure. On pourra donc rapporter toutes les mesures à cette dernière et par conséquent au méridien astronomique.

Cela posé, il suffirait, pour déterminer la déclinaison absolue, d'observer l'angle de la normale au miroir avec la ligne déterminée par la visée de la mire, et de répéter cette me-

sure en retournant le barreau sens dessus dessous dans son étrier; en effet, l'axe magnétique du barreau prend alors la même position dans l'espace et l'angle dont tourne la normale au miroir est double de l'angle que cette même normale fait avec le plan vertical contenant l'axe magnétique. On connaît donc la situation de ce plan par rapport au plan azimutal de la mire.

Toutefois ces résultats ne seraient exacts que si le faisceau de fils de cocon qui supporte l'appareil était sans torsion, ce qui n'a pas lieu rigoureusement. Il est donc nécessaire de déterminer une fois pour toutes le rapport du moment magnétique du barreau au moment du couple de torsion des fils. On y parvient en faisant tourner le barreau d'un angle connu, au moyen du cercle C et de l'alidade A; le barreau, abandonné à lui-même, ne revient pas rigoureusement dans son azimut primitif : on mesure sa déviation. Les mêmes opérations sont répétées avec un deuxième barreau dont le moment m, beaucoup plus faible que le moment M du magnétomètre, est à celui-ci dans un rapport connu. Des équations faciles à trouver permettent de calculer, à l'aide de ces observations, le rapport que l'on cherche, et aussi l'azimut du plan où la torsion du faisceau est nulle. On corrigera donc sans peine de la torsion des fils les observations ultérieures.

II. Pour mesurer l'intensité horizontale du champ magnétique terrestre, on a recours à la méthode de Gauss précédemment décrite; on sait que cette méthode consiste à observer la durée d'oscillation T d'un petit barreau aimanté AB et la déviation α qu'il produit sur un barreau suspendu A'B', qui ne sera autre que le magnétomètre lui-même, lorsqu'on place le barreau AB perpendiculairement au méridien magnétique à une distance r du milieu du magnétomètre dans son plan horizontal, et de telle sorte que la direction prolongée de AB passe par le milieu de A'B'. Les formules qu'il convient d'employer sont

$$\text{(1)} \qquad \text{MH} = \frac{\pi^2 \text{A}}{\text{T}^2},$$

$$\text{(2)} \qquad r^3 \tang \alpha_1 = \frac{2\text{M}}{\text{H}} + \frac{\text{B}}{r^2} + \frac{\text{B}'}{r^4} + \ldots,$$

dans lesquelles A représente le moment d'inertie du barreau AB; B, B' des constantes à déterminer par l'expérience.

On mesure les déviations α_1 à l'aide du théodolite. Quant aux constantes B, B' que l'on peut pratiquement réduire à deux, on les détermine en plaçant successivement le barreau AB à diverses distances r de A'B', ce qui fournit autant d'équations, d'où l'on tirera B et B' avec une très grande approximation. Une règle divisée, disposée perpendiculairement au méridien magnétique, permet de mesurer les distances r.

La mesure du moment d'inertie A du barreau AB s'effectue de la manière suivante. Perpendiculairement au barreau aimanté, on dispose une règle de bois horizontale portant un certain nombre d'entailles, distribuées symétriquement de part et d'autre de son milieu. Dans ces entailles peuvent se loger des pointes sur lesquelles on dispose des anneaux supportant des poids de platine par exemple. On fait d'abord osciller le barreau seul et l'on observe la durée T d'oscillation

$$T^2 = \frac{\pi^2 A}{MH},$$

puis on fait osciller le barreau avec la règle et les poids à une distance d_1. En désignant par k le moment d'inertie de la règle, par T_1 la durée d'oscillation

$$T_1^2 = \frac{\pi^2}{MH}(A + k + 2P\,d_1^2);$$

de même, en plaçant le poids à une distance d_2,

$$T_2^2 = \frac{\pi^2}{MH}(A + k + 2P\,d_2^2).$$

Entre ces équations, on éliminera A et k.

Pour que les durées d'oscillation soient bien représentées par la formule (1), il faut que le barreau oscille avec son axe magnétique exactement horizontal. On réalise cette condition par une méthode ingénieuse due à Goldschmidt. Elle consiste à munir le barreau d'un miroir disposé comme celui du magnétomètre, et à l'installer dans son étrier en face d'un

théodolite et d'une règle divisée que l'on peut élever ou abaisser à volonté. On cherche, par tâtonnements, à disposer le miroir et la règle de telle sorte qu'en enfonçant le barreau dans l'étrier d'une quantité invariable, l'image de la division de la règle qui coïncide avec le fil vertical du réticule de la lunette ne change pas quand on retourne le barreau de 90° en le posant de champ s'il était posé à plat. Si cette condition est réalisée, la normale au miroir a conservé dans l'espace une situation invariable par le retournement. Elle coïncide donc avec l'axe magnétique. Celui-ci sera rendu horizontal en enfonçant plus ou moins le barreau dans son étrier sans toucher aux vis du miroir et relevant ou abaissant progressivement la règle, de telle sorte que son image reste toujours dans le champ de la lunette, jusqu'à ce que la règle et la lunette soient en contact.

La formule (1) n'est d'ailleurs applicable qu'à des oscillations d'amplitude infiniment petites. Pratiquement, on observe à l'aide de la lunette et de la règle les élongations successives du barreau, et l'on s'en sert pour réduire les durées d'oscillation de l'effet de l'amplitude, comme on le fait pour le pendule géodésique ([1]).

2° *Magnétomètre bifilaire.* — On voit par ces développements que la mesure de l'intensité horizontale H sera très longue. Pendant qu'elle s'exécute, H a pu varier de quantités notablement supérieures à la limite d'erreur que comporte une méthode aussi parfaite. Il est donc indispensable d'employer, dans un observatoire, un appareil qui donne instantanément les variations de H et permette ainsi de rapporter les diverses mesures partielles, effectuées successivement, à un même instant pour lequel on calculera la valeur absolue de H.

Le magnétomètre bifilaire se réduit essentiellement à un gros barreau de poids P soutenu par une suspension bifilaire dans une situation normale au méridien magnétique. Soient α l'angle de torsion bifilaire, l la longueur des fils supposés verticaux et parallèles, d leur distance; nous avons démontré

([1]) *Voir* tome I, 1er fascicule.

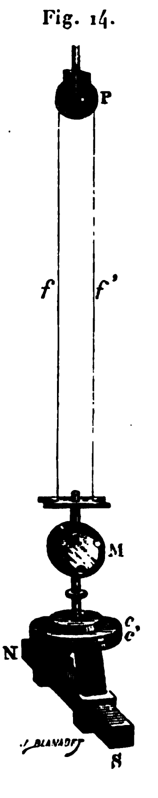
que le moment de torsion bifilaire est $\frac{P d^2}{2 l} \sin \alpha$. Il fait équilibre au moment de l'action terrestre. On a donc

$$MA = \frac{P d^2}{2 l} \sin \alpha,$$

et les variations instantanées de H se traduiront par des variations correspondantes de la torsion bifilaire α, ou de la situation d'équilibre du barreau.

Le magnétomètre bifilaire de Gauss, dont la *fig.* 14 représente une disposition simplifiée, est supporté par un seul fil d'acier ff' dont les deux bouts sont rattachés à l'appareil suspendu et dont le milieu passe soit sur une poulie unique P (*fig.* 14), soit préférablement sur deux petites poulies métalliques fixées au plafond et qu'on peut écarter ou rapprocher à volonté dans une rainure ménagée à cet effet. Au lieu de fixer invariablement les bouts du fil, il est aussi préférable de les enrouler sur deux petits treuils qui font corps avec le cercle divisé c, destiné à la mesure des torsions. L'étrier supportant le barreau NS est solidaire d'une alidade munie de verniers ou d'un cercle mobile c' qui appuie sur le cercle fixe. Un axe indépendant concentrique au cercle c et mobile à frottement supporte le miroir M qui sert, concurremment avec une règle divisée et une lunette, à observer la position d'équilibre du magnétomètre.

Fig. 14.



Pour régler l'instrument, on place d'abord dans l'étrier un barreau de cuivre C de même poids et de même section que le barreau aimanté NS, et l'on observe la position d'équilibre de l'appareil. On replace ensuite NS et l'on fait tourner l'alidade qui le supporte jusqu'à ce que le miroir M revienne exactement dans la même situation. L'axe magnétique du barreau se trouve alors dans le plan du méridien magnétique.

Pour continuer le réglage, il est nécessaire de connaître le

rapport du couple directeur du barreau au couple de torsion bifilaire. On le détermine en mesurant la durée de l'oscillation du barreau : 1° dans la situation qu'il occupe; 2° en le retournant bout pour bout. Comme le couple de torsion bifilaire est très grand, le barreau est en équilibre stable dans la deuxième situation, mais ses oscillations sont plus lentes. En désignant par A le moment d'inertie du système, par B le moment du couple de torsion, par T_1 et T_2 les durées d'oscillations observées, on a

$$T_1^2 = \frac{\pi^2 A}{B + MH},$$

$$T_2^2 = \frac{\pi^2 A}{B - MH};$$

d'où

$$\frac{MH}{B} = \frac{T_2^2 - T_1^2}{T_2^2 + T_1^2}.$$

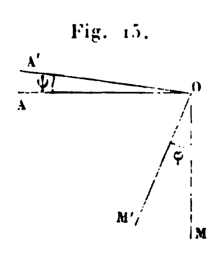
Une fois ce rapport connu, il est facile de déterminer l'angle β dont il faut tourner l'alidade sur le cercle *c* de la suspension bifilaire pour que le barreau se trouve dirigé perpendiculairement au méridien magnétique. En effet, le couple terrestre possède dans cette situation une valeur exactement égale à MH, et la torsion bifilaire qui lui fait équilibre est B sin x, d'où

$$\sin x = \frac{MH}{B};$$

l'angle β est égal à $\frac{\pi}{2} + x$.

Quand on a installé le magnétomètre bifilaire en déterminant l'angle β pour une valeur particulière de H, l'équilibre du barreau est troublé soit par les variations de H, soit par celles de la déclinaison. Désignons par φ (*fig.* 15) l'angle que fait à un moment donné le plan OM' du méridien magnétique avec la direction OM qu'il possédait au moment où le magnétomètre a été réglé, par h l'augmentation de H à partir de ce même moment, par ψ la déviation AOA'

Fig. 15.



du magnétomètre bifilaire, comptée positivement dans le même sens que φ, c'est-à-dire dans le sens où la torsion bifilaire tend à entraîner le barreau. L'équation d'équilibre est

$$M(H+h)\cos(\varphi-\psi)=B\sin(\alpha-\varphi),$$

qui permet de déduire h de la mesure de ψ, pourvu que φ soit connu. La variation φ de la déclinaison est donnée par le magnétomètre à un fil.

Dans les observatoires les plus modernes, à Kew par exemple, les dimensions des barreaux primitivement employés et, par conséquent, celles des locaux d'observation, ont pu être considérablement réduites, sans nuire à la précision des mesures ([1]). Nous devons aussi noter que la Météorologie moderne tend de plus en plus à substituer à l'observation directe, nécessairement intermittente, l'enregistrement continu des indications des appareils. La découverte des procédés photographiques au gélatinobromure, en réduisant considérablement la durée que doit avoir l'impression lumineuse pour laisser une trace durable, a amené ou amènera bientôt l'abandon de la plupart des procédés mécaniques d'inscription et leur remplacement par les procédés photographiques. Nous renverrons le lecteur aux Ouvrages spéciaux pour tous les détails de ces nouvelles et curieuses installations.

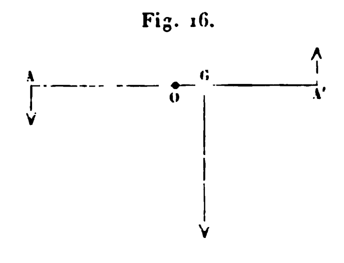
3° *Boussole d'inclinaison.* — Une boussole d'inclinaison, telle que celle de Kew, précédemment décrite, fournit la valeur absolue et les variations de l'inclinaison, et, par suite, de $\frac{Z}{H}$. Le magnétomètre unifilaire, le magnétomètre bifilaire et la boussole d'inclinaison employés simultanément, comme on vient de l'indiquer, fournissent donc tous les renseigne-

([1]) On doit à M. Mascart la création d'appareils magnétiques de très petites dimensions qui peuvent être employés dans un même local de 8^m à 9^m de long et de 4^m à 5^m de large, sans qu'on ait à tenir compte de leurs actions réciproques qui sont négligeables. On peut à volonté les disposer pour l'observation directe ou pour l'enregistrement photographique. Dans ce dernier cas, on ne fait usage que d'une seule et très petite lampe pour les trois appareils.

ments dont on a besoin sur la valeur absolue et les variations des éléments du magnétisme terrestre. Ce sont les seuls instruments essentiels d'un observatoire magnétique.

On emploie souvent, sous le nom de *balance magnétique*, et comme instrument auxiliaire donnant la variation de la composante verticale, un barreau aimanté supporté par un couteau d'acier sur un plan d'agate, comme un véritable fléau de balance. On le règle de manière qu'il se tienne sensiblement horizontal, et on l'observe soit dans le plan du méridien magnétique, soit dans le plan perpendiculaire.

Fig. 16.



Supposons, pour plus de simplicité, que le point de suspension O et le centre de gravité G sont sur l'axe magnétique AA' et que le barreau est mobile dans un plan perpendiculaire au méridien magnétique. Soit θ l'angle du barreau avec l'horizon; M son moment magnétique; δ la distance OG. On a l'équation d'équilibre

$$(1) \qquad ZM\cos\theta = P\delta\sin\theta.$$

Différentiant et négligeant les infiniment petits d'ordre supérieur, on a

$$Z\,dM + M\,dZ = P\delta\,d\theta,$$

d'où l'on déduit dZ si l'on connaît la variation dM du moment résultant de la variation de la température.

HYPOTHÈSE DE L'AIMANT TERRESTRE. — Avec les instruments et par les méthodes que nous venons de décrire, un très grand nombre d'observateurs ont mesuré les constantes magnétiques en divers points du globe. Il s'agit de coordonner leurs observations et d'en déduire l'état magnétique de la surface terrestre.

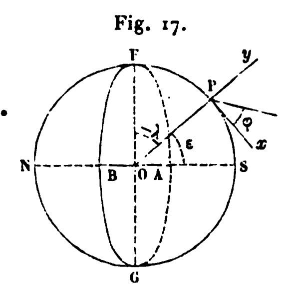
On peut, pour cela, employer deux voies différentes : l'une

synthétique proposée d'abord par Euler ([1]), l'autre analytique développée par Gauss.

Euler proposa d'assimiler la Terre à un aimant de petites dimensions relatives dont le milieu coïncide avec le centre de la Terre. Nous avons vu que Gilbert invoquait déjà une hypothèse analogue et qu'elle explique, au moins d'une manière générale, l'action de la Terre sur l'aiguille aimantée. Nous nous proposons d'étudier de plus près l'hypothèse d'Euler, pour reconnaître si elle est en effet compatible avec l'ensemble des faits connus.

Soient O (*fig.* 17) le centre de la Terre, AB l'aimant terrestre, dont nous supposerons les dimensions négligeables par rapport au rayon OP. La direction prolongée de AB rencontre la surface du globe en deux points N et S diamétralement opposés, que nous appellerons les *pôles magnétiques*. Le pôle magnétique N correspond au pôle boréal B de l'aimant terrestre, le pôle sud S à son pôle austral A; nous savons déjà qu'il faut supposer le pôle N en un point de l'hémisphère boréal assez voisin du pôle boréal du globe, le pôle S au voisinage du pôle austral terrestre.

Fig. 17.



La force R exercée par l'aimant AB au point P est située dans le plan NPS. Ce plan est donc le méridien magnétique. Nous nous proposons de déterminer la force R en grandeur et en direction.

Désignons par ε l'angle du rayon vecteur OP avec la direction BA de l'axe de l'aimant terrestre, par M le moment magnétique de cet aimant. En appliquant des formules bien connues, nous trouverons, pour le potentiel V au point P, et pour les composantes X, Y de la force exercée sur l'unité d'électricité placée en P suivant le prolongement Py du rayon

([1]) Euler, *Théorie nouvelle de l'aimant*. Paris, 1744. L'hypothèse d'Euler a été développée par J.-T. Mayer (*Theoria magnetica*. Göttingue, 1760) et par Biot (*Traité de Physique*, t. III, p. 12 et suiv.).

et suivant la direction sud Px du méridien magnétique,

$$V = \frac{M}{r^2}\cos\varepsilon,$$

$$Y = -\frac{dV}{dr} = \frac{2M}{r^3}\cos\varepsilon,$$

$$X = -\frac{dV}{dx} = -\frac{dV}{d\varepsilon}\frac{dr}{dx} = \frac{M}{r^3}\sin\varepsilon.$$

La grandeur R de la force magnétique en P est

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{M}{r^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\varepsilon};$$

enfin la tangente de l'angle φ qu'elle fait avec la direction Px est

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{Y}{X} = 2\cot\varepsilon.$$

Considérons le grand cercle perpendiculaire à la ligne NS des pôles magnétiques ; nous le désignerons, par analogie, sous le nom d'*équateur magnétique*, et l'angle λ du rayon vecteur avec cet équateur, compté positivement dans l'hémisphère magnétique nord, négativement dans l'hémisphère sud, sera la *latitude magnétique*. On a, d'après ces définitions,

$$\lambda = -\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right),$$

(1) $$R = \frac{M}{r^3}\sqrt{1 + 3\sin^2\lambda},$$

$$\operatorname{tang}\varphi = -2\operatorname{tang}\lambda.$$

Nous avons désigné sous le nom d'*inclinaison* i l'angle que fait avec l'horizon la direction australe de l'aiguille aimantée comptée positivement quand le pôle austral est au-dessous de l'horizon. On a donc

$$i = -\varphi,$$

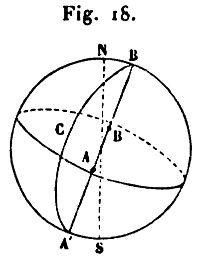
(2) $$\operatorname{tang} i = -\operatorname{tang}\varphi = 2\operatorname{tang}\lambda.$$

La tangente de l'inclinaison est égale au double de la tangente de la latitude magnétique.

Résumons maintenant les propriétés que nous offrirait le globe s'il était constitué comme nous venons de le supposer.

I. On pourrait mener un grand cercle perpendiculaire au milieu de AB (*fig.* 18) et pour lequel λ serait nul : ce serait l'*équateur magnétique;* en tous ses points l'aiguille aimantée serait : 1° horizontale; 2° parallèle à AB et perpendiculaire à la direction de cet équateur; 3° l'intensité magnétique serait égale à $\frac{M}{r^3}$ et plus petite sur cet équateur qu'en tout autre point du globe.

Fig. 18.



II. L'axe prolongé de l'aimant AB viendrait couper la surface du globe en deux points A', B', qui seraient les *pôles* de l'équateur magnétique. En ces points, λ serait égal à 90°, les actions magnétiques exercées par A et B seraient toutes deux verticales, et, par conséquent : 1° l'inclinaison serait égale à 90°; 2° l'aiguille de déclinaison ne serait sollicitée par aucune force et se mettrait en équilibre dans toutes les directions; 3° enfin l'intensité calculée par la formule (1) serait maxima et égale à $\frac{2M}{r^3}$.

III. On pourrait mener par l'axe magnétique AB une série de grands cercles, tels que B'CA'; ils seraient les *méridiens magnétiques;* leur trace marquerait sur le globe les directions de l'aiguille horizontale, et la déclinaison serait en chaque point égale à l'angle des méridiens géographique et magnétique se coupant en ce point.

IV. Pour marquer les latitudes magnétiques, on pourrait tracer des *parallèles magnétiques* comme on trace des parallèles géographiques, en menant une série de plans perpendiculaires à AB et, λ demeurant constant dans toute l'étendue de chacun d'eux, ils satisferaient aux trois conditions suivantes : 1° ils seraient perpendiculaires aux méridiens magnétiques en chaque lieu; 2° l'inclinaison serait constante dans toute leur étendue et ils seraient des courbes d'égale inclinaison ou *isocliniques;* 3° l'intensité serait la même en tous les points de chacun d'eux et ils seraient des courbes *isodynamiques.*

V. Enfin, parmi tous les méridiens magnétiques, il y en au-

rait deux qui contiendraient à la fois l'axe magnétique AB et l'axe géographique NS, et la déclinaison serait nulle dans toute leur étendue; il y aurait donc deux lignes *sans déclinaison*, allant du pôle nord au pôle sud, toutes deux situées dans le même plan mené par AB et NS.

Nous allons maintenant chercher si ces diverses circonstances sont réalisées sur le globe terrestre; nous n'aurons besoin pour cela que de résumer les observations des voyageurs. C'est un travail qui a été exécuté en particulier par Duperrey ([1]), et nous allons en faire connaître les résultats.

1° *Équateur magnétique.* — Il y a réellement une courbe sur laquelle l'inclinaison est nulle. Sans être d'une régularité parfaite, elle est très sensiblement figurée par un grand cercle qui coupe l'équateur terrestre en deux points que l'on nomme les *nœuds*; ils sont situés, le premier auprès de l'île San Tomé, par 30°20' de longitude orientale; le second, moins bien déterminé, se trouve entre 166°25' de longitude occidentale et 175°44' de longitude orientale. Si l'on cherche le plan moyen de cette courbe, on trouve qu'il fait un angle de 10°47' avec l'équateur et que son axe percerait la surface du globe en deux points situés dans les régions polaires :

L'un par...........	79°11'N.	et	78°20'O.,
L'autre par........	79°11'S.	et	110°40'E.

Mais l'équateur magnétique ainsi déterminé par la première condition ne satisfait pas à la seconde, c'est-à-dire que l'aiguille aimantée est horizontale en chacun de ses points, mais elle n'est pas perpendiculaire à son plan et parallèle à une direction fixe AB. Toutefois il ne s'éloigne pas beaucoup de cette condition, car Duperrey, ayant tracé une courbe assujettie à être en chaque lieu normale aux méridiens et à les couper en parties égales, trouva qu'elle se confond sensiblement avec un cercle dont les pôles seraient placés :

L'un par..........	79°6'N.	et	70°31'O.,
L'autre par........	79°6'N.	et	108°18'E.

([1]) DUPERREY, *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. XXX, 33; t. XXXIV, p. 298, et t. XLV, p. 371; 1826-1831.

On voit que réellement l'équateur magnétique de notre cas hypothétique n'est point réalisé absolument, mais qu'on peut le remplacer par deux lignes qui le dédoublent : l'une étant caractérisée par une inclinaison nulle, l'autre par la condition d'être normale aux méridiens magnétiques et de les couper en parties égales; mais les deux lignes sont extrêmement voisines l'une de l'autre.

Depuis que l'on a recueilli quelques observations relatives aux intensités, il n'est plus possible d'admettre que l'équateur magnétique ait une intensité minima et égale en tous ses points. Il y aurait lieu, par conséquent, de construire une troisième courbe qui ne serait probablement pas éloignée des précédentes et qui serait l'équateur d'intensité minima; mais on possède trop peu d'observations pour la déterminer.

2° *Méridiens magnétiques.* — La propriété qui caractérise les méridiens magnétiques est qu'une aiguille de déclinaison qui les parcourt du nord au sud devra toujours être contenue dans leur plan; on peut donc les construire graphiquement d'après cette propriété. C'est ce qu'a fait Duperrey, et, les ayant tracés sur une carte, il reconnut qu'ils n'étaient point des grands cercles de la sphère, ni même des courbes planes, mais que cependant ils ne sont pas trop irréguliers. A mesure que l'on s'éloigne de l'équateur, ils tendent à se rapprocher et viennent enfin concourir en deux points extrêmes. Là il n'y a plus de déclinaison, et l'inclinaison est de 90°; ce sont les pôles magnétiques de la Terre. Leur position géographique est :

Pour l'un..........	70°5′ N.	et	90° 12′O.,
Pour l'autre........	75°20S.	et	130° 10′E.

En comparant ces points avec ceux où les axes des deux équateurs magnétiques percent l'enveloppe terrestre, on voit qu'il n'y a pas une très grande différence de position entre eux, bien qu'il y en ait une, et l'on pourrait l'expliquer d'une manière générale, comme le faisait déjà Tobie Mayer en 1760, en admettant que l'axe de l'aimant ne passe pas par le centre de l'équateur magnétique, mais qu'il est situé sur une ligne perpendiculaire à son plan peu éloignée de ce centre.

3° *Parallèles magnétiques.* — Duperrey a également tracé

les parallèles magnétiques d'après la condition qu'ils soient perpendiculaires aux méridiens en chaque point. Dans notre hypothèse, ces lignes doivent jouir de deux autres propriétés. D'abord elles doivent avoir la même latitude magnétique, et par conséquent l'inclinaison de l'aiguille aimantée doit y être constante; mais cela ne se réalise pas. L'intensité magnétique devrait aussi conserver la même valeur tout le long d'un parallèle et l'on trouve qu'il n'en est rien. On a donc été conduit à les dédoubler ou plutôt à tracer en même temps que ces parallèles des lignes d'égale inclinaison ou *isocliniques*, et des lignes d'égale intensité ou *isodynamiques*.

Les lignes isocliniques répondent à une idée complexe, car on rapporte l'inclinaison à l'horizon, et, comme la direction de l'horizon change d'un point à un autre, ce seraient des lignes qui marqueraient des inclinaisons égales sur un plan variant avec chacun de leurs points; aussi a-t-on renoncé à les construire.

Mais on s'est occupé avec plus de raison et avec plus de soin de tracer les courbes isodynamiques; Hansteen (1) avait commencé ce travail et Duperrey le continua. Les intensités augmentent notablement de l'équateur magnétique jusqu'à deux espaces terminés vers les pôles où elles sont maxima. Ces maxima sont d'ailleurs inégaux et aucun d'eux n'a une valeur double du minimum moyen correspondant à l'équateur magnétique.

Nous avons trouvé théoriquement la formule

$$\tan i = 2 \tan \lambda,$$

de façon que, si elle se vérifiait, on pourrait calculer la valeur de l'inclinaison sur chaque parallèle magnétique, ou bien, après avoir mesuré l'inclinaison i, conclure la latitude λ ou la distance à l'équateur magnétique. Ce que nous venons de dire montre que cette expression n'est pas rigoureusement vraie. Cependant elle est satisfaite à de petites distances de cet équateur, et l'on s'en sert pour déduire la position exacte de cette

(1) Hansteen, *Untersuchungen über den Magnetismus der Erde*. Christiania, 1819.

ligne d'observations faites dans son voisinage; c'est surtout par ce moyen qu'on a pu la déterminer.

4° *Lignes sans déclinaison.* — Dans l'hypothèse de l'aimant central, le plan qui contient les axes magnétique et géographique doit dessiner sur la surface du globe un grand cercle sur lequel la déclinaison est nulle, puisque les deux méridiens magnétique et géographique sont confondus. Les observations montrent effectivement qu'il existe deux lignes sans déclinaison qui se rencontrent aux deux pôles magnétiques; mais, loin d'être situées dans un même plan, elles se montrent très irrégulières. L'une traverse l'Amérique du Nord. Partant de la baie d'Hudson, elle coupe vers New-York la côte orientale du continent et continue sa route à travers l'Atlantique jusqu'au cap Saint-Roch, qu'elle traverse pour se plonger de nouveau dans la mer et se diriger du nord au sud vers le pôle magnétique sud. L'autre ligne est moins régulière et moins connue; on la trouve à l'est du Spitzberg et dans la mer Blanche, après quoi elle se perd dans la Russie d'Asie où on ne l'a pas suivie; mais elle doit s'incliner considérablement vers l'est, car on la retrouve sur la côte orientale de l'Asie dans la mer d'Okhotsk. On la suit le long du Japon jusqu'au-dessus de Canton, après quoi elle traverse l'Inde de l'est à l'ouest, passe auprès de Bombay et, revenant une seconde fois vers l'orient, elle longe Java et coupe l'Australie du nord au sud.

Nous trouvons, en résumé, sur le globe terrestre toutes les circonstances générales que la théorie d'Euler avait prévues; mais nous les retrouvons modifiées notablement. Il y a un équateur et deux pôles; il y a des méridiens et des parallèles magnétiques, et une intensité qui augmente de l'équateur aux pôles; mais à l'équateur l'aiguille n'est ni parallèle à l'axe magnétique, ni perpendiculaire à la courbe sans déclinaison, et l'intensité n'est pas constante; mais les méridiens ne sont pas plans, l'inclinaison n'est pas égale en tous les points d'un même parallèle ni l'intensité magnétique constante; et enfin les deux lois

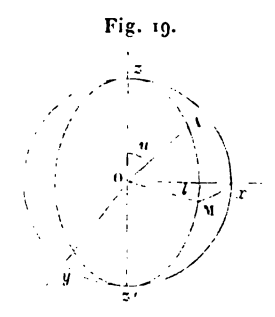
$$\tan i = 2 \tan \lambda \qquad \text{et} \qquad R = \frac{M}{r^3}\sqrt{1 + 3\sin^2\lambda}$$

ne se justifient pas assez exactement pour qu'on les puisse admettre.

PRINCIPES DE LA THÉORIE DE GAUSS. — Hansteen (¹) chercha à mettre la théorie d'Euler en harmonie avec les faits, et en particulier à expliquer l'existence de deux maxima d'intensité au voisinage de chacun des pôles terrestres, en supposant qu'il y a non un aimant central unique, mais deux aimants, tous deux excentriques, de petites dimensions relatives et de puissance très inégale. Mais ce système compliqué ne suffit pas à rendre raison de tous les faits, et, si l'on entre dans cette voie, il n'y a pas de motif pour ne pas avoir recours successivement à trois, quatre aimants terrestres, ou même à un nombre indéfini. C'est pourquoi Gauss (²) crut devoir abandonner la méthode de ses devanciers et se placer à un point de vue tout opposé. Considérant la Terre entière comme un aimant, il ne supposa rien de particulier sur la distribution qu'y affecte le magnétisme et chercha, au contraire, à relier entre elles les observations faites en divers points du globe pour en déduire les formules empiriques qui donnent les éléments magnétiques en un lieu quelconque de sa surface.

Supposons la Terre exactement sphérique et désignons par x, y, z les coordonnées d'un point A de sa surface (*fig.* 19)

Fig. 19.



par rapport à trois axes rectangulaires passant par son centre et dont l'un, l'axe des z, sera dirigé suivant la ligne des pôles. Soient ξ, η, ζ les coordonnées d'un point P quelconque intérieur à la Terre, où se trouve une quantité positive ou néga-

(¹) HANSTEEN, *Untersuchungen über den Magnetismus der Erde*. Christiania, 1819.

(²) GAUSS, *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins*.

tive m de magnétisme libre. Désignons enfin par R le rayon terrestre et par ρ la distance du point P au centre.

Le potentiel magnétique V au point A est

$$V = \sum \frac{m}{r},$$

et l'on a

$$r^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2.$$

D'ailleurs, en désignant par l la longitude du point A, c'est-à-dire l'angle MOx de l'intersection du plan méridien zOA avec le plan de l'équateur, par u le complément de la latitude,

$$x = R \sin u \cos l, \qquad y = R \sin u \sin l, \qquad z = R \cos u;$$

on a de même, en appelant υ et λ les quantités analogues à u et l pour le point P,

$$\xi = \rho \sin \upsilon \cos \lambda, \qquad \eta = \rho \sin \upsilon \sin \lambda, \qquad \zeta = \rho \cos \upsilon,$$

$$r^2 = R^2 - 2R\rho [\sin u \sin \upsilon \cos(l - \lambda) + \cos u \cos \upsilon] + \rho^2,$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R} \left\{ 1 - 2 [\sin u \sin \upsilon \cos(l - \lambda) + \cos u \cos \upsilon] \frac{\rho}{R} + \frac{\rho}{R} \right\}^{-\frac{1}{2}},$$

$$V = \frac{1}{R} \sum m \left\{ 1 - 2 [\sin u \sin \upsilon \cos(l - \lambda) + \cos u \cos \upsilon] \frac{\rho}{R} + \frac{\rho^2}{R^2} \right\}^{-\frac{1}{2}}.$$

Relativement à la fonction V, Gauss remarque que, les points attirants étant placés à l'intérieur de la masse terrestre et la plupart à une grande profondeur, $\frac{\rho}{R}$ est toujours plus petit que l'unité et en général assez petit. On peut donc développer V en série convergente suivant les puissances croissantes de $\frac{\rho}{R}$ et arrêter pratiquement le développement de la fonction à une puissance peu élevée; Gauss est allé jusqu'à la quatrième. Dans ce développement figurent des sommes dépendant de la grandeur des masses magnétiques m, de leurs coordonnées géographiques υ et λ et de leur distance ρ au centre : ce sont des coefficients numériques qui ne dépendent que de l'état du globe, et qu'on déterminera par l'emploi

d'un nombre suffisant d'observations. Le rayon R de la Terre étant lui-même une constante, les seules quantités variables qui figurent dans le développement sont $\sin u$ et $\cos u$, $\sin l$ et $\cos l$. Gauss avait obtenu

$$
\begin{aligned}
10000\,\frac{V}{R}
&= -1{,}977 + 937{,}103 \cos u + 71{,}245 \cos^2 u \\
&\quad - 18{,}868 \cos^3 u - 108{,}855 \cos^4 u \\
&\quad + (+64{,}437 - 79{,}518 \cos u + 122{,}936 \cos^2 u + 152{,}589 \cos^3 u) \sin \\
&\quad + (-188{,}303 - 33{,}507 \cos u + 47{,}794 \cos^2 u + 64{,}112 \cos^3 u) \sin \\
&\quad + (+7{,}035 - 73{,}193 \cos u - 45{,}791 \cos^2 u) \sin 2u \cos^2 l \\
&\quad + (-45{,}092 - 22{,}766 \cos u - 42{,}573 \cos^2 u) \sin 2u \sin^2 l \\
&\quad + (+1{,}396 + 19{,}774 \cos u) \sin^3 u \cos 3l \\
&\quad + (-18{,}759 - 0{,}1078 \cos u) \sin^3 u \sin 3l \\
&\quad + 4{,}127 \sin^4 u \cos 4l \\
&\quad + 3{,}175 \sin^4 u \sin 4l.
\end{aligned}
$$

Les longitudes l sont comptées vers l'est à partir du méridien de Greenwich. Les unités sont les unités C.G.S. ([1]).

Les mesures directes ne fournissent pas, en un lieu donné, la valeur du potentiel V, mais elles donnent les trois composantes X, Y, Z du champ magnétique, suivant l'horizontale nord du plan méridien, l'horizontale ouest perpendiculaire à ce méridien et suivant la verticale. On reconnaît aisément qu'avec ce nouveau système d'axes

$$
\begin{aligned}
X &= -\frac{dV}{dx} = -\frac{dV}{du}\frac{du}{dx} = \frac{1}{R}\frac{dV}{du}, \\
Y &= -\frac{dV}{dy} = -\frac{dV}{dl}\frac{dl}{dy} = \frac{1}{R \sin u}\frac{dV}{dl}, \\
Z &= -\frac{dV}{dz} = \frac{dV}{dR}.
\end{aligned}
$$

([1]) Gauss employait comme unités fondamentales le milligramme et la seconde. Il en résultait pour $\frac{V'}{R}$ une valeur numérique 10 fois plus grande.

On a d'ailleurs, en désignant par δ la déclinaison,

$$\tang i = \frac{Z}{H} = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}},$$

$$\tang \delta = \frac{Y}{X},$$

$$H = \sqrt{X^2+Y^2}.$$

Les coefficients de V entrent dans ces expressions, et Gauss les a déterminés par un groupe de douze observations de X et de Y ou, ce qui revient au même, de la déclinaison et de l'intensité horizontale, en douze stations terrestres assez éloignées les unes des autres. Il s'est ensuite servi des formules pour déterminer l'intensité verticale Z et l'inclinaison. Le résultat de cette vérification a été assez satisfaisant pour prouver qu'il était inutile de pousser le développement de V au delà des termes qui dépendent de la quatrième puissance de $\frac{\rho}{R}$.

Quand on connaît V, on peut représenter très simplement aux yeux l'état magnétique du globe. Il suffit de dessiner sur une carte :

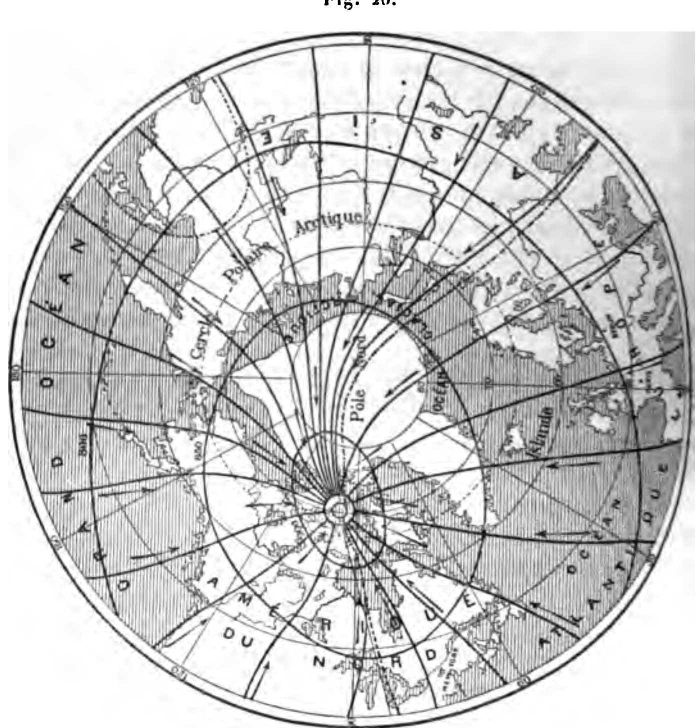
1° Les courbes équipotentielles V = const., intersections des surfaces équipotentielles avec la surface du globe; la composante horizontale de l'intensité du champ magnétique terrestre varie en raison inverse de l'écartement de ces lignes, supposées tracées pour des valeurs de V équidistantes;

2° Les trajectoires orthogonales des courbes V = const.; celles-ci donnent la direction en chaque lieu de la projection horizontale de l'aiguille aimantée, c'est-à-dire les *méridiens magnétiques*. Par analogie, les courbes équipotentielles peuvent être appelées *parallèles magnétiques*. Les cartes ci-jointes (*fig.* 20 et 21) représentent la distribution de ces deux systèmes de lignes (¹) autour du pôle nord et du pôle sud;

(¹) Gauss et Weber, *Atlas des Erdmagnetismus nach den Elementen der Theorie entworfen;* Leipzig, 1840. Ces figures ont été gravées d'après le *Cours de Physique* de MM. Brisse et André. Paris, 1873.

on voit que les méridiens magnétiques se coupent en deux points, l'un de l'hémisphère nord, l'autre de l'hémisphère sud, qui sont proprement les *pôles magnétiques*. L'aiguille d'inclinaison y est verticale, puisque la direction de l'aiguille de déclinaison est, d'après la disposition des méridiens, abso-

Fig. 20.

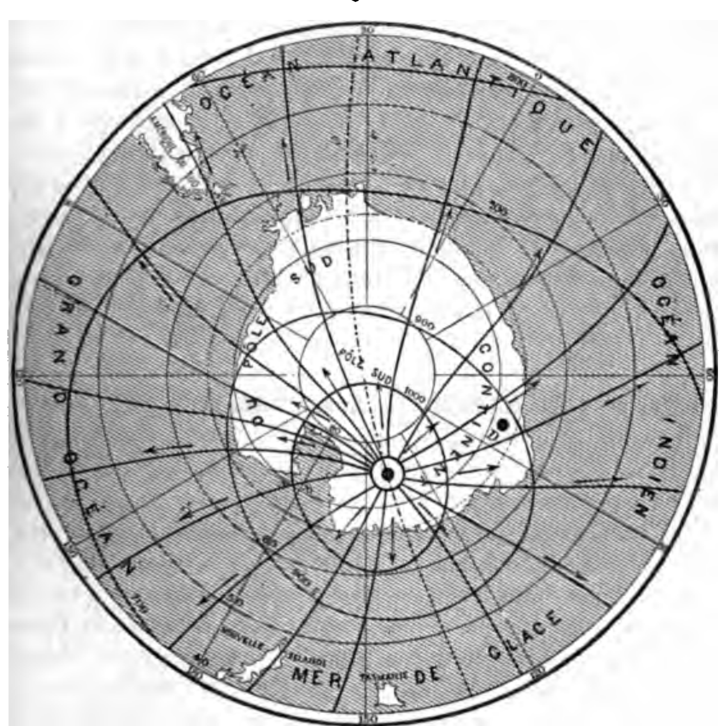


lument indéterminée; mais l'intensité n'y est pas maximum. Le pôle nord était en 1830 par 75°35′ de latitude nord et 264°21′ de longitude à l'est du méridien de Greenwich; le pôle sud par 72°35′ de latitude sud et 152°30′ de longitude à l'est du même méridien. Au pôle nord, l'intensité était 0,1701 C.G.S. et 0,2253 C.G.S. au pôle sud. La distribution fictive de fluides magnétiques boréal et austral équivalente à l'aimantation du globe diviserait celui-ci en deux régions, l'une boréale, prin-

:ipalement comprise dans l'hémisphère nord, l'autre australe lans l'hémisphère sud, séparées par une ligne neutre voisine l'un grand cercle et coupant l'équateur à 15° de longitude ›uest de Greenwich.

Weber et Goldschmidt (¹), à l'aide d'un groupe de cent

Fig. 21.



trois observations, ont repris les calculs de Gauss et démontré qu'il y a à la surface de la Terre deux points où l'intensité magnétique totale est minimum. L'un est situé par 18°9′ de latitude australe et 350°12′ de longitude orientale; l'intensité y est de 0,28281 C.G.S., l'autre est à 5°7′ de lati-

(¹) GOLDSCHMIDT, *Vergleichung magnetischer Beobachtungen nach den Elementen der Theorie.* (*Result. aus d. Beob. d. magn. Vereins*; 1840.)

tude boréale, et l'intensité correspondante est 0,32481 C.G.S. Il y a trois points où l'intensité est maximum; l'un diffère peu du pôle magnétique sud (70°9′ de latitude australe, 160°26′ de longitude orientale) : l'intensité y est 0,78982 C.G.S. Les deux autres sont situés dans l'hémisphère nord (54°32′ de latitude boréale, 261°27′ de longitude orientale; 71°20′ de latitude boréale, 119°57′ de longitude orientale), et les intensités y sont représentées respectivement par 0,61614 C.G.S. et 0,59113 C.G.S. Tous ces résultats ne doivent pas être considérés comme ayant une valeur absolue : ils peuvent être d'autant plus écartés de la vérité qu'ils se rapportent à des stations plus éloignées de celles où l'on a réellement observé. La présence au voisinage de quelques-unes de ces stations de masses ferrugineuses considérables introduirait des perturbations graves et le calcul ne pourrait en rendre compte qu'à la condition de pousser le développement en série beaucoup plus loin que ne l'a fait Gauss et qu'il n'est pratique de l'essayer.

VARIATIONS DES ÉLÉMENTS DU MAGNÉTISME TERRESTRE. — Jusqu'ici, nous avons fait abstraction des variations que les éléments du magnétisme terrestre éprouvent en un même lieu de la Terre; mais, par le fait, en chaque point du globe, déclinaison, inclinaison et intensité changent d'heure en heure, de mois en mois, d'année en année, de façon que l'état magnétique que nous avons décrit d'après Duperrey, et qui était vrai vers 1825, n'a pas toujours été celui de la Terre et qu'il se modifie tous les jours de plus en plus. Parmi ces variations, les unes sont accidentelles, les autres paraissent régulières; parmi celles-ci, il y en a de diurnes, il y en a de séculaires. Nous étudierons les unes et les autres successivement pour la déclinaison, l'inclinaison et l'intensité.

1° *Variations de la déclinaison.* — Quand on a commencé à observer à Paris l'aiguille de déclinaison, son extrémité nord était pointée à l'est du méridien; la déclinaison était donc orientale. Peu à peu elle a diminué; elle était nulle en 1663, puis elle a changé de signe et l'aiguille s'est déviée de plus en plus vers l'ouest jusqu'en 1814. Elle rétrograde au-

ourd'hui vers l'orient. Le Tableau suivant, extrait de l'*Annuaire de l'Observatoire de Montsouris* pour 1883, résume les observations les plus certaines :

Époque.	Année.	Déclinaison.
»	1550	8°.00′ E.
»	1580	11.30
»	1662	6.30
»	1634	4.16
»	1664	0.40
»	1666	0.00
21 juin	1667	0.15 O.
»	1670	1.30
1er juillet	1680	2.40
Fin de l'année	1680	2.50
»	1681	2.30
»	1682	2.30
10 mars	1683	3.50
1er décembre	1684	4.10
Décembre	1685	4.30
9 décembre	1687	5.12
»	1688	4.30
23 novembre	1689	6.00
»	1691	4.40
Décembre	1692	5.50
Décembre	1693	6.20
13 octobre	1695	6.48
17 octobre	1696	7.08
22 octobre	1697	7.40
30 octobre	1698	7.40
23 octobre	1699	8.10
20 novembre	1700	8.12
22 septembre	1701	8.48
18 décembre	1703	9.06
30 octobre	1704	9.20
28 mars	1705	9.25
31 décembre	1705	9.35
31 décembre	1706	9.48
28 décembre	1707	10.10
27 décembre	1708	10.15
24 décembre	1709	10.30
30 décembre	1710	10.50

Époque.	Année.	Déclinaison.
		° ′
30 décembre	1711	10.50 O.
30 décembre	1712	11.15
29 décembre	1713	11.12
31 décembre	1714	11.30
30 décembre	1715	11.10
30 décembre	1716	12.30
29 décembre	1717	12.40
1er octobre	1718	12.30
26 septembre	1719	12.30
1er septembre	1720	13.00
2 janvier	1721	13.00
4 janvier	1722	13.00
4 janvier	1723	13.00
9 novembre	1724	13.00
3 janvier	1725	13.00
5 décembre	1726	13.45
14 décembre	1727	14.00
17 novembre	1728	13.50
5 décembre	1729	14.10
20 novembre	1730	14.25
5 décembre	1731	14.45
5 septembre	1732	15.15
1er décembre	1733	15.45
13 mai	1734	15.35
28 avril	1735	15.45
1er mai	1736	15.40
5 mai	1737	14.45
28 mars	1738	15.10
18 février	1739	15.20
Décembre	1740	15.30
14 mai	1741	15.40
21 septembre	1742	15.10
15 juin	1743	15.10
21 juillet	1744	16.15
19 mai	1745	16.15
25 juin	1746	16.15
22 juillet	1747	16.30
14 juin	1748	16.15
11 juin	1749	16.30
17 juin	1750	17.15
30 avril	1751	17.00

Époque.	Année.	Déclinaison.
		° ′
16 juin	1752	17.15 O.
28 février	1753	17.20
6 mars	1754	17.15
14 mars	1755	17.30
30 mars	1756	17.45
4 mai	1757	18.00
10 mai	1758	18.00
15 février	1759	18.10
8 mai	1760	18.30
22 avril	1765	19.00
15 juillet	1770	19.55
6 mai	1771	19.50
5 novembre	1772	20.02
29 avril	1773	20.02
17 septembre	1777	20.27
30 décembre	1778	20.41
18 juillet	1779	20.32
4 janvier	1780	20.35
1er juin	1780	20.45
7 janvier	1781	20.47
23 juin	1781	20.57
21 juin	1782	21.01
28 janvier	1783	21.12
23 juin	1783	21.22
27 février	1784	21.27
18 mars	1785	21.35
12 janvier	1786	21.36
16 janvier	1789	21.56
18 juin	1790	22.00
30 juillet	1891	22.04
Septembre	1798	22.15
16 mai	1806	21.51
7 octobre	1807	22.25
7 octobre	1808	22.19
24 février	1809	22.06
11 août	1809	21.55
13 mars	1810	22.16
15 octobre	1811	22.25
9 octobre	1812	22.29
30 octobre	1813	22.28
10 août	1814	22.34

Époque.	Année.	Déclinaison.
		° ′
22 octobre	1816	22.25 O.
10 février	1817	22.19
15 octobre	1818	22.26
22 avril	1819	22.29
26 octobre	1821	22.25
9 octobre	1822	22.11
21 novembre	1823	22.23
13 juin	1824	22.23
18 août ($8^h 10^m$)	1825	22.13
18 août (midi)	1825	22.22
8 juillet	1827	22.20
7 août	1828	22.06
3 octobre	1829	22.12
4 mars	1832	22.03
9 novembre	1835	22.04
22 décembre	1848	20.41
30 novembre	1849	20.34,3
4 décembre	1850	20.31,7
16 novembre	1851	20.25,0
3 décembre	1852	20.19
3 décembre	1853	20.17
2 septembre	1854	20.10,8
2 décembre	1858	19.36,4
8 décembre	1858	19.33
28 décembre	1859	19.28,7
2 décembre	1860	19.22,5
7 janvier	1861	19.15,5
Février (moy.)	1862	19. 7,5
Moy. annuelle	1863	19. 0,6
Mars-déc. (moy.)	1864	18.56,0
Moy. annuelle	1865	18.47,5
»	1866	18.41,8
»	1867	18.31,6
»	1868	18.24,0
»	1869	18.16,3
9 avril	1871	17.59,7
26 juin	1873	17.33,0
13 février	1874	17.29,8
11 février	1875	17.26,2
Janvier	1876	17.19,7
Janvier	1877	17. 1,7

Époque.	Année.	Déclinaison.
		° ′
Janvier	1878....................	17. 5,8 O.
Janvier	1879....................	16.56,4
Janvier	1880....................	16.52,5
5 mars (1)	1881....................	16.48,7
o janvier (2)	1883....................	16.33
er janvier (3)	1890....................	15.47

riation séculaire de la déclinaison à Paris est actuelde — 5′ par an.

iangements semblables se sont produits et se produ. core dans tous les États de l'Europe; il est constant igne sans déclinaison qui passe maintenant à travers jue se trouvait sur Paris en 1663 et vraisemblablement viendra dans la suite des temps.

est pas seulement d'année en année que la déclinaige, c'est encore d'heure en heure (4). Tous les ma'aris et à peu près dans toute l'Europe, le pôle nord vers l'ouest et continue de s'avancer jusqu'à 2h; après rétrograde, revient vers l'ouest jusqu'à 10h et reste aire pendant la nuit. L'amplitude de ces variations 3′ à 15′ pendant l'été, mais tombe à 8′ ou 10′ pendant

cela, les positions moyennes des divers mois ne sont nstantes, la déclinaison diminue et l'aiguille marche t, du printemps au solstice d'été, mais elle repasse à le cette dernière époque à la précédente; ces varia-

---

mi les observations qui figurent dans ce Tableau se trouvent des es par un même observateur et qu'il convient de signaler. Les ns de 1695 à 1718 sont dues à La Hire; de 1719 à 172, de 1726 e 1758 à 1771, à Maraldi; de 1744 à 1754, à Fouchy; de 1777 Cassini; de 1798 à 1809, à Bouvard; de 1810 à 1832, à Arago. ervations relatées à partir de 1859 ont été faites: 1° de 1859 à Observatoire de Paris; 2° de 1873 à 1881, à l'Observatoire de s.

parc de Saint-Maur.

rès l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1890, p. 842.

variations diurnes furent découvertes en 1722 par G. Graham, *ons made on the variation of the horizontal needle at London ans.*, 1722, p. 96).

tions annuelles sont moins régulières que les mouvements diurnes. On peut tenir compte de ces variations, d'une manière très approchée, à l'aide du Tableau suivant (¹), indiquant les corrections moyennes à apporter à la valeur prévue de la déclinaison, déjà corrigée de l'effet de la variation séculaire :

	6h m.	8h m.	10h m.	Midi.	2h s.	4h s.	6h s.
	′	′	′	′	′	′	′
Janvier......	0	−1	0	+3	+3	+1	0
Février......	−1	−2	−1	+3	+4	+2	0
Mars........	−2	−3	−2	+4	+6	+3	0
Avril........	−2	−5	−2	+5	+7	+3	0
Mai.........	−4	−5	−1	+5	+7	+3	0
Juin.........	−5	−5	−1	+5	+7	+4	+1
Juillet.......	−4	−4	−1	+5	+6	+3	+1
Août........	−3	−4	0	+5	+6	+2	0
Septembre...	−2	−3	0	+5	+5	+2	0
Octobre.....	−1	−3	−2	+4	+5	+2	0
Novembre...	0	−1	−1	+3	+4	+2	0
Décembre....	0	−1	0	+2	+3	+1	0

D'après M. Wolf (²), les variations moyennes de chaque année dépendent sensiblement de la fréquence des taches solaires. Enfin l'aiguille éprouve des perturbations accidentelles considérables pendant les aurores boréales ; on les connait sous le nom d'*orages magnétiques* : nous ne nous arrêterons pas à leur étude.

La *fig.* 22 (p. 69*) représente la distribution des lignes d'égale déclinaison magnétique en France, au 1er janvier 1879 (³) : la *fig.* 23 (p. 70*) la distribution des méridiens magnétiques et des lignes d'égale composante horizontale au 1er janvier 1885 (⁴), d'après M. Th. Moureaux.

2° *Variations de l'inclinaison.* — En même temps que l'on a suivi les variations de l'aiguille de déclinaison, on a étudié

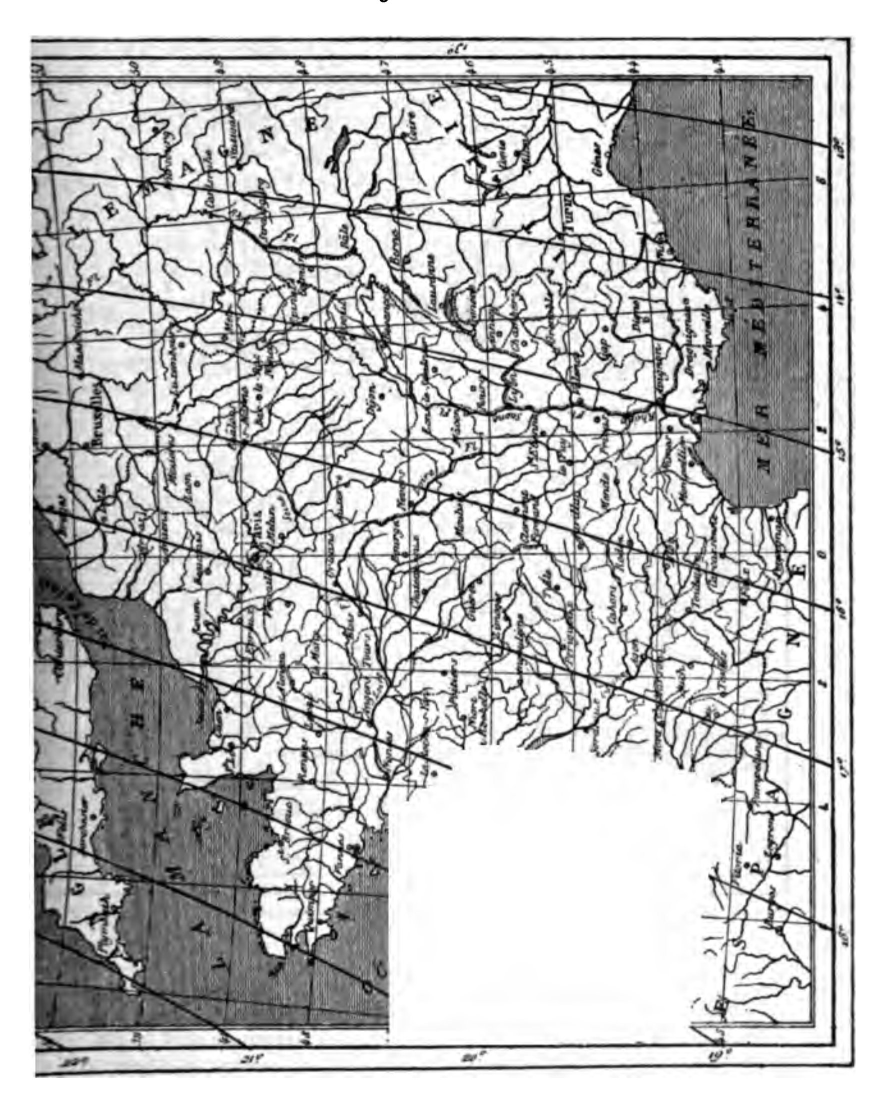
(¹) D'après l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1890, p. 45.

(²) Wolf, *Correspondance entre les variations du magnetisme terrestre et les taches solaires* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XLIV, p. 485 ; 1857).

(³) D'après l'*Annuaire de l'Observatoire de Montsouris.*

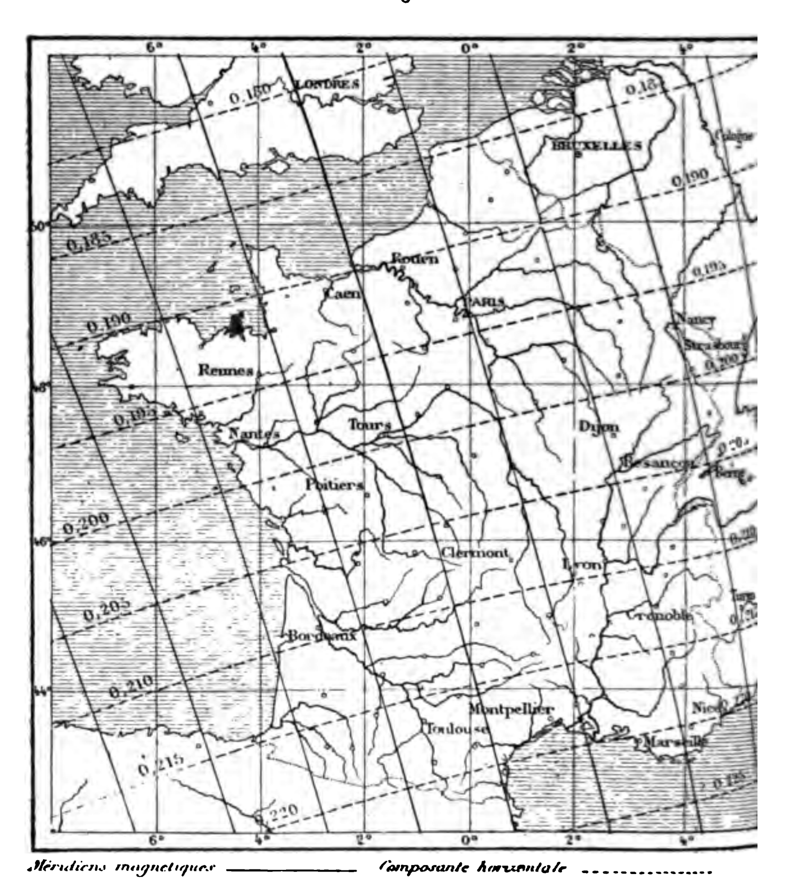
(⁴) D'après l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1890, p. 485.

Fig. 22.



celles de l'inclinaison, et à Paris les résultats ont été les suivants (¹) :

Fig. 23.



Méridiens magnétiques ———— Composante horizontale - - - - - -

(¹) D'après l'*Annuaire de l'Observatoire de Montsouris pour* 1883. De 1818 à 1851, les observations ont été faites par Arago ; de 1853 à 1869, elles ont été faites à l'Observatoire de Paris, et de 1875 à 1879, à l'Observatoire de Montsouris.

Époque.	Année.	Inclinaison.
		° '
»	1671	75
»	1754	72.15
»	1776	72.25
»	1780	71.48
»	1791	70.52
»	1798	69.51
7 octobre	1810	68.50,2
18 septembre	1813	68.35,7
9 février	1817	68.31,0
26 juin	1818	68.26,0
11 mars	1819	68.21,2
28 avril	1822	68.19
18 juin	1822	68.12
19 août	1825	68.01
19 juin	1829	67.45,4
24 juin	1829	67.45,1
14 mai	1831	62.42,3
12 novembre	1831	67.38,6
3 juillet	1835	67.24
6 janvier	1849	66.45
1er décembre	1849	66.44
28 novembre	1850	66.37
20 novembre	1851	66.35
4 décembre	1853	66.28
26 juillet	1859	66.16
18 décembre	1859	66.11
10 novembre	1861	66.08
5 mai	1862	66. 5,5
Mars-déc. (moy.)	1863	60. 0,9
Année moyenne	1864	66. 1,2
»	1865	65.58,2
»	1866	65.53,7
»	1867	65.47,5
»	1868	65.44,8
»	1869	65.43,9
1er semest. (moy.)	1875	65.37,0
Janvier	1876	65.37,4
»	1877	65.36,7
»	1878	65.33,4
»	1879	65.31,8
»	1880	65.29,5

Époque.	Année.	Inclinaison.
		° ′
16 octobre	1880	65.28,2
16 septembre (1)	1881	65.27,7
30 janvier (2)	1883	65.17
1er janvier (3)	1890	65.13

On voit que l'inclinaison a constamment diminué à Paris; il en a été de même à Londres, et l'on peut en conclure que l'équateur magnétique ne peut pas être fixe. On a cherché à connaître son déplacement séculaire, mais les observations ne sont point assez nombreuses pour qu'on ait pu y parvenir.

Il est certain que l'inclinaison éprouve aussi des variations diurnes et annuelles, mais dont les lois sont peu connues.

3° *Variations de l'intensité.* — L'intensité en un même lieu n'est pas non plus constante.

D'après Lamont (*Carl's Repertorium für experimental Physik*, t. IX, 1873), l'intensité horizontale du magnétisme terrestre, à Munich, a augmenté régulièrement de 1853 à 1871, en même temps que la déclinaison et l'inclinaison diminuaient.

Année.	Déclinaison.	Inclinaison.	Intensité horizontale C.G.S.
	° ′	° ′	
1853	15.27,00	64.49,0	0,19578
1854	19,45	45,6	614
1855	11,72	43,3	639
1856	5,41	39,6	680
1857	14.57,70	37,2	706
1858	51,08	34,8	730
1859	45,71	32,6	754
1860	37,32	21,1	770
1861	29,53	28,0	798
1862	22,60	26,0	821
1863	15,58	23,5	851
1864	9,30	21,0	878
1865	14. 1,92	64.18,5	0,19905

(1) A l'Observatoire de Montsouris.

(2) Au parc de Saint-Maur.

(3) D'après l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1890, p. 481.

Année.	Déclinaison.	Inclinaison.	Intensité horizontale C. G. S.
	° ′	° ′	
1866...........	13,54,44	64.15,2	0,19940
1867...........	46,67	12,1	973
1868...........	39,33	8,4	0,20013
1869...........	32,39	6,5	33
1870...........	25,12	4,8	51
1871...........	13.18,47	64. 0,9	0,20093

'areillement, à Göttingue, l'intensité horizontale a augnté de 0,1774 C. G. S. à 0,1805 C. G. S. de 1834 à 1853.

. Paris, au 1er janvier 1890, l'intensité horizontale avait ır valeur 0,1951 (1).

.n un même lieu, l'intensité paraît présenter un minimum s 10h du matin et un maximum vers 10h du soir.

OURANT TERRESTRE. — Au reste, toutes ces questions sont ı d'être pleinement résolues, par la raison qu'elles sont ées depuis fort peu de temps, et que le temps seul peut résoudre. Mais, si les lois de ces oscillations sont incon-s, il est certain que des transformations magnétiques complissent dans le globe, et cette variabilité suffit pour n ne puisse rapporter à la présence d'une aimantation nanente les phénomènes que nous venons d'étudier. peut, il est vrai, les résumer en disant que la Terre agit ıme le ferait un aimant variable; mais il est bien probable cet aimant n'existe pas et qu'il faut rapporter principa-ent l'action de la Terre sur l'aiguille aimantée à des rants dont la direction générale est normale à l'aiguille clinaison. Ces courants, dont toutes les causes sont loin re connues, changent avec le temps; la place et l'inten- de l'aimant fictif équivalent varient d'une manière cor-ondante.

i l'on admet que la progression des températures, observée voisinage de la surface du sol, se continue à quelque fondeur, il est bien invraisemblable que des masses de fer upant les régions centrales soient réellement susceptibles

) D'après l'*Annuaire du Bureau des Longitudes pour* 1890, p. 482.

d'un magnétisme permanent, qui disparaît pour toutes les substances magnétiques connues à une température qui n'excède pas celle du rouge vif. On voudra bien remarquer que, d'après les calculs de Gauss, le moment magnétique de la Terre est tel que, pour le produire, il faudrait admettre que chaque mètre cube de sa masse possède une aimantation uniforme, équivalente à celle de 8 barreaux d'acier de 50cm de longueur et du poids de 500gr, et l'on sera d'autant moins porté à attribuer à des aimants l'action directrice de la Terre que l'on a plus de raisons de concevoir la production et d'admettre l'existence des courants terrestres. Les phénomènes qui se passent à l'intérieur du globe et à sa surface, les actions chimiques de toute nature, les différences de température des diverses parties du globe, enfin les mouvements de l'électricité atmosphérique impliquent d'une manière nécessaire la production continue de tels courants.

Parmi les causes efficaces que l'on peut prévoir, les unes éprouvent des variations séculaires : ce sont celles qui affectent la Terre entière; d'autres changent périodiquement et repassent par les mêmes valeurs, soit dans les mêmes saisons des diverses années, soit aux mêmes heures de chaque jour: ce sont les phénomènes calorifiques qui dépendent du Soleil: enfin il y en a qui sont accidentelles. Les courants terrestres doivent donc éprouver des variations séculaires, annuelles, diurnes et accidentelles, comme l'observation de l'aiguille aimantée nous l'a révélé.

La multiplicité des causes, la connaissance très imparfaite qu'on en a ne permettent guère d'ailleurs de prédire le sens des courants terrestres; mais il est clair que tous ceux-ci, en se superposant, produisent un champ magnétique résultant, et l'observation de l'aiguille aimantée nous apprend que celui-ci peut être assimilé d'une manière générale au champ d'un courant qui va de l'est à l'ouest et qui parcourt l'équateur magnétique. Mais cette assimilation grossière laisse prévoir toutes les irrégularités de détail que nous a montrées l'examen des cartes magnétiques.

Une seule des causes du courant terrestre a été discutée avec détail, c'est l'action du Soleil. Comme sa marche apparente est de l'ouest à l'est, il détermine un échauffement

dans le même sens, et cette dyssymétrie du mouvement calorifique doit faire naître une force électromotrice agissant dans la même direction. En discutant cette idée, Aimé ([1]) est arrivé à rendre assez fidèlement compte des variations magnétiques; mais ce sujet est encore trop obscur pour que nous nous y arrêtions davantage.

AURORES POLAIRES. — Au courant terrestre, et en même temps aux phénomènes de l'électricité atmosphérique, se rattache un phénomène lumineux remarquable dont l'atmosphère est le siège dans les régions polaires, et qui, bien connu par les récits des voyageurs, par la fréquence et la beauté de ses effets dans ces régions, s'observe aussi, quoique d'une manière beaucoup plus rare et avec un éclat incomparablement moindre dans nos latitudes.

Au cours d'expéditions polaires, M. Lemström ([2]) a eu l'occasion d'observer et d'étudier une forme particulière d'aurore boréale dont la nature électrique n'est pas douteuse, puisqu'elle a pu être reproduite pour ainsi dire à volonté. Sur le haut d'une montagne nommée l'Oratunturi (548^m au-dessus du niveau de la mer, lat. 67° 21′, long. est de Greenwich 27° 17′,3), on disposa un appareil formé d'un long fil de cuivre, isolé et armé de pointes, dont les replis recouvraient un espace de 900^{mq}. Ce fil était en relation avec un galvanomètre situé au bas de la montagne, et, par le galvanomètre, avec une plaque enfouie dans le sol humide. On reconnut : 1° que pendant la nuit un rayon de lumière jaune blanchâtre se montrait assez souvent au-dessus de l'appareil, tandis que les sommets voisins étaient obscurs : cette lueur présentait à l'examen spectroscopique la raie $\lambda = 0^{\mu},5569$ caractéristique de l'aurore boréale ([3]) ; 2° on constata que le galvanomètre présentait des déviations variables, mais telles que le sens du courant accusé était de l'atmosphère au sol à travers l'ap-

([1]) AIMÉ, *Mémoires sur le magnétisme terrestre* (*Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. X, p. 221 ; t. XVII, p. 199 ; 1844-46).

([2]) LEMSTRÖM, *Expériences sur l'aurore boréale en Laponie* (*Mémoires de l'Académie des Sciences de Saint-Pétersbourg*, 1883).

([3]) *Voir* au Tome III de cet Ouvrage, 3e fascicule, le Chapitre consacré à l'analyse spectrale.

pareil à pointes. De nouvelles observations, dans une station encore plus boréale, le Pietarintunturi (lat. 78° 32',5, long. est de Greenwich 27° 17',3), montrèrent les mêmes effets, mais avec encore plus d'intensité. Il est vraisemblable qu'ils s'exagéreraient encore davantage à des latitudes encore plus hautes. C'est tout ce que l'on sait jusqu'ici sur ce sujet intéressant.

ICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ.

CHAPITRE PREMIER.

꞉TROMOTEURS FONDÉS SUR L'INDUCTION.

ı courants alternatifs. — Principe. — Inducteur à sinus. — ɔur de Hefner-Alteneck. — Machines magnéto-électriques. — ɩis. — Courants de Foucault. — Principales machines magnéto-ıes.
ı courants continus. — Anneau de Pacinotti. — Machine de . — Machines dynamo-électriques. — Caractéristique d'une — Dynamos à courants alternatifs. - - Rendement d'une maıgnéto ou dynamo.
té des électromoteurs fondés sur l'induction. — Moteurs élec- — Trnasport électrique de l'énergie.
ateurs.

. de cet Ouvrage est essentiellement théorique. Les ɔns de l'électricité nous intéressent donc surtout dans e où leur étude peut compléter notre connaissance omènes; nous laisserons volontairement de côté ce e exclusivement dans le domaine de la pratique.

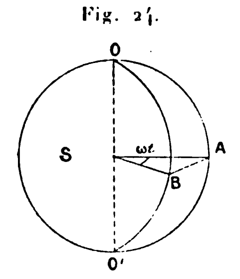
ions électromagnétiques, et en particulier les rotaluites par les aimants ou les courants, nous ont fourni ıples de la conversion de l'énergie électrique en traınique. Dès lors on comprend la possibilité de dis- ꞩ machines puissantes dont la marche soit entretenue ement aux dépens de la chaleur de combustion du ꞩe dissout dans les bocaux d'une pile : on les nomme *urs électriques*.

Inversement les phénomènes d'induction nous offrent d moyens variés d'obtenir des courants électriques par le dépl cement d'un circuit fermé dans un champ magnétique. L' nergie de ces courants est empruntée au travail mécaniq qui produit le déplacement. En employant un champ d'u puissance suffisante et une vitesse de déplacement ass grande, nous pourrons donner une grande intensité à c courants induits; nous pourrons enfin combiner des dispos tions telles qu'ils soient susceptibles de remplacer les co rants de la pile dans le plus grand nombre de leurs applic tions. Nous nous occuperons d'abord de ces *électromoteu* dans lesquels le courant est produit non plus aux dépens d la combustion du zinc de la pile, mais par l'emploi d'une forc mécanique quelconque, telle qu'une chute d'eau, une ma chine à vapeur, etc.

MACHINES A COURANTS ALTERNATIFS.

PRINCIPE. — On peut constituer très simplement un élec tromoteur à l'aide d'un cadre de fils conducteurs mobile au tour d'un axe vertical dans le champ magnétique terrestre (*fig.* 24).

Fig. 24.



Soit S la surface totale du cadre, H l'intensité horizontale du champ magnétique terrestre, ω la vitesse angulaire, r la résistance du circuit, L son coefficient de self-induction, i l'intensité du courant. Si l'on prend pour origine du temps l'instant où le cadre coïncide avec le plan du méridien magnétique SOA, le flux de force à travers le cadre SOB au temps t a pour expression

$$\mathcal{F} = \mathrm{HS}\sin\omega t,$$

et la force électromotrice due au champ est

$$\mathrm{E} = \frac{\partial\mathcal{F}}{\partial t} = \mathrm{HS}\omega\cos\omega t.$$

L'intensité i du courant est déterminée par l'équation

$$ir + \mathrm{L}\frac{di}{dt} = \mathrm{HS}\omega\cos\omega t.$$

On peut satisfaire à cette équation en posant

(1) $$i = \frac{HS\omega}{R}\cos(\omega t - \varphi) + Ae^{-\frac{r}{L}t},$$

avec

(2) $$\begin{cases} R = \sqrt{r^2 + L^2\omega^2}, \\ \operatorname{tang}\varphi = \frac{L\omega}{r}. \end{cases}$$

Au bout d'un temps t assez court l'exponentielle sera toujours négligeable, et l'on aura simplement

$$i = \frac{HS\omega}{R}\cos(\omega t - \varphi);$$

l'intensité du courant oscillera de $+\frac{HS\omega}{R}$ à $-\frac{HS\omega}{R}$ en changeant périodiquement de signe.

On remarquera que, si l'on faisait abstraction de la self-induction, on aurait

$$R = r, \qquad \varphi = 0,$$

et l'intensité i_1 du courant serait

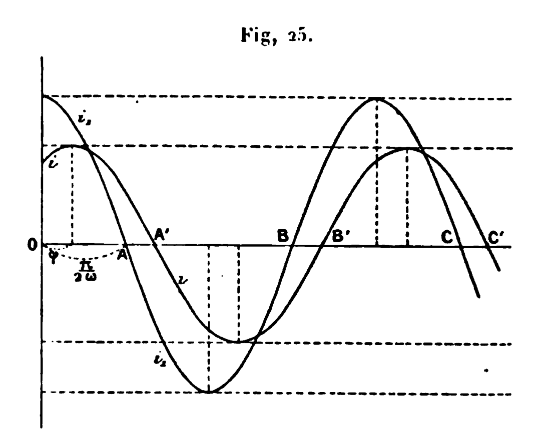
$$i_1 = \frac{HS\omega}{r}\cos\omega t.$$

Le courant serait encore périodique avec la même période. L'effet de la self-induction est donc : 1° d'accroître la résistance apparente du circuit d'une quantité $R - r$ qui, pour des valeurs de L suffisamment petites, se réduit sensiblement à $\frac{1}{2}\frac{L^2\omega^2}{r}$; 2° d'introduire dans la phase du courant un retard φ, toujours compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, et d'autant plus grand que le coefficient de self-induction et la vitesse angulaire sont plus grands, et la résistance r du circuit plus petite.

La *fig.* 25, construite en prenant les temps pour abscisses, représente les variations de i et de i_1. Si l'on pouvait négliger l'effet de la self-induction, les changements de signe du courant auraient lieu en A, B, ..., aux temps $\frac{\pi}{2\omega}$, $\frac{3\pi}{2\omega}$, ..., c'est-

à-dire pour les positions de cadre perpendiculaires au m dien magnétique; en réalité, ces changements de sign lieu en A′, B′, ..., c'est-à-dire pour des positions du c faisant, avec le plan perpendiculaire au méridien magnét

Fig. 25.



un angle φ d'autant plus grand que L et ω sont eux-mê plus grands et r plus petit. Cet angle φ est connu sous le n d'*angle de calage*.

L'intensité moyenne du courant produit est nulle, c à-dire qu'un galvanomètre placé directement dans le circu prendrait aucune déviation permanente. Mais un électr namomètre fournirait une indication proportionnelle moyenne

$$\Delta^2 = \frac{1}{t}\int_0^t i^2\,dt$$

du carré de l'intensité. On désigne souvent la racine carr de cette moyenne sous le nom d'*intensité efficace*. Si ω est a grand, c'est-à-dire si le nombre des révolutions ou des péri par seconde est suffisamment considérable, on a

$$\Delta = \frac{SH\omega}{R\sqrt{2}},$$

, si l'on désigne par I la valeur maximum $\frac{SH\omega}{R}$ de l'intensité

$$\mathfrak{I} = \frac{I}{\sqrt{2}}.$$

L'intensité efficace du courant ainsi produit sous l'influence magnétisme terrestre serait extrêmement faible. On est ac conduit, tout en conservant le principe de l'appareil, à stituer au champ magnétique terrestre des champs beau- p plus puissants produits par des aimants ou des électro- nants. De là dérivent toutes les machines à courants alterna- ou *alternateurs*. Elles comprennent nécessairement : 1° un pareil fixe producteur du champ, l'*inducteur*, comprenant système plus ou moins complexe de bobines, d'aimants ou lectro-aimants ; 2° un appareil producteur du courant, *duit*, animé d'un mouvement de rotation et formé d'un sys- ne de bobines avec ou sans noyau de fer doux ; 3° un com- itateur destiné à relier les extrémités du fil induit au cir- it extérieur, supposé fixe, dans lequel on veut utiliser le urant.

Ce commutateur est disposé d'une manière différente sui- nt l'usage qu'on veut faire du courant induit. S'il s'agit seu- nent de provoquer des actions électrodynamiques, de donner s commotions aux muscles (comme dans certains appareils ectromédicaux), ou enfin d'échauffer et de porter à l'incan- scence des résistances électriques (lampes à incandescence), suffit de munir les extrémités du fil induit (*fig.* 26) de deux uronnes métalliques A, B ayant leur centre sur l'axe de ro- tion OO′ et contre lesquelles frottent des ressorts ou balais ies *a*, *b*, en communication avec les extrémités du circuit ttérieur.

Si l'on veut employer le courant à produire des réactions chi- iiques (comme dans l'électrométallurgie), on remplacera s deux couronnes par deux demi-couronnes A, B situées dans même plan (*fig.* 27) et qui mettront alternativement les eux extrémités du circuit extérieur en communication avec une ou l'autre des extrémités du fil induit. Il sera indispen- ible d'orienter les deux demi-couronnes de telle sorte que hacune d'elles abandonne le frotteur correspondant à l'in-

tant où le courant change de signe dans le fil induit : le cou rant conservera ainsi à l'extérieur une direction fixe. L'angl

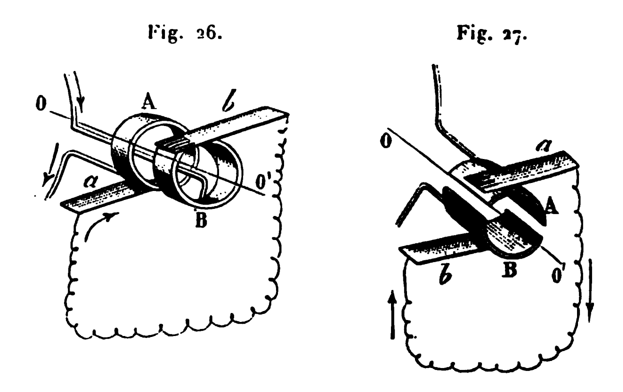


Fig. 26. Fig. 27.

de calage du commutateur par rapport à l'axe du champ doi donc avoir la valeur φ précédemment déterminée.

Ces généralités établies, nous allons passer à la descriptio sommaire des principaux systèmes d'alternateurs.

INDUCTEUR A SINUS. — L'appareil pratique le plus simple q l'on puisse imaginer pour réaliser les conditions théoriqu d'un alternateur se compose essentiellement d'une bobi fixe horizontale B (*fig.* 28) anim par une pile constante, et dans champ uniforme de laquelle se me une bobine *b* mobile autour d'un a vertical OO'. On recueille à l'ex rieur les courants de la bobine *b* l'aide de l'un des commutateurs dessus décrits. Soient *i* l'intensité du courant uniforme anime la bobine B, *n* le nombre de tours de cette bobine unité de longueur ; si l'on néglige l'induction réciproque deux bobines, le champ magnétique dans lequel tourn bobine *b* a une valeur constante $H = 4\pi ni$, et les form précédentes s'appliquent sans modification.

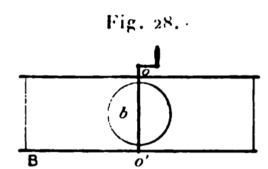


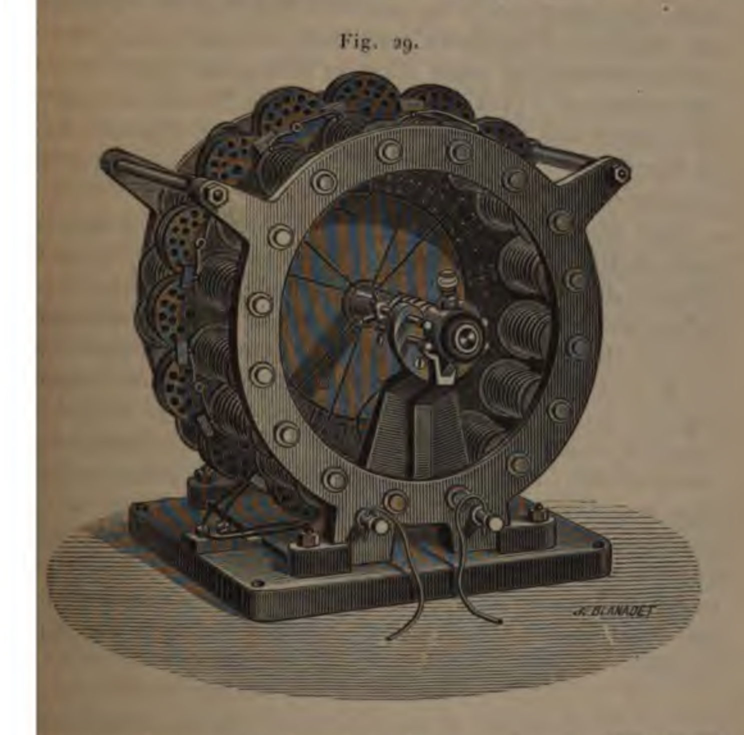
Fig. 28.

Au lieu de lancer le courant de la pile dans la bobine fix il reviendrait au même de lancer ce courant dans la bobi

de recueillir les courants induits dans B. On peut, en ce s, remplacer la bobine mobile *b* par un aimant permanent bile autour du même axe *oo'*. On a ainsi constitué l'*in-cteur à sinus* de M. Kohlrausch (¹).

ALTERNATEUR DE HEFNER-ALTENECK. — Au lieu de faire tourner e bobine dans un champ magnétique uniforme, il revient même de l'entraîner d'un mouvement de translation à tra-rs un champ magnétique sinusoïdal. Cette conception se uve réalisée dans la machine suivante, imaginée par M. von fner-Alteneck et construite par M. Siemens (*fig.* 29); le

Fig. 29.



stème inducteur est formé de deux couronnes d'électro-ai-nts fixes en regard et à une très faible distance, entre les-

(¹) F. Kohlrausch, *Pogg. Ann. Jubelband*, p. 290; 1874.

quelles tourne une couronne de bobines plates sans fer. Les électro-aimants, entretenus par une source électrique extérieure, présentent sur une même couronne des pôles alternés; mais les pôles en regard sur les deux couronnes sont toujours de sens contraire. Suivons l'une des bobines mobiles dans son mouvement de rotation; elle traverse des champs magnétiques alternativement égaux et de sens contraire; la force électromotrice d'induction est donc périodique, et, si l'on pouvait négliger la self-induction, les changements de sens du courant se produiraient à l'instant où les bobines mobiles font exactement face aux bobines fixes; par suite de la self-induction, ces changements de sens sont retardés, c'est-à-dire que les positions d'inversion paraissent entraînées dans le sens de la rotation d'un angle d'autant plus grand que L et ω sont plus grands et r plus petit, comme nous l'avons vu ci-dessus. Le nombre des inversions du courant pour chaque tour de la machine est égal au nombre des champs, c'est-à-dire au nombre des couples de bobines fixes.

Pour déterminer la loi exacte du courant, il est indispensable d'étudier la variation du champ magnétique, et par conséquent de la force électromotrice d'induction due au champ, ce qui peut être réalisé par bien des procédés, précédemment étudiés. On pourrait employer par exemple l'une des méthodes de M. Leduc ([1]). M. Joubert ([2]) a préféré mesurer directement la force électromotrice en circuit ouvert. Sa méthode consiste essentiellement à mettre pendant un instant très court les deux extrémités du circuit induit en communication avec les deux armatures d'un condensateur, dans les diverses positions que cet induit peut occuper, et à mesurer la charge acquise par le condensateur, proportionnelle à la force électromotrice à déterminer. M. Joubert a trouvé que cette force électromotrice est représentée par une fonction périodique simple

$$E = HS\omega \cos \omega t.$$

([1]) Leduc, Thèse de Doctorat, Paris, 1888. *Voir* 3e fascicule de ce volume au Chapitre des *Corps magnétiques et diamagnétiques*.

([2]) Joubert, *Études sur les machines magnéto-électriques* (*Annales de l'École Normale supérieure*, 2e série, t. X, 1870, et *Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 297 et t. X, p. 141).

es calculs précédents sont donc applicables sans modifica-on à la machine von Hefner-Alteneck.

M. Joubert a, en effet, reconnu que l'intensité du courant urni par la machine obéit bien aux lois démontrées ci-des-us. Il faut en conclure qu'on peut négliger pratiquement induction réciproque des bobines fixes et mobiles, dont on a pas tenu compte dans la théorie, ou tout au moins que ette induction n'a d'autre effet que de modifier plus ou moins valeur du facteur numérique H qui s'introduit dans la for-ule définitive.

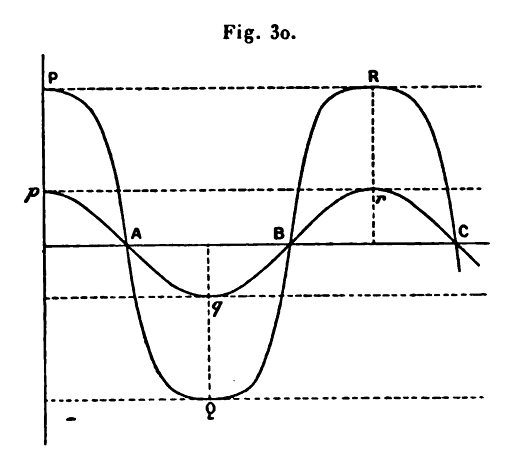
MACHINES MAGNÉTO-ÉLECTRIQUES. — Au lieu d'électro-aimants ntretenus par une source extérieure, on peut employer des mants permanents entre les pôles desquels tournent des obines munies ou non de noyaux de fer doux.

S'il n'y a pas de noyaux de fer doux, la théorie de ces ma-ines sera fort analogue à celle que nous avons développée. onsidérons en effet le mouvement de l'une des bobines; elle st ramenée périodiquement par la rotation dans des positions entiques; par suite, la force électromotrice d'induction due champ est elle-même périodique. La machine fournira des urants alternatifs, mais dont l'intensité ne pourra pas en néral être représentée rigoureusement par une sinusoïde mple; la forme des dents de la courbe des intensités (voir g. 25) sera plus ou moins modifiée. On sait d'ailleurs, d'après théorème de Fourier, qu'on pourra toujours représenter intensité du courant par un développement en série dont s termes représenteront des sinusoïdes simples.

S'il y a du fer doux dans les bobines, celui-ci agit d'abord n vertu de sa perméabilité magnétique pour modifier l'inten-té du champ dans lequel tournent les bobines, et accroître insi dans un rapport considérable l'intensité des courants in-uits. Cet effet est d'autant plus énergique que l'intensité du hamp primitif est moindre, c'est-à-dire que le fer doux est lus éloigné de la saturation. Si le champ C des aimants xes était représenté par une sinusoïde simple $pAqB$ (*fig.* 30), champ résultant C′, de même périodicité, serait représenté r une courbe PAQB dont les ordonnées seraient beaucoup us grandes; mais cette courbe PAQB serait relativement

plus aplatie aux sommets P, Q que la courbe $pAqB$, puisqu les ordonnées maximum sont aussi les moins amplifiées. Ce effet sera surtout marqué si le champ primitif est très intense

Fig. 30.



HYSTÉRÉSIS. — Mais le fer doux des bobines réagit enco autrement sur l'intensité des courants induits. Si le mouv ment de rotation est rapide, l'aimantation induite dans le f ne se trouve jamais rigoureusement en équilibre avec champ inducteur; il y a un retard fini de l'aimantation, et s'ensuit que le champ résultant est toujours dyssymétriqu Représentons par une courbe AoA' (*fig.* 31) l'intensité moyen de l'aimantation du fer doux en équilibre dans les divers positions qu'il peut occuper dans le champ. Si le mouveme est rapide et s'exécute dans le sens aa', l'intensité de l' mantation restera toujours inférieure à la valeur d'équilib puis dans la seconde phase du mouvement de a' en a, toujo supérieure. L'intensité de l'aimantation sera donc rep sentée par une courbe fermée $AbA'b'A$, et le cycle corresp dant sera parcouru dans le sens de la flèche. De ce phé mène, connu sous le nom d'*hystérésis*, résulte une perte travail, car le fer se trouve toujours plus fortement attiré le champ dont il s'éloigne que par celui dont il s'approc La force attractive est proportionnelle à l'aimantation indu c'est-à-dire aux ordonnées de la courbe $AbA'b'$. Le trav

ıction, proportionnel à la force et au déplacement, représenté, à un facteur près, par l'aire du cycle. ɜ négative AbA'b'A représente donc le travail moteur

Fig. 31.

sé sous forme de courant; il se convertit en chaleur ıoyau de fer, et ceci constitue encore un inconvénient u point de vue de l'isolement et de la conservation ıes.

TS DE FOUCAULT. — Ce n'est pas tout, et le fer doux des ıgit encore comme diaphragme en vertu de sa conɛ électrique. Il est traversé par des courants induits rès la loi de Lenz, gênent toujours le mouvement, et et est encore d'échauffer le fer en pure perte.

ıinue l'effet des courants de Foucault en substituant ıux pleins soit des paquets de fil de fer, soit des minces séparées par un vernis isolant ou par des le toute autre substance non conductrice. Il est vrai liminue ainsi le moment magnétique acquis à volume égal, c'est-à-dire le flux de force utile qui traverse es. L'expérience seule peut indiquer les conditions du maximum d'effet utile.

que la présence du fer complique singulièrement les nes. Il serait impossible, dans l'état actuel de la le calculer rigoureusement et *a priori* l'intensité du ourni par une machine magnéto-électrique donnée; ligé de s'en tenir à des généralités, et de recourir mules empiriques.

On peut affirmer cependant : 1° que la phase du courant oscillatoire produit par les alternateurs est toujours en retard sur celle du champ traversé par les bobines; 2° que la force électromotrice d'un alternateur magnéto-électrique croît avec la vitesse de rotation, mais plus lentement que celle-ci; 3° que la résistance apparente de la machine en mouvement est supérieure à la résistance de la machine en repos et cela d'autant plus que la vitesse de rotation est elle-même plus considérable.

Verdet avait démontré expérimentalement la première loi à l'aide d'une machine de Page, dérivée de la machine de Clarke décrite ci-dessous. La dernière loi a été découverte par Jamin ([1]) dans ses études sur le courant des machines de l'Alliance.

Nous nous bornerons à décrire sommairement les principaux systèmes d'alternateurs magnéto-électriques.

PRINCIPALES MACHINES MAGNÉTO-ÉLECTRIQUES. — Le plus ancien électromoteur fondé sur l'induction est une machine magnéto-électrique, due à Pixii ([2]). Elle était formée d'un électro-aimant fixe, à deux bobines verticales et d'un puissant aimant en fer à cheval, aussi vertical, auquel on communiquait, à l'aide d'une manivelle et d'une série d'engrenages, un mouvement de rotation autour de l'axe vertical du système.

Cet appareil primitif et incommode fut avantageusement remplacé par la machine de Clarke ([3]) qui existe encore dans de nombreux cabinets de Physique et qui est représentée par la *fig.* 32. Dans celle-ci l'aimant vertical est fixe; l'électro-aimant ML est mobile autour d'un axe horizontal. On aperçoit en A, B, C les lames du commutateur auxquelles s'attachent les extrémités du circuit extérieur.

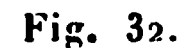
Vers 1850 le principe de la disposition de Clarke fut appliqué par Nollet et van Malderen à la construction d'une machine plus puissante, encore en usage pour le service de l'éclairage électrique des phares.

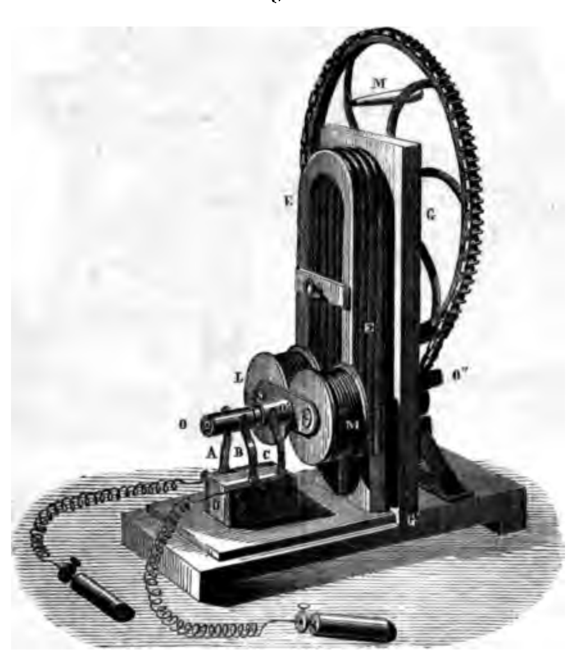
([1]) JAMIN et ROGER, *Annales de Chimie et de Physique*, 4e série, t. XVII, p. 276; 1869.

([2]) *Annales de Chimie et de Physique*, 2e série, t. L, p. 322; 1833.

([3]) *Philosophical Magazine*, t. IX; 1836.

Sur un bâti de fonte (*fig.* 33), des traverses de bois maintiennent huit séries de faisceaux aimantés F, F,.... Ces aimants fixes, qui peuvent porter chacun près de 70^{kg}, sont disposés de manière que ce soient toujours les pôles de nom contraire qui soient en regard. Un arbre horizontal porte quatre plateaux de bronze garnis chacun de seize bobines

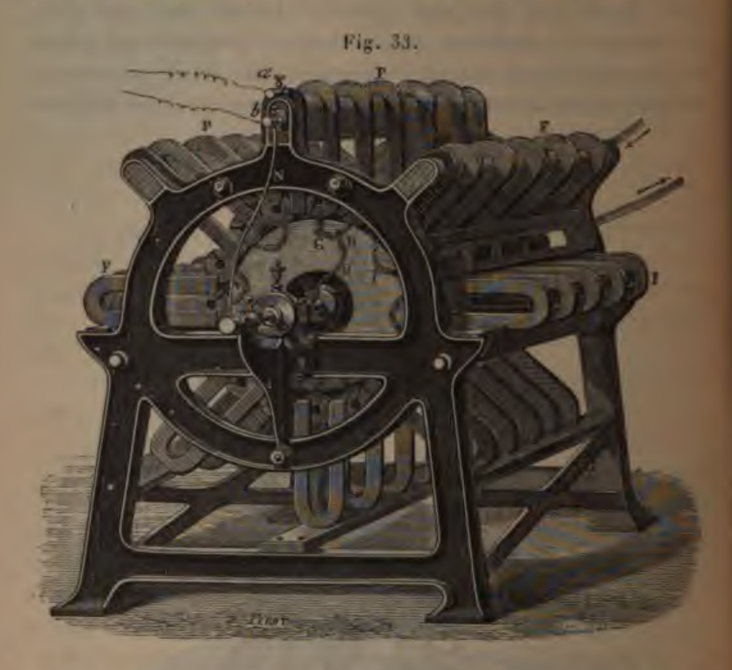

Fig. 32.



(*fig.* 34), qui sont disposées sur la circonférence comme le fait voir la *fig.* 35. Ces bobines sont à douze fils de 10^{m} chacun, de sorte que la longueur du fil enroulé sur les soixante-quatre bobines atteint 8^{km}. Les disques de cuivre qui terminent les bobines sont coupés dans le sens du rayon, ce qui empêche la production dans ces disques de courants induits de quelque intensité. Tous les fils sont enroulés dans le même sens, et les bobines communiquent entre elles par des lames de cuivre fixées sur des planchettes de bois qui sont appli-

quées sur les faces des plateaux. Ainsi, sur le premier plateau, les bobines C, D sont reliées l'une à l'autre par la lame I;

Fig. 33.



elles communiquent avec B et E par des lames fixées du côté opposé et que nous avons figurées par des traits ponctués. La

Fig. 34. Fig. 35.



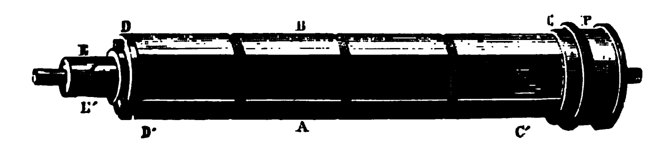
première bobine B est reliée à l'axe de rotation par le fil HM; la dernière A communique par le fil G, qui traverse le pla-

au, avec la première bobine du second plateau et ainsi de ite ; la dernière bobine du quatrième plateau aboutit à l'ex-mité postérieure de l'arbre. Les bobines sont ainsi dispo-es à la suite les unes des autres, et les forces électromo-ces d'induction développées dans chacune d'elles s'ajoutent : dit que les bobines sont associées en tension. On peut ssi faire communiquer les pôles de même nom des diverses bines avec un même anneau de métal ; leurs forces élec-motrices agissent alors comme celles d'éléments de pile posés en quantité.

Pour mettre en mouvement le système des bobines, on em-ie une machine à vapeur à l'arbre de laquelle l'arbre hori-ntal de la machine Nollet est relié par une courroie sans

Les appareils qui précèdent offrent un inconvénient grave : st que le champ des aimants n'est que très incomplètement lisé. Le premier, Siemens imagina une disposition beau-up plus rationnelle consistant à enrouler le fil de la bobine obile longitudinalement sur un cylindre de fer doux AB g. 36), dans une gorge creusée des deux côtés ; les chapes

Fig. 36.

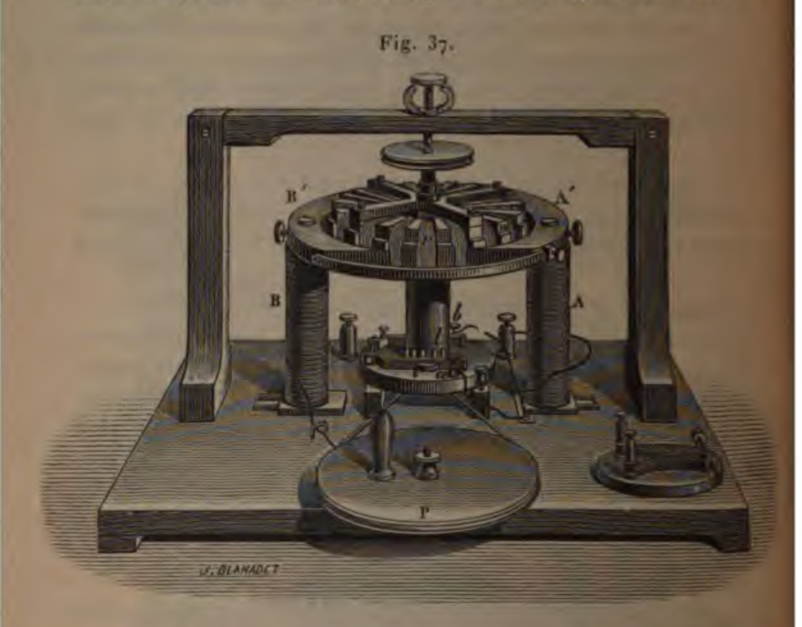


D portent, l'une la poulie P, qui reçoit une courroie sans , l'autre un commutateur E'. Cette bobine est logée entre pôles d'un large faisceau aimanté qui l'environne presque mplètement, et dans la cavité duquel elle tourne avec rapi-é. L'*entrefer* se trouvant ainsi considérablement diminué, flux de force issu du faisceau magnétique se trouve à peu ès complètement utilisé.

MACHINES A COURANTS CONTINUS.

ANNEAU DE PACINOTTI. — En 1864, M. Pacinotti (¹) fit connaître un petit moteur électrique dont le principe était en-

Fig. 37.



tièrement nouveau. L'électro-aimant employé dans ce moteur (*fig.* 37) est un anneau de fer doux horizontal sur lequel s'enroule un fil de cuivre, et qui tourne entre les armatures A' et B' d'un électro-aimant AB vertical. Le fil de l'électro-aimant circulaire est continu, mais distribué en seize paquets, tels que *r*, séparés par des saillies *n* du fer doux; le fil qui réunit deux paquets successifs communique d'ailleurs avec une lame isolée portée sur l'axe de l'anneau, lequel porte par conséquent seize de ces lames *t*, formant ce qu'on nomme le commutateur. Deux galets *i* appuient sur le commutateur et mettent

(¹) Pacinotti, *Nuovo Cimento*, 3ᵉ série, t. XIX; juin 1864. Voir *Journal de Physique*, 1ʳᵉ série, t. X, p. 461, la traduction du Mémoire original de M. Pacinotti.

le circuit extérieur en communication avec deux points diamétralement opposés de l'anneau, lesquels se trouvent placés en croix avec la ligne des pôles de l'électro-aimant excitateur. Nous prouverons tout à l'heure que cette disposition fournit un courant continu quand, à l'aide de la poulie P, on fait tourner l'anneau entre les pôles de l'électro-aimant fixe. M. Pacinotti indiqua la possibilité de cette application de son électro-aimant, mais il ne construisit pas de machines magnéto-électriques fondées sur ce principe et *industriellement applicables.*

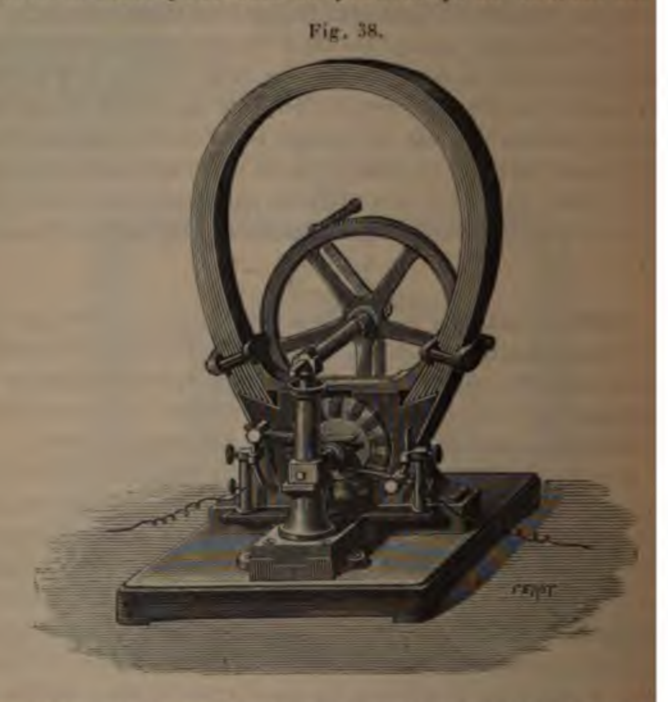
MACHINE DE GRAMME. — En 1869, M. Gramme, guidé par des idées absolument différentes, réinventa l'anneau et le commutateur de M. Pacinotti; mais il créa des types nombreux de machines fondées sur le nouveau principe et susceptibles d'applications immédiates. Voici l'un des plus simples.

Entre les pôles d'un fort aimant en fer à cheval (*fig.* 38) du système de Jamin, tourne d'un mouvemement rapide un anneau de fils de fer doux, mobile autour d'un axe perpendiculaire au plan de l'aimant, de telle sorte que cet anneau tourne sur lui-même et occupe dans l'espace une position invariable. Autour de cet anneau A, dont la coupe est représentée à part (*fig.* 39), est enroulé un fil formant un nombre plus ou moins grand de bobines B réunies en un circuit unique fermé sur lui-même. Toutefois, au point de jonction de chaque bobine avec la suivante se trouve soudée une tige conductrice R, dirigée suivant un rayon de l'anneau et se courbant à angle droit sur l'axe d'ébonite autour duquel s'opère la rotation. Cet axe se trouve donc environné de tiges conductrices isolées les unes des autres et correspondant chacune à l'un des points de soudure. Deux frotteurs ou balais métalliques, remplaçant très avantageusement les galets employés par M. Pacinotti, s'appuient sur l'axe à 90° des pôles de l'aimant et sont toujours en contact avec un couple de tiges R correspondant aux extrémités du diamètre vertical de l'anneau. Les balais sont en communication avec les bornes, auxquelles s'attachent les fils du circuit extérieur.

Nous nous proposons de démontrer que le circuit de la machine Gramme est parcouru par un courant de direction inva-

riable. Il suffit pour cela de prouver qu'un courant doit

Fig. 38.



produire, car, la position, par rapport aux balais, du systèm

Fig. 39.

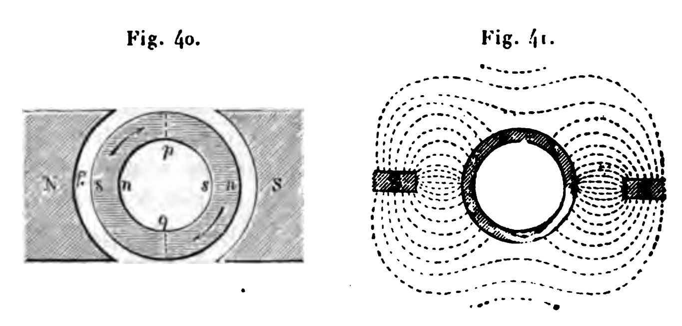


magnétique formé par l'aimant et l'anneau étant la mê

ırès une fraction quelconque de tour exécutée par l'anneau, n'y a aucune raison pour que le courant change de sens.

L'anneau de fer doux placé entre les deux pôles de l'aimant S (*fig.* 40) est aimantée par influence et présente extérieurement un large pôle boréal *s* au pôle austral N de l'aimant, un rge pôle austral *n* au pôle boréal S. Le flux de force est très ənse à l'extérieur de l'anneau, particulièrement au voisinage e N et de S; presque nul à l'intérieur de l'anneau, ainsi qu'on voit par le spectre magnétique représenté *fig.* 41.

Fig. 40. Fig. 41.



Considérons actuellement un fil vertical *f* indéfini (*fig.* 40) ui se déplace dans le champ parallèlement à la flèche. Ce l, placé dans la région N*s*, est soumis à une force électromo·ice d'induction de nature à gêner son mouvement, c'est-à-ire dirigée de haut en bas, de telle sorte qu'un observateur lacé dans le fil, suivant la règle d'Ampère, est entraîné par mouvement vers sa propre gauche.

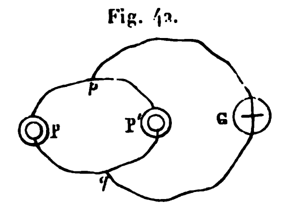
Au lieu de se prolonger indéfiniment en ligne droite, le fil *f* eut se recourber en spire autour de l'anneau; sa branche ıtérieure à l'anneau se trouve dans une région du champ où flux de force et par suite la force électromotrice d'induction ɔnt négligeables, et la force électromotrice résultante, corəspondant à une spire entière, est de même signe que celle ui agissait sur le fil indéfini *f*. Les forces électromotrices déəloppées sur chaque spire, à gauche de la ligne moyenne *pq* u champ, sont toutes de même signe et s'ajoutent. Leur innsité est maximum sur le diamètre NS, et décroît jusqu'aux oints *p* et *q*, où elle est nulle.

Le même raisonnement établit que la moitié de droite *p*S*q*

du champ fournit des forces électromotrices égales en grandeur et contraires en signe à celles qui règnent aux points correspondants de la moitié gauche $p\mathrm{N}q$. Elles produiraient, si elles agissaient seules, un courant ascendant dans les branches extérieures des spires, descendant dans les branches intérieures. Si le fil entourant l'anneau était simplement fermé sur lui-même, les deux systèmes de forces électromotrices produites dans les deux moitiés du champ se détruiraient réciproquement, et le fil ne serait animé par aucun courant. Ce cas est comparable à celui de deux piles égales P, P′ (*fig.* 42) opposées par leurs pôles de même nom, de manière à donner un circuit fermé $\mathrm{P}p\mathrm{P}'q$.

Mais, si dans le cas de cette double pile on greffe aux deux points p, q des fils de jonction un circuit auxiliaire $p\mathrm{G}q$, les choses se passent d'une tout autre manière. Par rapport à ce circuit, les deux piles P et P′ se trouvent réunies en quantité et produiront un courant énergique. De même, dans le cas de la machine Gramme (*fig.* 43), les forces électromotrices inverses des deux moitiés du champ concordent pour produire un courant qui traverse, dans le sens indiqué par les flèches, le circuit extérieur greffé sur l'anneau.

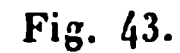
Fig. 42.

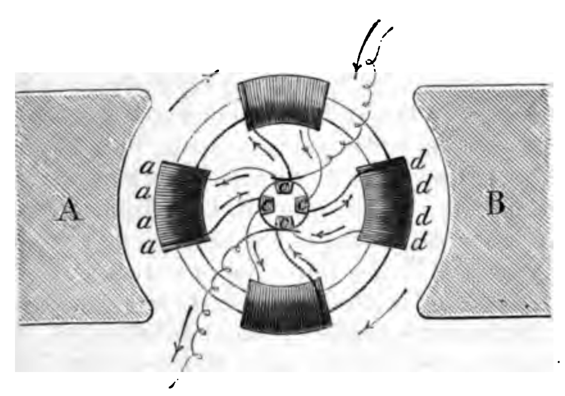


Dans la théorie qui précède ([1]), nous avons fait abstraction de diverses actions perturbatrices et en particulier de l'aimantation produite dans l'anneau par le courant qui circule dans les bobines. On reconnaîtra aisément que la direction de cette aimantation est normale à celle qui est induite par l'aimant fixe. Il en résulte une dyssymétrie du champ relativement à la ligne pq, telle que la représente le spectre magnétique de la *fig.* 44. Pour obtenir de la machine de Gramme le maximum d'effet, il est donc indispensable de déplacer d'un certain

([1]) Consulter au sujet de la théorie de la machine Gramme magnéto ou dynamo-électrique; 1° Clausius, *Theorie der dynamoelectrischen Maschinen* (*Wied. Ann.* XX, p. 353; 1883.— *Archives de Genève*, 3ᵉ période, t. X, p. 623) analysé dans le *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. III, p. 303; 2° M. Mascart, *Sur la théorie de la machine de Gramme* (*Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IV, p. 341; 1885).

angle, dans le sens de la rotation, le diamètre des balais par rapport à la ligne pq.


Fig. 43.



On reconnaîtra d'ailleurs que ce décalage a pour effet de réduire la force électromotrice utile telle qu'on la calculerait si la dyssymétrie n'existait pas.

Fig. 44.

D'autres causes de complication interviennent encore : l'hystérésis du fer, et enfin l'induction du courant induit sur lui-

même. Nous avons vu que l'anneau de la machine est subdivisé en un certain nombre de sections dont les extrémités sont reliées au commutateur. Chacun des balais qui établissent la communication avec le circuit extérieur est en contact avec deux touches successives et par conséquent l'une des sections de l'anneau est toujours fermée sur elle-même par le balai et mise en dehors du circuit. A l'instant où une touche s'échappe du balai, la section correspondante rentre dans le circuit et le courant qui la traversera désormais sera dirigé dans le fil en sens contraire du courant primitif. Le renversement du courant dans la section provoque une réaction de self-induction. De là, en général, entre la touche et le balai, une étincelle d'extra-courant qui mettrait rapidement le commutateur hors d'usage. On cherche à placer le balai de telle sorte que cette étincelle soit réduite au minimum. Pour qu'elle disparût tout à fait, il faudrait pouvoir placer le balai dans une région du champ telle que l'inversion s'effectuât d'elle-même dans la bobine pendant le temps très court où elle demeure fermée sur elle-même.

MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES. — Pour obtenir des effets plus puissants, on substitue à l'aimant fixe de la machine Gramme un système d'électro-aimants que l'on peut d'abord supposer entretenus par une source électrique extérieure; mais on peut aussi utiliser pour les animer le courant même fourni par la machine. Supposons, si l'on veut, les électro-aimants déjà amorcés; il est clair que l'appareil continuera à fonctionner, pourvu que le courant lancé dans les électro-aimants par la machine elle-même possède la même intensité que le courant excitateur supprimé.

Il y a plus, et, dans des conditions déterminées de résistance électrique et de vitesse, une machine dynamo-électrique s'excitera d'elle-même en vertu du magnétisme rémanent des électro-aimants, et le courant dont elle sera le siège croîtra jusqu'à une limite déterminée. C'est ce qui a été établi pour la première fois expérimentalement par Wilde et qui peut être justifié par les considérations suivantes.

Si, dans une machine dynamo-électrique à courant continu, une cause quelconque excite un courant d'intensité i, le tra-

vail de la force électromotrice d'induction est Ei; et si l'on suppose : 1° qu'il n'y a dans le circuit aucune autre force électromotrice; 2° qu'il n'y a aucun travail mécanique ou chimique exercé à l'extérieur, l'énergie calorifique dépensée par le courant est Ri^2.

Si $Ei > Ri^2$ ou $i < \frac{E}{R}$, l'intensité du courant ira en croissant jusqu'à ce que la condition

$$EI = RI^2,$$
$$I = \frac{E}{R}$$

soit satisfaite. Donc, si, pour un courant infiniment petit, la condition $E > iR$ est satisfaite, la machine doit s'amorcer d'elle-même. Or nous savons que la force électromotrice d'induction E croît avec la vitesse; il y a donc une vitesse minimum nécessaire pour que la machine s'amorce sous l'influence d'un courant de très faible intensité donnée. Si $E < iR$, c'est-à-dire pour des vitesses inférieures à la limite, la machine se désamorcera.

En particulier, si la machine ne contient pas de fers doux, ce que nous pouvons toujours imaginer pour simplifier, la force électromotrice est proportionnelle à l'intensité du courant et à la vitesse. Désignons par n le nombre de tours effectués par seconde; on aura

$$E = nAi,$$

et la condition

$$nAi > iR,$$

se réduit à

$$nA > R.$$

Il ne peut donc y avoir amorcement que si le nombre n de tours par seconde est suffisamment grand.

Supposons que, sur le circuit du courant, se trouve une force électromotrice E' inverse. La condition du fonctionnement de la machine devient

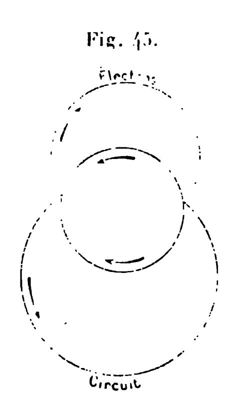
$$(E - E') > iR,$$

et, si la machine fonctionnait avant la production de la force électromotrice E', elle pourra fort bien se désamorcer après et même s'amorcer en sens contraire.

Soit, par exemple, une machine dynamo-électrique employée pour la galvanoplastie avec une électrode soluble. Dans ce cas, le travail absorbé au pôle négatif par la précipitation du métal est restitué intégralement au pôle positif par la dissolution d'une quantité de métal égale, et l'auge galvanoplastique n'est en définitive le siège d'aucune force électromotrice inverse. Toutefois, il n'en est ainsi que si les deux électrodes sont identiques et si la densité du courant ne dépasse pas une certaine limite. Supposons que pour une raison quelconque une polarisation se produise et qu'elle dépasse la valeur critique; la machine cessera de fonctionner et deviendra le siège d'un courant de sens contraire. De là la nécessité d'un *brise-courant* dont on munit les machines à galvanoplastie, pour ouvrir le circuit dès que l'intensité du courant descend au-dessous d'une certaine limite fixée d'avance.

On peut obvier à cet inconvénient par d'autres procédés. Au lieu de lancer la totalité du courant de la machine dans les électro-aimants, c'est-à-dire au lieu de mettre l'anneau de la machine et les électro-aimants en série, on peut placer ceux-ci en dérivation sur la résistance extérieure, comme le représente la *fig.* 45. Supposons qu'avec cette disposition une force électromotrice inverse se développe dans le circuit extérieur avec une intensité suffisante pour y renverser le sens du courant. On voit que le courant conservera cependant sa direction dans les électro-aimants, et même se trouvera momentanément augmenté : le désamorcement automatique de la machine se trouve donc évité.

Fig. 45.



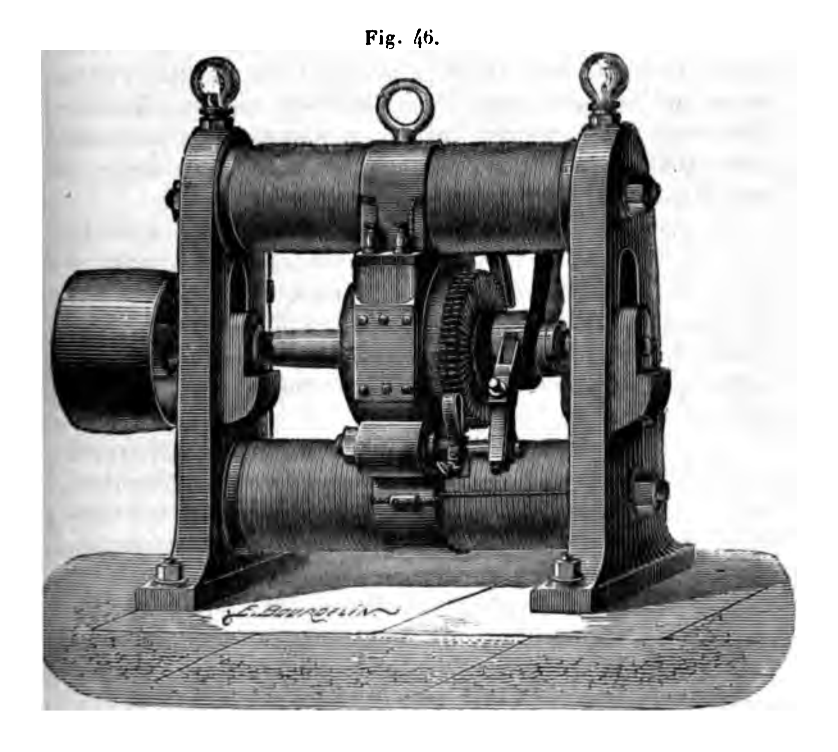
Suivant la destination des machines dynamo-électriques, on préfère la disposition en série, en dérivation ou enfin une disposition mixte dite *compound*, dans laquelle le fil entourant les électro-aimants est enroulé en deux bobines distinctes, l'une en série,

'autre en dérivation par rapport au circuit principal. Cette dernière disposition est particulièrement apte à fournir, entre certaines limites, un courant dont l'intensité est presque indépendante des variations de la résistance extérieure.

DIVERSES FORMES DE DYNAMO. — Les machines dynamo-électriques sont désignées dans la pratique sous le nom abrégé de *dynamo* qui est passé dans l'usage courant.

La *fig.* 46 représente une dynamo du système de Gramme.

Fig. 46.



Les deux bobines de droite (supérieure et inférieure) forment un premier électro-aimant en fer à cheval, les bobines de gauche un deuxième électro-aimant. Deux larges plaques polaires de fer doux sont l'une (supérieure) la réunion des pôles nord, l'autre (inférieure) la réunion des pôles sud des deux électro-aimants. L'anneau, construit à la manière ordi-

naire, tourne entre ces plaques et reçoit son mouvement par une courroie de transmission passant sur une poulie portée par l'axe de l'anneau.

Suivant que la machine Gramme est destinée à la galvanoplastie ou à la production de la lumière électrique, sa construction se modifie, car il est nécessaire de proportionner à la fois la force électromotrice d'induction et la résistance intérieure des fils de l'anneau et des électro-aimants aux forces électromotrices inverses et aux résistances comprises dans le circuit extérieur. Dans le cas de la galvanoplastie, la force électromotrice inverse est en général négligeable et la résistance extérieure assez faible : au contraire, chaque brûleur électrique introduit dans le circuit d'une machine Gramme une force électromotrice inverse et une résistance considérable. De là la différence de construction des deux sortes de machines.

Une machine à galvanoplastie, marchant à 500 tours par minute, précipite 600gr d'argent par heure, en consommant environ $\frac{3}{4}$ de cheval-vapeur. Une machine à lumière peut entretenir un nombre de brûleurs électriques plus ou moins grand, suivant le système auquel ils appartiennent, en consommant d'ailleurs une quantité de travail beaucoup plus considérable que la précédente.

L'anneau de Gramme offre un inconvénient assez grave, tenant à ce que les portions internes des spires introduisent leur résistance dans le circuit sans profit pour la force électromotrice, puisqu'elles se déplacent dans un champ magnétique sensiblement nul. On a cherché à remédier à cet inconvénient par d'autres modes d'enroulement de l'induit qui diminuent sensiblement les résistances inertes au point de vue de l'induction.

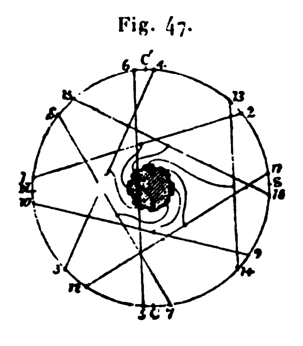
Dans certaines machines de Siemens, on emploie l'enroulement suivant, imaginé par M. von Hefner-Alteneck. Le système mobile est formé d'une carcasse creuse en fer doux de forme très allongée : c'est un cylindre fermé à la surface duquel le fil est enroulé sans jamais passer en dedans, comme cela a lieu à chaque tour dans l'anneau de Gramme. Le fil s'enroule en rectangles dont deux côtés sont des génératrices du cylindre presque diamétralement opposées et se trouvent si-

ıltanément dans des régions opposées du champ magné-
ue. Les forces électromotrices d'induction auxquelles ils
nt soumis s'ajoutent ainsi pour produire dans le rectangle
courant de même sens. Un certain nombre de tours de fil
ment un paquet occupant de part et d'autre un secteur du
lindre; les deux extrémités de ce fil aboutissent à deux tiges
lées diamétralement opposées sur l'axe du système tour-
nt. Tous les paquets de fil aboutissent ainsi sur l'axe et
rment un commutateur analogue à celui de la machine
ramme.

Les sections successives du fil communiquent entre elles
e telle sorte que tous les courants soient concordants dans
circuit extérieur. Les balais qui limitent celui-ci s'appuient
ı deux points diamétralement opposés, placés à angle droit
r rapport aux électro-aimants. La *fig.* 47 représente le
ode d'enroulement du fil; il va de 1 en 2 à la face supérieure
cylindre, de 2 en 3 à la face inférieure et ainsi de suite,
mme il est indiqué. La *fig.* 48 montre l'aspect général
ıne machine de Siemens.

Nous n'entrerons pas dans la description détaillée d'un assez
and nombre de machines qui dé-
ent de la machine Gramme (*dy-
mos à anneau*) ou de la machine
emens (*dynamos à tambour*) par
s modifications plus ou moins
ofondes (¹) dans le nombre et la
sition des électro-aimants, et
ns le mode de groupage des fils.
ır exemple, M. Edison s'est ef-
cé de réduire à une valeur très
ınime (²) la résistance d'une ma-
ine à enroulement von Hefner-
teneck en remplaçant les fils par des barres de cuivre réu-
es aux deux extrémités du cylindre par des disques de

Fig. 47.

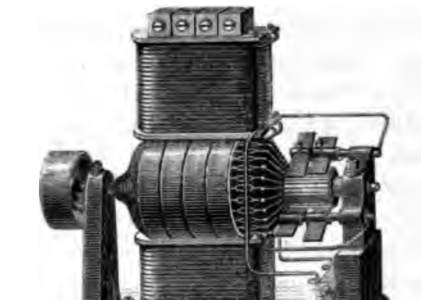


(¹) On consultera avec fruit à cet égard les *Leçons sur l'Électricité ofessées à l'Institut électrotechnique Montefiore* (Université de Liège), r M. Eric Gérard. Paris, 1890.

(²) 0^{ohm},009 dans la grande machine de l'Exposition de 1881.

cuivre minces séparés par des lames de mica. Cette ma
est destinée à alimenter des lampes à incandescence do
résistance individuelle est considérable : celles-ci do
donc être distribuées en dérivation sur l'induit de la
chine, de telle sorte que la résistance de leur ensemble
comparable à la très faible résistance de l'électromoteur.
électro-aimants inducteurs sont aussi placés en dériva
sur le circuit principal.

Fig. 48.



M. Bürgin a divisé l'anneau de Gramme en une série
neaux parallèles montés sur un même axe afin de facilit
refroidissement du fil.

Enfin M. Brush a employé une disposition complexe
pour effet d'éliminer, à chaque instant, du circuit indu
partie d'un anneau de Gramme dans laquelle la force éle
motrice d'induction se trouve la plus faible, et de dim
ainsi la résistance de l'induit, sans modifier notableme
force électromotrice. Nous renverrons, à ce sujet, le le
aux Traités spéciaux (1).

CARACTÉRISTIQUE D'UNE DYNAMO. — Si l'on fait abstracti
la self-induction, dont l'effet dans les machines à courant

(1) Par exemple les *Leçons sur l'Électricité* de M. Eric Gérard.

tinu est, au fond, assez médiocre, la force électromotrice e de la machine est proportionnelle à la vitesse v de l'induit et à l'intensité moyenne du champ

$$e = kvH. \tag{1}$$

Pour une dynamo en série qui ne contiendrait pas de fer, l'intensité H serait proportionnelle à l'intensité i du courant

$$e = Kvi; \tag{2}$$

nais on sait que l'intensité de l'aimantation ne peut être onsidérée comme proportionnelle à i que pour de très faibles itensités, et par suite le champ moyen H d'une dynamo vec fer croît plus lentement que l'intensité du courant suivant ne fonction

$$H = F(i), \tag{3}$$

ui dépend de toutes les dimensions de la machine et caracérise par conséquent une machine donnée.

Si l'on remplace H par sa valeur dans l'expression de e, on a

$$e = kvF(i), \tag{4}$$

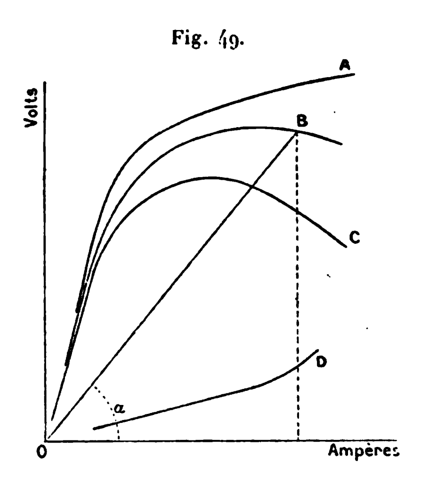
et l'on peut se proposer de déterminer expérimentalement e en fonction de i.

Cette étude peut se faire en circuit ouvert, les balais étant calés à 90° des pôles des électro-aimants, et ceux-ci étant excités par un courant extérieur dont on fait varier à volonté l'intensité. On pourrait, par exemple, déterminer la charge que prend dans ces conditions un condensateur en relation avec les balais de la machine. On représente les résultats par une courbe A (*fig.* 49) construite en prenant les intensités pour abscisses et les forces électromotrices pour ordonnées. Cette courbe se nomme la *caractéristique à circuit ouvert* de la machine : elle renseigne sur le champ des électro-aimants.

On peut aussi fermer le circuit de la machine et caler les balais à la manière ordinaire, de façon à éviter le plus possible les étincelles : l'angle de calage variera, bien entendu, avec l'intensité du courant excitateur lancé dans les électro-aimants. En

ce cas, on déterminera expérimentalement l'intensité du rant produit, et, connaissant la résistance totale, on en dé la force électromotrice par l'application de la loi d'Ohm.

Fig. 49.



ces éléments, on construira une nouvelle caractéristiqu connue sous le nom de *caractéristique à circuit fermé*; ci renseigne sur la marche réelle de la machine.

On peut enfin déterminer, à l'aide d'un électromètr exemple, la différence de potentiel aux bornes de la ma pour une résistance extérieure donnée; la courbe cons en prenant pour ordonnées ces différences de potentiel *caractéristique extérieure* C; on peut enfin construir quatrième courbe, la *caractéristique intérieure* D dont l données seront les différences des ordonnées des deux co précédentes. La *fig.* 49 représente l'allure générale de c ractéristiques. On remarquera que, pour de faibles valeur elles se confondent sensiblement avec des droites passa l'origine; elles s'infléchissent ensuite fortement et les ca ristiques à circuit fermé présentent un maximum très a pour une certaine valeur de l'intensité.

Les caractéristiques, dont l'usage a été introdui M. Marcel Deprez, servent à résoudre, par l'application loi d'Ohm, les problèmes pratiques soulevés par l'e d'une machine donnée.

ɩinsi l'on voit sans peine que, si l'on joint l'origine O à un nt quelconque de la caractéristique B à circuit fermé, la ıgente de l'angle α du rayon vecteur avec l'axe des abscisses ɪrésente la résistance totale du circuit correspondant à la ce électromotrice et à l'intensité représentées par le point Si l'on fait croître la résistance jusqu'à rendre la droite OB gente à la courbe à l'origine, ce qui correspond à une va- r finie donnée de cette résistance, l'intensité i se réduit à ɔ, c'est-à-dire que la machine se désamorce. La résistance yenne dans le circuit de la machine doit donc correspondre ı point B placé sur la caractéristique au delà du maximum, ı que de faibles variations de la résistance extérieure ne voquent pas le désamorcement.

YNAMOS A COURANTS ALTERNATIFS. — Les plus anciennes chines dynamo que l'on ait construites fournissaient des ırants alternatifs. Wilde eut le premier l'idée d'associer ıx machines à armatures de Siemens (*fig.* 50), l'une AD gnéto-électrique dont les courants, redressés par un com- ıtateur, alimentent les électro-aimants de la seconde BD'.

W. Siemens ([1]), Wheatstone ([2]), Ladd ([3]) firent un pas de ıs et utilisèrent, pour l'excitation, le magnétisme rémanent fer doux, ce qui est proprement le principe des dynamos. machine de Ladd était formée d'un électro-aimant horizon- composé de deux plaques de fer parallèles et de deux bo- es de Siemens tournant l'une entre les pôles antérieurs, ıtre entre les pôles postérieurs; la bobine antérieure munie n commutateur redresseur est en série avec l'électro-aimant elle excite et qu'elle anime; on recueille les courants de la ɪine postérieure : ou encore on emploie une seule bobine Siemens à deux fils indépendants et munie de deux com- tateurs distincts, l'un en relation avec les électro-aimants, ıtre avec l'extérieur.

ɪepuis la découverte des machines à courant continu, on fère animer les électro-aimants des dynamos alternatives

---

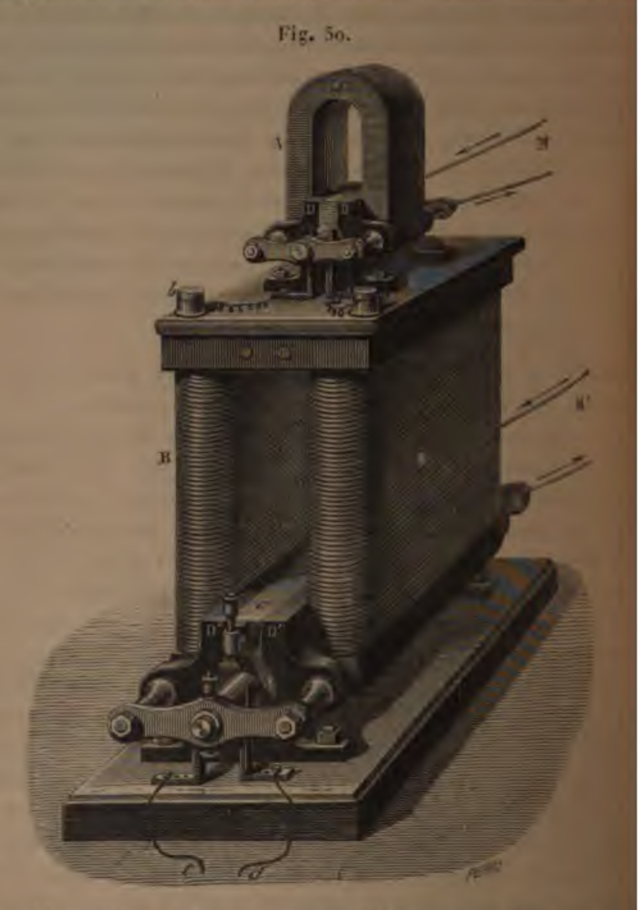
([1]) SIEMENS, *Pogg. Ann.*, t. CXXX.

([2]) WHEATSTONE, *Proceedings of the Royal Society of London*, t XV, ;.

([3]) *Voir* un Mémoire de M. SCHILLER, *Carl's Repertorium*, t. IV.

par une petite machine à courants continus dite excitatrice (¹
Ces appareils sont ainsi redevenus de vraies machines ma

Fig. 50.

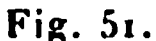


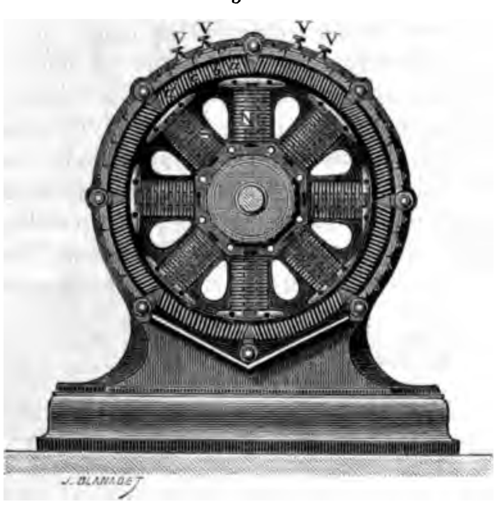
gnéto-électriques dont elles ne se distinguent plus que par l
mode d'excitation du champ.

L'une des plus remarquables de ces machines est la machin
de Siemens sans fer doux à l'induit décrite ci-dessus (p. 83*
Nous signalerons encore l'alternateur de Gramme représent
par la *fig.* 51.

(¹) Ce progrès est dû à M. Lontin.

M. Gramme dispose au centre d'un anneau de fer doux *abcd* (*fig.* 51), portant le fil induit, un axe de bronze sur lequel sont implantés une série d'électro-aimants alimentés par une *excitatrice* à courants continus et dont les pôles N, S sont alternativement disposés en sens contraire. Le fil induit est divisé en autant de bobines qu'il y a d'électro-aimants et l'enroulement sur chacune d'elles est en sens contraire. Chacune de


Fig. 51.



ces bobines est à son tour divisée en quatre sections *a*, *b*, *c*, *d* qui se trouvent placées de la même manière par rapport aux électro-aimants. On peut donc réunir entre elles les huit sections *a*, de même les huit sections *b*, etc., comme autant d'éléments de pile disposés, en quantité. On a ainsi, sur une seule machine, quatre circuits distincts dans lesquels le sens du courant change à chaque huitième de tour de la partie mobile.

RENDEMENT D'UNE MACHINE MAGNÉTO OU DYNAMO. — La valeur pratique d'une machine magnéto ou dynamo est principalement caractérisée par un facteur qu'on nomme son rendement : c'est le rapport du travail électrique utilisable aux bornes de la machine au travail moteur consommé pour entretenir le courant.

Supposons qu'il s'agit d'une machine à courants continus. Soit E' la différence de potentiel aux bornes de la machine, I l'intensité du courant produit, le travail dépensé pour entretenir le courant au dehors est représenté par $E'I$. Si l'on évalue E' et I en unités C.G.S. électromagnétiques, ce travail se trouve exprimé en ergs; si l'on évalue E' en volts, I en ampères, il est exprimé en watts. Il suffirait de diviser le produit $E'I$ en watts par 9,81 pour obtenir le travail évalué en kilogrammètres.

Le Tableau suivant indique le rendement de quelques machines à courant continu d'après les expériences faites à l'Exposition d'électricité de 1881, dans les conditions pratiques d'application de ces machines à l'éclairage électrique (¹). V désigne le nombre de tours de la machine par minute, T_m le travail moteur en chevaux, R_m la résistance interne de la machine, I l'intensité du courant, E la force électromotrice totale de la machine, ρ le rendement brut comprenant le travail consommé par le courant à l'intérieur de la machine, ρ' le rendement réel défini comme ci-dessus.

Machines.	Nombre de lampes alimentées.	V.	T_m.	R_m.	I.	E.	ρ.	ρ'.
Gramme	1	475	16,1	0,33	109	102	0,92	0,59
Jurgensen	1	800	21,7	0,45	90	172	0,97	0,75
Maxim	1	1017	4,1	0,70	33	84	0,91	0,66
Siemens	1	737	4,4	0,66	35	80	0,86	0,64
Id	2	1130	5,3	1,68	26	136	0,92	0,63
Bürgin	3	1535	5,3	2,80	18	203	0,95	0,72
Gramme	5	1496	8,0	4,57	15,3	328	0,86	0,73
Siemens.	5	826	5,1	7,05	10,0	353	0,94	0,76
Weston	10	1003	13,0	1,88	23	398	0,95	0,84
Brush	16	770	13,4	10,55	10	840	0,85	0,72
Brush	40	700	30	22,38	9,5	2009	0,83	0,71

Une seule expérience fut faite sur une machine Siemens à

(¹) Les Membres de la Commission d'expériences étaient MM. Allard, Joubert, Le Blanc, Potier et Tresca. Le compte rendu détaillé des expériences a été publié dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. XXIX, p. 5. Les résultats ont été résumés par M. Potier dans le *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. II, p. 11; 1883.

courants alternatifs et à excitatrice séparée (*fig.* 29). En voici les résultats :

Vitesse de l'excitatrice	1230 tours
» de la machine à courants alternatifs	620 tours
Travail dépensé par l'excitatrice	$2^{ch},60$
Travail dépensé par la machine à courants alternatifs	$13^{ch},79$
Résistance de l'excitatrice et de l'inducteur	$3^{ohms},25$
Résistance d'un segment du circuit induit (1)	$4^{ohms},00$
Résistance d'un circuit extérieur	$0^{ohm},62$
Intensité du courant inducteur	$16^{amp},00$
Intensité moyenne du courant induit dans chacun des circuits	$12^{amp},8$
Rendement ρ	0,93
Rendement ρ'	0,74

Toutes ces expériences se rapportent à la marche normale des machines. On n'en a point fait en vue de découvrir la loi d'après laquelle varie l'intensité du courant, quand on change la vitesse.

RÉVERSIBILITÉ DES ÉLECTROMOTEURS FONDÉS SUR L'INDUCTION. — MOTEURS ÉLECTRIQUES. — Quand une machine magnéto ou dynamo-électrique fonctionne, et que le régime uniforme est établi, les forces mécaniques appliquées aux organes mobiles de la machine exécutent pendant une révolution entière un certain travail. Or, tous les organes ayant repris au bout d'une révolution les mêmes situations et les mêmes vitesses relatives, leur force vive totale est la même, et, si l'on fait abstraction du travail absorbé par les frottements, l'énergie mécanique consommée a été entièrement transformée en énergie électrique. Le mécanisme de cette transformation est indiqué par la loi de Lenz : les courants induits développés ont une direction telle que les actions électromagnétiques entre les parties fixes et mobiles gênent le mouvement. Le travail moteur des forces extérieures pendant une révolution est égal et de signe contraire au travail résistant des forces électromagnétiques.

Supposons actuellement qu'on lance dans les circuits de la

(1) La machine est divisée en trois segments.

machine des courants, d'origine extérieure, identiques par leur direction, leur intensité, leur périodicité à ceux que fournit normalement la machine à une certaine allure (n tours par seconde), et faisons abstraction des frottements. Les réactions électro-magnétiques conserveront des directions et des intensités égales à celles qu'elles avaient précédemment, et, si les organes mobiles sont libres de se mouvoir, ils seront entraînés dans le sens de la résultante des forces électro-magnétiques, c'est-à-dire en sens inverse du mouvement qu'on aurait dû communiquer à la machine pour produire ces courants. On pourra opposer des forces extérieures aux forces électromagnétiques développées dans la machine, et cela jusqu'à les équilibrer; le travail moteur des forces électro-magnétiques sera alors compensé à chaque instant par le travail résistant des forces extérieures, la machine tournera exactement à l'allure ci-dessus définie (n tours par seconde) et transformera de l'énergie électrique, empruntée aux sources qui entretiennent le courant, en énergie mécanique utilisée au dehors : l'*électromoteur* se trouvera transformé en *moteur électrique*.

Cette *réversibilité* des électromoteurs fondés sur l'induction nous dispense de faire, pour les moteurs électriques, une théorie indépendante. Les conditions qui améliorent le rendement sont les mêmes que pour les électromoteurs et les meilleures formes à donner aux deux sortes d'appareils sont identiques, à de légères différences près, commandées par quelques applications, et qui sont exclusivement du domaine de la pratique.

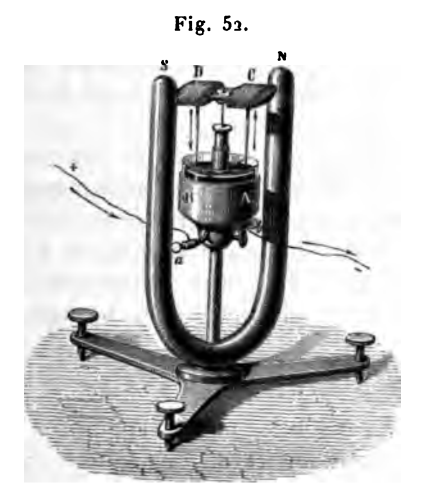
L'idée de constituer des moteurs entretenus par l'électricité est d'ailleurs bien antérieure à la découverte de la réversibilité. La *fig.* 52 représente un petit moteur que l'on trouve encore dans les cabinets de Physique et qui se rattache par son principe à la machine de Clarke. Le courant pénètre dans l'électro-aimant DC par un commutateur formé d'une cuvette à mercure annulaire AB, divisée en deux par une cloison isolante de manière que le mercure forme deux ménisques convexes que les extrémités des fils de l'électro-aimant, recourbés verticalement, viennent tour à tour affleurer.

Un moteur électrique construit par Froment et qui se rat-

tache de même à la machine de Nollet, est le premier appareil de ce genre qui ait réellement fonctionné dans les ateliers.

Dans l'industrie on n'emploie qu'assez rarement des mo-

Fig. 52.



teurs électriques distincts des machines dynamo ou magnéto-électriques en usage. Nous croyons superflu de nous arrêter à leur description.

Transport électrique de l'énergie. — On peut associer en série deux machines magnéto ou dynamo-électriques identiques, reliées l'une à l'autre par un circuit métallique extérieur d'une longueur quelconque. Si l'on applique à l'une d'elles A un certain travail moteur emprunté à une machine à vapeur, à une chute d'eau, etc., elle développera un courant qui, traversant la dernière machine A′, mettra celle-ci en mouvement. On aura ainsi réalisé le transport de l'énergie mécanique d'un lieu à un autre en substituant une transmission électrique aux engins ordinaires de transmission mécanique.

Tant que la distance des stations A, A′ n'est pas trop grande, on peut constituer les conducteurs qui relient les deux stations par des fils assez gros pour ne pas trop s'échauffer et n'absorber ainsi qu'une quantité de travail peu considérable;

mais on ne peut réduire de même le travail correspondant à l'échauffement des deux machines. Il absorbe, en pure perte, une partie souvent considérable du travail total. On commettrait donc une erreur singulière en considérant le transport électrique de la force comme à peu près gratuit, même dans le cas des plus petites distances. Au contraire, on aurait alors toute économie à remplacer le transport électrique par le transport mécanique.

Considérons, en particulier, le cas où l'on emploie deux machines à courant continu, deux machines Gramme par exemple, et supposons que le régime uniforme soit établi pour les deux machines. Soient E la force électromotrice d'induction dans la machine génératrice, E′ la force électromotrice inverse dans la machine réceptrice, I l'intensité du courant, R la résistance totale. On a

$$E - E' = IR.$$

Le rendement électrique ρ est le rapport de l'énergie électrique E′I, convertie en travail mécanique dans la machine réceptrice, à l'énergie EI, résultant de la conversion du travail mécanique en travail électrique dans la machine génératrice

$$\rho = \frac{E'}{E} = 1 - \frac{E - E'}{E} = 1 - \frac{IR}{E}.$$

Ce rendement est d'autant plus voisin de l'unité que l'intensité I du courant est plus faible, et théoriquement on peut le rapprocher de l'unité autant que l'on veut ; mais pratiquement, si l'on veut transporter une quantité d'énergie E′I notable avec de très faibles valeurs de I, ce ne peut être qu'en donnant à E′ des valeurs extrêmement considérables. Il en résulte entre les deux fils de transport, ou entre ceux-ci et le corps des personnes qui peuvent se trouver dans le voisinage, des différences de potentiel dangereuses.

Si l'on suppose les deux machines identiques, la force électromotrice de chacune d'elles est proportionnelle à sa vitesse, c'est-à-dire au nombre de tours qu'elle exécute dans l'unité de temps

$$\rho = \frac{E'}{E} = \frac{n'}{n}.$$

Le rendement mécanique est toujours inférieur au rendement électrique. En effet, le frottement des axes, les résistances passives de toute sorte, absorbent une partie du travail moteur réel, laquelle n'est pas convertie en énergie électrique dans la machine génératrice. De même, une partie du travail moteur régénéré dans la machine réceptrice est absorbée par les mêmes résistances.

Après des expériences d'essai, dont quelques-unes ont eu un grand retentissement, le transport électrique de l'énergie commence à être appliqué sur une échelle considérable dans les pays de montagnes où se trouvaient des chutes d'eau inutilisées, et principalement en Amérique. Pour n'en citer qu'un exemple, une puissance motrice de 150000 chevaux, empruntée aux chutes du Niagara, est transportée et distribuée dans les villes voisines jusqu'à Buffalo, distant de 32^{km} des chutes. Ce n'est pas encore la dixième partie de la puissance totale disponible au Niagara.

De nombreux systèmes ont été mis en usage pour appliquer le principe du transport de la puissance motrice à la traction des voitures. La machine génératrice est fixe, à l'une des extrémités de la voie; le courant qu'elle produit est parfois lancé dans des rails isolés et pénètre par les roues dans la voiture mobile; d'autre fois on a recours à des conducteurs suspendus sur des poteaux le long de la voie, et mis en communication avec la voiture mobile par des fils munis de galets roulants à leur extrémité supérieure. La machine réceptrice, placée sur la voiture, commande elle-même le mouvement des roues.

Les premières expériences à ce sujet ont été faites par W. Siemens, à Berlin, en 1879. Cent trente villes des États-Unis ont déjà adopté la traction électrique pour leurs tramways.

TRANSFORMATEURS. — On désigne sous ce nom des appareils d'induction formés d'un circuit primaire animé par une force électromotrice périodique et d'un circuit secondaire dont le courant est utilisé à l'extérieur. On peut les comparer à des bobines de Ruhmkorff, à cela près que dans ces bobines le circuit inducteur comprend un petit nombre de tours de fil, le circuit induit un grand nombre, tandis que c'est l'inverse dans

mais on ne peut réduire de même le travail correspondant à l'échauffement des deux machines. Il absorbe, en pure perte, une partie souvent considérable du travail total. On commettrait donc une erreur singulière en considérant le transport électrique de la force comme à peu près gratuit, même dans le cas des plus petites distances. Au contraire, on aurait alors toute économie à remplacer le transport électrique par le transport mécanique.

Considérons, en particulier, le cas où l'on emploie deux machines à courant continu, deux machines Gramme par exemple, et supposons que le régime uniforme soit établi pour les deux machines. Soient E la force électromotrice d'induction dans la machine génératrice, E' la force électromotrice inverse dans la machine réceptrice, I l'intensité du courant, R la résistance totale. On a

$$E - E' = IR.$$

Le rendement électrique ρ est le rapport de l'énergie électrique E'I, convertie en travail mécanique dans la machine réceptrice, à l'énergie EI, résultant de la conversion du travail mécanique en travail électrique dans la machine génératrice

$$\rho = \frac{E'}{E} = 1 - \frac{E - E'}{E} = 1 - \frac{IR}{E}.$$

Ce rendement est d'autant plus voisin de l'unité que l'intensité I du courant est plus faible, et théoriquement on peut le rapprocher de l'unité autant que l'on veut ; mais pratiquement, si l'on veut transporter une quantité d'énergie E'I notable avec de très faibles valeurs de I, ce ne peut être qu'en donnant à E' des valeurs extrêmement considérables. Il en résulte entre les deux fils de transport, ou entre ceux-ci et le corps des personnes qui peuvent se trouver dans le voisinage, des différences de potentiel dangereuses.

Si l'on suppose les deux machines identiques, la force électromotrice de chacune d'elles est proportionnelle à sa vitesse, c'est-à-dire au nombre de tours qu'elle exécute dans l'unité de temps

$$\rho = \frac{E'}{E} = \frac{n'}{n}.$$

Le rendement mécanique est toujours inférieur au rendement électrique. En effet, le frottement des axes, les résistances passives de toute sorte, absorbent une partie du travail moteur réel, laquelle n'est pas convertie en énergie électrique dans la machine génératrice. De même, une partie du travail moteur régénéré dans la machine réceptrice est absorbée par les mêmes résistances.

Après des expériences d'essai, dont quelques-unes ont eu un grand retentissement, le transport électrique de l'énergie commence à être appliqué sur une échelle considérable dans les pays de montagnes où se trouvaient des chutes d'eau inutilisées, et principalement en Amérique. Pour n'en citer qu'un exemple, une puissance motrice de 150000 chevaux, empruntée aux chutes du Niagara, est transportée et distribuée dans les villes voisines jusqu'à Buffalo, distant de 32^{km} des chutes. Ce n'est pas encore la dixième partie de la puissance totale disponible au Niagara.

De nombreux systèmes ont été mis en usage pour appliquer le principe du transport de la puissance motrice à la traction des voitures. La machine génératrice est fixe, à l'une des extrémités de la voie; le courant qu'elle produit est parfois lancé dans des rails isolés et pénètre par les roues dans la voiture mobile; d'autre fois on a recours à des conducteurs suspendus sur des poteaux le long de la voie, et mis en communication avec la voiture mobile par des fils munis de galets roulants à leur extrémité supérieure. La machine réceptrice, placée sur la voiture, commande elle-même le mouvement des roues.

Les premières expériences à ce sujet ont été faites par W. Siemens, à Berlin, en 1879. Cent trente villes des États-Unis ont déjà adopté la traction électrique pour leurs tramways.

TRANSFORMATEURS. — On désigne sous ce nom des appareils d'induction formés d'un circuit primaire animé par une force électromotrice périodique et d'un circuit secondaire dont le courant est utilisé à l'extérieur. On peut les comparer à des bobines de Ruhmkorff, à cela près que dans ces bobines le circuit inducteur comprend un petit nombre de tours de fil, le circuit induit un grand nombre, tandis que c'est l'inverse dans

les transformateurs. Le résultat est aussi inverse, en ce sens qu'un courant oscillatoire à haute tension lancé dans le circuit primaire du transformateur donne naissance dans le circuit secondaire à un courant oscillatoire à tension plus faible. Ce genre de transformation est utile, par exemple, en vue de l'application à l'éclairage électrique d'alternateurs d'une grande puissance.

La première condition à réaliser est évidemment que la dépense de chaleur effectuée en vertu de la loi de Joule dans les deux circuits du transformateur soit assez médiocre. On y parvient en constituant les deux enroulements soit de gros fils soit de lames découpées en spirale. On a soin aussi de diviser le plus possible la masse du noyau de fer doux de l'appareil pour réduire au minimum la perte d'énergie due aux courants de Foucault.

Dans le transformateur de MM. Gaulard et Gibbs, le noyau de fer doux est rectiligne, et les bobines sont constituées par des segments annulaires découpés dans une tôle de cuivre, isolés les uns des autres au moyen de lames de carton mince et réunis par des attaches saillantes, de manière à constituer la spirale inductrice et la spirale induite.

Il semble préférable de donner au fer doux la forme d'un anneau fermé (transformateurs Ganz) analogue à l'anneau Gramme (*fig.* 53), sur lequel sont enroulés les deux circuits formés de gros fil de cuivre. Inversement, on peut former l'anneau par les spires des deux circuits, et enrouler du fil de fer doux autour de cet anneau.

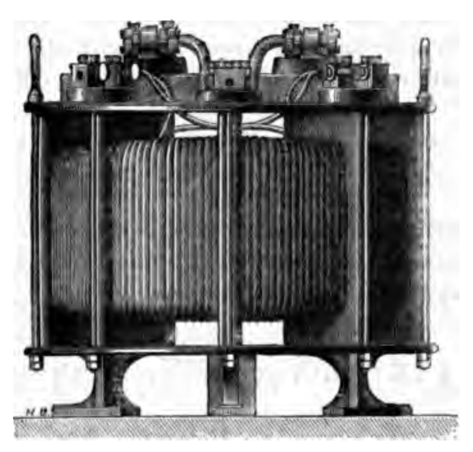
La théorie complète d'un transformateur présente le même genre de difficultés que celle des machines magnéto-électriques; mais on peut en faire assez simplement une théorie approchée en négligeant l'effet de l'hystérésis et la variation de la perméabilité du fer avec l'intensité du champ. Nous considérerons un transformateur à anneau. Soient n et n' les nombres de spires des deux circuits par unité de longueur, i et i' les intensités de courant correspondantes, μ la perméabilité du fer supposée constante, s la section de l'anneau. Le flux de force à travers l'anneau a pour valeur

$$4\pi\mu s(ni + n'i').$$

Soient $\mathrm{H}\sin at$ la force électromotrice périodique extérieure animant le circuit inducteur, L, L′, M les coefficients de self-



Fig. 53.



induction et d'induction réciproque des deux circuits, r, r' leurs résistances; les équations complètes des deux courants sont

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &ir + \mathrm{L}\frac{di}{dt} + \mathrm{M}\frac{di'}{dt} + 4\pi\mu sn\left(n\frac{di}{\partial t} + n'\frac{di'}{\partial t}\right) = \mathrm{H}\sin at,\\ &i'r' + \mathrm{L}'\frac{di'}{dt} + \mathrm{M}\frac{di}{dt} + 4\pi\mu sn'\left(n\frac{di}{\partial t} + \frac{n'di'}{\partial t}\right) = 0.\end{aligned}\right.$$

La solution de ces équations, en se bornant à la partie périodique, peut se mettre sous la forme

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} i &= \mathrm{A}\sin(at - \varphi),\\ i' &= \mathrm{B}\sin(at - \psi).\end{aligned}\right.$$

On détermine les valeurs des constantes A, B, φ et ψ en substituant à i et i' leurs valeurs dans les équations (1) et égalant à 0 les coefficients de $\sin at$ et $\cos at$ dans les deux équations.

L'expérience montre que dans les transformateurs indus-

triels la différence de phase $\varphi - \psi$ des deux courants est voisine de $\frac{\pi}{2}$.

Le *rendement* η du transformateur est défini comme le rapport de l'énergie électrique dans le circuit secondaire à l'énergie électrique dans le circuit primaire. La première est recueillie entièrement sous forme de chaleur et a pour valeur

$$\frac{B^2 r'}{2}.$$

La seconde a pour valeur l'intégrale du produit de la force électromotrice principale dans le circuit primaire, par l'intensité de courant correspondante

$$\frac{1}{t}\int_0^t (H \sin at) A \sin(at - \varphi) = \frac{1}{2} AH \cos\varphi,$$

$$\eta = \frac{B^2 r'}{AH \cos\varphi};$$

ce rendement peut être rendu assez voisin de l'unité.

CHAPITRE II.

LUMIÈRE ÉLECTRIQUE. — GALVANOPLASTIE.

Arc voltaïque. — Longueur de l'arc. — Phénomènes calorifiques. — Phénomènes de transport. — Constitution et force électromotrice de l'arc. — Éclat de l'arc.
Éclairage électrique. — Régulateurs monophotes et polyphotes. — Bougies électriques. — Lampe Jamin. — Lampes à incandescence.
Intensité de la lumière électrique. — Sa distribution dans l'espace. — Mesure de l'énergie dépensée dans un appareil. — Compteurs d'électricité et wattmètres. — Distribution de l'énergie électrique.
Galvanoplastie. — Dorure, argenture, cuivrage. — Dépôts métalliques et applications diverses.

Les électromoteurs décrits dans le Chapitre précédent ont pour usages principaux l'éclairage électrique et la métallurgie galvanoplastique. Nous allons résumer ci-après les principes théoriques relatifs à ces applications, et faire connaître quelques-uns des appareils, quelques-unes des méthodes qu'elles mettent en œuvre.

LUMIÈRE ÉLECTRIQUE.

ARC VOLTAIQUE. — La différence de potentiel entre les deux pôles d'une pile, même assez puissante, est en général beaucoup trop faible pour qu'on puisse obtenir des étincelles en rapprochant l'un de l'autre les deux rhéophores de la pile, même jusqu'à une très petite distance; mais, en vertu de l'extra-courant, il se produit toujours une étincelle, à la vérité très petite, quand, après avoir réuni les rhéophores, on vient à les séparer. Si alors on les maintient à une petite distance et que la force électromotrice de la pile soit suffisante, l'étincelle se transforme en une lumière continue, que l'on nomme l'*arc voltaïque* et qui se montre surtout avec un grand éclat entre deux électrodes de charbon.

Ayant disposé une pile de 2000 éléments qui avait une surface totale de 824 000^{cq} Davy [1], il fit communiquer les deux pôles avec deux tiges de charbon de 3^{cm} de longueur et de 4^{mm} de diamètre séparées par une distance de 0^{mm},5; il vit alors une lumière éblouissante et continue jaillir sans bruit au point de séparation et se continuer indéfiniment. Il écarta progressivement les charbons l'un de l'autre jusqu'à 10^{cm} à 11^{cm} et la même lumière s'allongea dans l'intervalle, en prenant la forme d'un arc convexe vers le haut, conservant un éclat comparable à celui du soleil et développant une chaleur intense qui faisait rougir les charbons jusqu'au milieu de leur longueur.

LONGUEUR DE L'ARC. — L'arc voltaïque ne commence à se produire que si les charbons sont amenés presque au contact; mais, une fois qu'il est allumé, on peut les écarter jusqu'à une distance maximum après laquelle il s'éteint.

Cette distance est plus grande dans le vide que dans l'air. Elle atteignit 18^{cm} au lieu de 11^{cm} avec la pile de Davy, dans un œuf électrique où la pression était réduite à 6^{mm} de mercure. Elle augmente avec la force électromotrice : dans les expériences de Despretz [2], elle était égale à 16^{cm},2 avec 600 éléments Bunsen disposés en série et à 11^{cm},2 seulement quand ils formaient 24 piles distinctes et parallèles, de 25 couples chacune, réunies par leurs pôles de même nom.

L'arc se produit entre deux métaux quelconques, avec un éclat et une longueur d'autant plus grands que ces métaux sont plus volatils; il se développe également entre une tige de charbon et un métal, par exemple l'argent, et dans ce cas, suivant MM. Fizeau et Foucault [3], les conditions changent avec le sens du courant. Si celui-ci marche de l'argent au charbon, il produit aisément une lumière continue et un transport abondant de l'argent vers le charbon; s'il change de direction, il passe moins aisément, l'arc s'éteint et ne se ral-

(1) DAVY, *Philosophical Transactions*, 1821.

(2) DESPRETZ, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXVIII, p. 755; t. XXIX, p. 48 et 545; t. XXX, p. 367; 1849-50.

(3) FIZEAU et FOUCAULT, *Annales de Chimie et de Physique*, 3e série, t. XI, p. 370; 1844.

lume que difficilement. Despretz cite cette autre particularité singulière, qu'entre deux charbons verticaux la longueur limite est plus grande quand le pôle positif est en haut que lorsqu'il est en bas : la différence peut varier de $7^{cm},4$ à $5^{cm},6$.

En moyenne pour une lampe à arc dont les charbons positif et négatif ont 10^{mm} et 8^{mm} de diamètre, et dont les bornes présentent une différence de potentiel de 42 volts, la longueur de l'arc devra être de $4^{mm},5$ à 5^{mm} et correspondre à une intensité de courant de 8 ampères. L'usure des charbons est de 4^{cm} à 5^{cm} à l'heure.

TEMPÉRATURE DE L'ARC. — La température de l'arc est sans doute la plus élevée que l'on puisse produire : la platine y fond comme la cire dans une bougie. Despretz a montré que les corps les plus réfractaires peuvent s'y liquéfier et même s'y volatiliser; que les cônes de charbon se ramollissent, se courbent, se soudent et se réduisent en vapeur, et qu'après l'action ils sont devenus mous et traçants. D'après M. Jacquelain, le diamant se comporte comme tous les charbons, c'est-à-dire qu'il perd sa transparence et ses propriétés précieuses pour passer à l'état de graphite. Enfin M. Siemens [1] a montré qu'on peut employer industriellement la chaleur de l'arc électrique pour fondre à l'intérieur d'un creuset des quantités considérables des métaux les plus réfractaires.

Les deux pôles ne prennent pas la même température : le positif s'échauffe plus que le négatif. Il suffit pour le démontrer de placer, comme le fit Gassiot [2], deux rhéophores de cuivre en croix : le positif rougit et le négatif reste obscur; ou bien, comme Tyrtow [3], de faire arriver le courant sur un bain de mercure par une pointe métallique : elle rougit; mais elle reste sombre et le mercure se volatilise quand on change la direction du courant. Enfin, si les deux rhéophores, au lieu d'être identiques, sont formés de deux substances inégalement conductrices, c'est celle qui l'est le plus qui s'échauffe en général le moins.

---

(1) W. Siemens et A. Huntington, *Sur le fourneau électrique; l'Électricien*, t. V, p. 32; 1883, et *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 124.

(2) Gassiot, *Phil. Magazine*, 3e série, t. XIII; 1838.

(3) Tyrtow, *Pogg. Ann.*, LXX; 1847.

Les moyens précis pour évaluer la température de l'arc et celle des charbons font évidemment défaut, puisque nous ne possédons pas de thermomètre qui puisse atteindre ces températures. On peut cependant s'en faire une idée, d'après la composition et l'intensité de la lumière émise. Si, par exemple, on admet que la loi de Dulong et Petit (1) est applicable aux températures très élevées comme aux basses températures, on pourra calculer la température des charbons de l'arc électrique, comme nous avons déterminé celle du Soleil (2). A toute autre hypothèse particulière, sur la loi du rayonnement, correspondra une évaluation différente de la température, et l'on comprend qu'il est très difficile, dans l'état actuel de nos connaissances, d'établir quoi que ce soit de rigoureux sur ce sujet (3).

PHÉNOMÈNES DE TRANSPORT. — Quand l'arc se produit dans l'air, les deux tiges de charbon diminuent de volume, parce qu'elles brûlent toutes deux; mais dans le vide cette combustion ne se fait pas, et l'on voit la pointe positive se creuser et diminuer de poids pendant que la négative augmente de volume et s'allonge : il y a donc un transport de matière du pôle positif vers le pôle négatif.

Ce transport se remarque quelle que soit la substance qui termine les deux rhéophores; c'est probablement parce qu'il est plus aisé avec les métaux mous, que l'arc se forme mieux entre eux, et c'est aussi pour cette raison que cet arc est plus beau quand le courant va de l'argent au charbon que s'il marche du charbon à l'argent.

Les expériences de Van Breda (4) ont montré ce phéno-

---

(1) *Voir* t. II, 3e fasc. En admettant cette loi, M. Becquerel trouva que la partie la plus brillante des charbons était à une température comprise entre 2070° et 2100°. L'arc était entretenu par le courant de 80 éléments de Bunsen grandeur moyenne.

(2) *Voir* t. II, 3e fasc.

(3) D'après Rossetti (*Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 257, et t. X, p. 456), la température maximum du charbon positif serait de 3900, celle du charbon négatif de 3150°, celle de l'arc de 4800°, indépendamment de la grandeur de l'arc et de l'intensité du courant

(4) VAN BREDA, *Pogg. Ann.*, LXXX.

mène sous son véritable jour. Ayant établi l'arc entre deux métaux différents, il a vu que tous les deux sont entraînés à la fois, le positif dans la direction du courant, le négatif dans le sens opposé et quelquefois en quantités égales. Matteucci ([1]) a confirmé l'exactitude de ces faits, bien que l'entraînement lui ait toujours paru plus abondant dans le sens du courant, ce qu'il attribue avec raison à la plus haute température du pôle positif. Il y a donc, en général, un double transport des substances à travers l'arc; cela doit avoir lieu même quand les rhéophores sont identiques, et dans ce cas l'expérience n'accuse que la différence entre les quantités de matière entraînées dans les deux sens.

Ces conclusions sont confirmées par des études toutes différentes, que nous avons déjà indiquées en Optique ([2]). Quand on examine le spectre de l'arc voltaïque, on le trouve composé des mêmes couleurs que celui des rayons solaires, qui s'étalent d'une manière continue, mais au milieu desquelles se détachent avec un éclat très vif des raies brillantes, dont le nombre et la disposition varient avec la nature des pointes des rhéophores. Or, si ces pointes sont constituées par des métaux différents, les raies observées sont formées par la superposition de celles qui caractérisent chacun de ces métaux : donc ils sont tous les deux volatilisés et entraînés dans l'espace que l'arc illumine.

FORCE ÉLECTROMOTRICE DE L'ARC. — Nous pouvons maintenant nous faire quelque idée de la constitution de l'arc voltaïque. Les pointes étant d'abord très rapprochées, une étincelle ordinaire se produit, c'est-à-dire que le courant franchit l'intervalle qui sépare les pointes et y entraîne tout d'abord des molécules matérielles. Alors celles-ci constituent une chaîne mobile de particules conductrices, qui transmet le courant par une sorte de convection et suivant des lois que nous ne pouvons prévoir, mais qu'il faut déterminer expérimentalement. Nous avons constaté que la température de l'arc est très

---

([1]) MATTEUCCI, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XXX, 1850.
([2]) *Voir* t. III, 2ᵉ fasc.

haute : c'est ce qui doit se produire, en vertu de la loi de Joule, si l'on assimile l'arc à une résistance métallique ou électrolytique. En tout cas le courant est transmis plus aisément dans l'espace interpolaire ainsi modifié et l'on peut écarter progressivement les pointes sans que le courant cesse de passer, d'entraîner avec lui des particules matérielles et de les échauffer jusqu'à les rendre lumineuses. Mais, si l'on dépasse une certaine distance, le transport s'arrête et tout s'éteint. Dans ce cas, on ne peut rétablir le courant qu'en rétablissant la chaîne des particules entraînées. Cela peut se faire en rapprochant les pointes, ou bien, comme l'a vu Daniell, en faisant jaillir entre elles l'étincelle d'une machine électrique, qui fait recommencer le double transport de la matière des électrodes.

Pendant que l'arc est allumé, le courant mesuré par un rhéomètre convenable possède une intensité constante qui dépend essentiellement de la chute de potentiel totale entre la pointe positive et la pointe négative. Si l'on fait varier la longueur de l'arc, on trouve tout d'abord qu'il est impossible de représenter l'intensité du courant en assimilant simplement l'arc à une résistance métallique proportionnelle à sa longueur. On peut essayer, comme l'a fait Edlund (¹), d'attribuer la chute de potentiel totale : 1° à une force électromotrice inverse dont les pôles de l'arc seraient le siège ; 2° à une résistance de l'arc proportionnelle à la longueur. Ce qui milite en faveur d'une force électromotrice inverse de l'arc, c'est qu'entre des électrodes déterminées on ne réussit à l'allumer et à le maintenir que quand la force électromotrice entretenant le courant est supérieure à une certaine limite, comme s'il existait dans l'arc allumé une sorte de polarisation dont la valeur minimum atteindrait précisément cette limite.

Edlund a donc employé un circuit comprenant deux pointes de charbon et un rhéostat à liquide impolarisable. On produit entre les charbons un arc de longueur variable, réglée et mesurée par une vis micrométrique, et l'on diminue ou l'on augmente la longueur de la colonne liquide jusqu'à ramener l'intensité du courant à une même valeur invariable. Les longueurs ω de

(¹) EDLUND, *Pogg. Ann.*, CXXXI, p. 586.

liquide supprimées se trouvent liées aux longueurs l de l'arc par une formule telle que

$$w = a + bl.$$

L'arc ne se comporte donc pas comme une résistance métallique. On pourrait être tenté d'interpréter les expériences en admettant qu'il y a, à la surface de séparation des charbons et de l'arc, une résistance au passage analogue à celle qui se produit quelquefois sur les électrodes par suite de la formation d'un dépôt mauvais conducteur. Mais les expériences suivantes d'Edlund ne peuvent laisser subsister aucun doute sur l'existence de la force électromotrice inverse de l'arc.

Edlund profite de ce que l'espace compris entre les deux charbons conserve une certaine conductibilité après la suppression de l'arc, tant que la température reste suffisamment élevée. Il suffit d'intercaler les deux charbons dans un circuit secondaire comprenant un galvanomètre et que l'on ferme, à l'aide d'un commutateur, aussitôt après la cessation de l'arc, pour reconnaître que l'espace précédemment occupé par l'arc voltaïque est alors traversé par un courant inverse; or celui-ci ne peut être entretenu que par la force électromotrice propre de l'arc. Cette disposition expérimentale est identique à celle que l'on emploie d'ordinaire pour manifester l'existence de la force électromotrice de polarisation.

Ajoutons que, d'après Edlund, la force électromotrice de l'arc serait indépendante de l'intensité du courant qui le produit, dès que cette intensité dépasse une certaine limite : la force électromotrice de polarisation des voltamètres nous a déjà offert le même caractère. Enfin la force électromotrice de l'arc dépend de la nature des électrodes entre lesquelles il se produit, comme la polarisation elle-même dépend de la nature des métaux et des liquides. Elle est moindre quand l'arc jaillit entre deux pointes de cuivre qu'entre deux charbons (1).

(1) On peut essayer de rapprocher l'origine de la force électromotrice de l'arc de celle des phénomènes thermo-électriques, puisque les températures des deux charbons sont très différentes; on peut aussi, à l'exemple de M. Silvanus Thomson, attribuer la force électromotrice inverse de l'arc au travail de la volatilisation du carbone.

En moyenne on peut admettre pour la valeur de la force électromotrice inverse de l'arc 38 volts environ, 32^{volts},5 pour l'électrode positive et 5^{volts},5 pour l'électrode négative.

ÉCLAT DE L'ARC. — Quand on projette sur un écran une image très agrandie de l'arc électrique, on peut regarder celle-ci à l'œil nu et se rendre compte de la coloration et de l'éclat relatif de ses diverses parties. On voit alors que la principale quantité de lumière est fournie par les extrémités des charbons incandescents, et surtout par le pôle positif, qui est le plus chaud. La lumière de l'arc est teintée en bleu et beaucoup plus riche en radiations ultra-violettes que celle des charbons. Comparé au spectre solaire, le spectre de l'arc électrique s'étend bien plus loin du côté des radiations les plus réfrangibles, ce qu'il faut attribuer soit à l'absorption exercée sur la lumière solaire par l'atmosphère de vapeurs à température relativement basse dont la photosphère est entourée, soit à l'absorption exercée par l'atmosphère terrestre.

Malgré la différence de constitution du spectre solaire et du spectre de l'arc, il n'est pas sans intérêt de rappeler le résultat d'une expérience de comparaison réalisée dès 1844 par MM. Fizeau et Foucault ([1]). Ces physiciens isolaient deux cônes de rayons ayant le même angle et partant l'un d'un point du Soleil, l'autre d'un point du charbon positif; ils les concentraient au moyen de lentilles, et les faisaient agir sur une plaque daguerrienne jusqu'à produire une impression identique. Cela exigeait des temps différents qu'on mesurait et qui doivent être sensiblement en raison inverse de l'intensité actinique des deux sources. Ce rapport fut trouvé égal à 0,38, avec un arc produit par trois séries de quarante-six couples Bunsen fonctionnant depuis une heure. Il croît avec l'intensité du courant, c'est-à-dire avec la température de l'arc.

([1]) FIZEAU et FOUCAULT, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XVIII, p. 746 et 860; *Œuvres de Foucault*, p. 87.

ÉCLAIRAGE ÉLECTRIQUE [1].

RÉGULATEURS MONOPHOTES ET POLYPHOTES. — Ce que l'on a d'a-ord recherché exclusivement dans l'emploi de la lumière lectrique, c'est l'intensité excessive des foyers. Jusque vers 345 les charbons étaient simplement soutenus par un support pproprié et on les rapprochait à la main à mesure qu'ils usaient par la combustion. Th. Wright imagina le premier ne lampe automatique, mais c'est à Foucault [2] que l'on oit d'avoir surmonté toutes les difficultés de la question et 'avoir inauguré un régulateur susceptible de fonctionner 'une manière pratique et régulière. De nombreux inventeurs nt réalisé depuis des appareils analogues : il nous suffira de iter le régulateur de Duboscq déjà décrit dans cet Ouvrage [3], ıns insister davantage sur un sujet qui est plutôt du domaine e la Mécanique appliquée que de celui de la Physique.

Quand on place plusieurs lampes électriques sur un même ircuit, on ne peut conserver la disposition des *régulateurs ıonophotes*, car alors le dérangement d'une seule des lampes uirait au fonctionnement de toutes les autres et toutes s'é-indraient si le courant était interrompu par l'extinction for-ıite de l'une d'elles; il faut alors avoir recours à des régula-urs spéciaux, dits polyphotes, parmi lesquels nous signalerons régulateur de Gramme et les régulateurs différentiels.

Dans la lampe électrique de Gramme (*fig.* 54) il y a deux lectro-aimants distincts : l'un A à gros fils, traversé par le ourant principal, attire une armature E portant le charbon ıférieur et écarte celui-ci du charbon supérieur dès que le ourant passe : l'arc électrique se produit. Des ressorts an-ıgonistes ramènent l'armature à sa position primitive et les harbons au contact dès que le courant cesse de passer. Le euxième électro-aimant B à fils fins est placé en dérivation

---

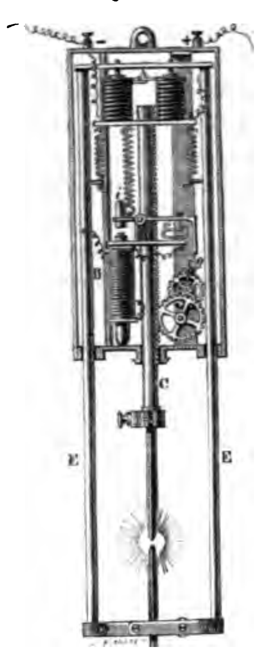
[1] On consultera avec fruit sur ce sujet une revue d'ensemble écrite à occasion de l'Exposition d'électricité par M. Foussereau et publiée dans *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 72 et 125.

[2] FOUCAULT, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, XXVIII, p. 68 et 69.

[3] *Voir* t. III, 2e fasc.

sur le circuit principal entre les deux charbons. Il est traversé par un courant d'autant plus intense que la chute de potentiel entre les deux charbons est plus grande; quand celle-ci excède une certaine limite, un contact *i* maintenu par un ressort antagoniste est attiré, un arrêt *o* se trouve soulevé et un mouvement d'horlogerie déclanché. Celui-ci engrène une crémaillère C supportant le charbon supérieur et fait descendre celui-ci; mais, aussitôt le circuit dérivé se trouve rompu en *r*, l'armature *i* revient en arrière et le rapprochement des charbons s'arrête. Si la chute de potentiel entre les charbons est encore trop grande, l'armature *i* est une seconde fois attirée et ainsi de suite : le rapprochement se fait donc pour ainsi dire insensiblement et l'on n'est pas exposé à ce que les charbons dépassent la position d'équilibre qui leur convient. On évite ainsi des oscillations fâcheuses de la distance des charbons et la variation irrégulière d'éclat du foyer lumineux qui en serait la conséquence.

Fig. 54.

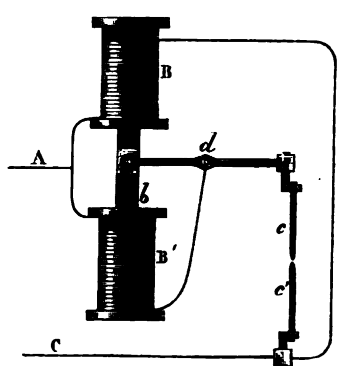


Comme type de régulateur différentiel, nous signalerons la lampe de Siemens à laquelle se rapporte le diagramme ci-joint (*fig.* 55). Le mécanisme qui rapproche les charbons est déclenché par un levier solidaire d'un barreau de fer doux *b* qui se meut entre deux bobines superposées. L'une d'elle B' est parcourue par le courant principal; l'autre B est à fils fins et se trouve posée en dérivation par rapport aux charbons *c*, *c'*. La position du barreau *b* dépend du rapport de l'intensité du courant principal et du courant dérivé, par suite aussi de la chute de potentiel entre les charbons. Quand celle-ci dépasse une certaine limite, le barreau déclenche un mouvement d'horlogerie qui rapproche les charbons. Le mouvement d'horlogerie est réglé par un pendule et par suite le rapprochement des

charbons est régulier. Le déplacement du barreau est rendu *gras* par une petite pompe à air, afin d'éviter les oscillations.

Enfin, dans un grand nombre d'appareils, les charbons sont immobiles, mais périodiquement rapprochés par suite de l'interruption d'un circuit dérivé : celle-ci a lieu à des époques fixes suffisamment voisines pour éviter que la chute de potentiel entre les charbons varie dans des limites trop larges.

Fig. 55.



A chaque interruption du circuit dérivé, les charbons sont amenés au contact, puis ramenés à une distance invariable. Ce double mouvement est si rapide que l'œil n'en est pas impressionné (régulateur Brokie).

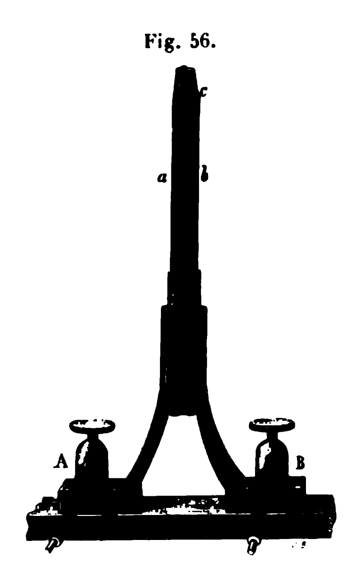
Des dispositions spéciales sont prises pour éliminer du circuit toute lampe qui s'éteint et pour fournir en même temps un signal qui prévienne de son extinction.

BOUGIES ÉLECTRIQUES. — Dans tous les systèmes qui précèdent, chaque lampe est munie d'un appareil de réglage plus ou moins coûteux. On peut avoir recours à des dispositions plus simples, dont la première en date a été imaginée par M. Jablochkoff.

La bougie électrique de M. Jablochkoff (*fig.* 56) se réduit essentiellement à deux tiges minces de charbon *a* et *b* pénétrant à leur partie inférieure dans des gaines de laiton et isolées l'une de l'autre par une couche de plâtre. Les extrémités su-

périeures des deux tiges sont réunies l'une à l'autre par une petite plaque de graphite *c* que le courant rougit d'abord et fond ensuite; l'arc électrique jaillit alors entre les deux pointes. A mesure que le charbon s'use, le plâtre est fondu par la chaleur de l'arc, et la bougie se consume peu à peu comme une

Fig. 56.

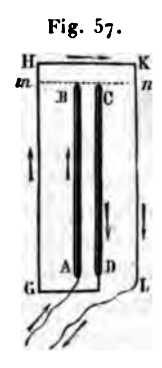


bougie ordinaire, ce qui a fait donner son nom à l'appareil. Il y a avantage à alimenter les bougies Jablochkoff par une machine dynamo-électrique à courants alternatifs, car les deux charbons, servant alors alternativement d'électrodes positive et négative, s'usent également.

Lampe électrique de Jamin. — Au lieu de séparer les charbons parallèles AB, CD par une matière isolante, Jamin les disposa à l'intérieur d'un cadre multiplicateur GHKLM inséré dans le même circuit et dont les grands côtés GH, KL sont parallèles aux charbons (*fig.* 57). Le courant pénètre par le charbon AB, ferme l'arc électrique, descend en CD, remonte dans le cadre en GH, redescend en KL, de sorte qu'il a la même direction dans un fil vertical du cadre et dans le charbon le plus voisin. L'action électrodynamique exercée par le

courant GHKL sur l'arc électrique BC, que nous considérerons comme un courant mobile, a pour effet de maintenir l'arc à l'extrémité des charbons. Pour nous en convaincre, considérons en particulier l'action de chacun des fils : 1° les courants horizontaux HK et DG sont le premier parallèle et de même sens, le second parallèle et de sens contraire à l'arc électrique qui se trouve ainsi attiré par HK et repoussé par LM; les deux actions sont concordantes pour fixer l'arc à l'extrémité supérieure BC des charbons; 2° le courant GH, perpendiculaire à BC, est décomposé par le prolongement de BC en deux portions Gm et mH, dont la première repousse et la seconde attire le courant BC; ces actions sont concordantes entre elles et avec les précédentes; 3° le courant descendant KL attire BC par sa portion Kn, le repousse par sa portion nL et contribue encore à fixer BC à l'extrémité des charbons. Ajoutons enfin que les courants traversant les charbons eux-mêmes repoussent la partie contiguë BC du même courant et que l'action électrodynamique des charbons s'ajoute ainsi à celle de l'arc.

Fig. 57.



On peut démontrer expérimentalement l'existence de l'action directrice du cadre (que nous supposerons formé d'un grand nombre de fils) en renversant, à l'aide d'un commutateur, la direction du courant dans le cadre et non dans les charbons. L'action électrodynamique du cadre change alors de signe, et, comme elle l'emporte de beaucoup sur celle des charbons, l'arc est rejeté en AD où il ne tarde pas à s'éteindre. En rétablissant le courant dans le sens normal, l'arc est au contraire fixe en BC. Si l'on fait communiquer les charbons par leur base, en les réunissant un instant en AD à l'aide d'un crayon de charbon, l'arc qui se produit d'abord en A est aussitôt rejeté en BC.

Quand on change à la fois la direction du courant dans le cadre et dans les charbons, les actions électrodynamiques ne sont pas modifiées; par suite il n'y a aucun inconvénient à employer des courants périodiquement intervertis, comme ceux de la plupart des machines dynamo-électriques.

La *fig.* 58 montre la disposition pratique de la lampe Jamin. Quatre bougies électriques CD, C′D′, ... sont disposées à l'intérieur d'un même cadre multiplicateur EG et disposées de manière à brûler successivement. Les charbons D sont fixes; les charbons C peuvent se déplacer latéralement d'une très petite quantité quand la pièce métallique B qui les porte oscille sur son axe A. Les communications électriques sont telles qu'une seule bougie CD est animée par le courant dont les flèches indiquent la direction tant dans la bougie que dans le cadre.

La lampe est disposée de manière que les charbons se touchent tant que le courant ne passe pas; mais, aussitôt qu'on lance un courant dans la lampe, un électro-aimant E, constitué par une lame de fer doux entourant la partie horizontale du cadre, attire une palette F qui appuyait sur le support B des charbons mobiles, comme on le voit sur la *fig.* 58 C; ce support se trouve déclenché et les charbons s'écartent : l'arc électrique est formé.

Lorsque la bougie qui fonctionne s'est consumée jusqu'au voisinage de sa base, l'arc électrique arrivant au niveau de la vis H (*fig.* 58 B), une dérivation sans résistance est offerte au courant par l'intermédiaire de cette vis et la bougie s'éteint; mais, dès que le courant cesse de passer dans le cadre, la palette B retombe sur le support H des charbons et ramène ceux-ci au contact. On se trouve donc ramené aux conditions du début de l'expérience, et par le même mécanisme une seconde bougie s'allume. Quand les quatre bougies sont consumées, la palette B retombe sur le support H; mais, comme il n'y a plus de charbons d'une longueur suffisante pour arriver au contact, elle retombe plus profondément et, grâce à un levier L, conducteur qu'elle rencontre (*fig.* 58 C), ferme une dérivation sans résistance et met la lampe hors du circuit. La machine dynamo-électrique qui animait la lampe peut donc continuer à en faire brûler d'autres : l'extinction de l'une d'elles est sans aucun inconvénient.

Le système Jamin se prête à la division de la lumière électrique. On a animé simultanément avec une seule machine Gramme de dimension ordinaire 60 brûleurs, consommant ensemble 20 chevaux.

Fig. 58 A.

Fig. 58 B.

Fig. 58 C.

Fig. 58 D.

La lumière des brûleurs provient, d'une part, de l'arc électrique, ou de l'incandescence de parcelles de charbon transportées par le courant; d'autre part, de la combustion des charbons dans l'air. Le cadre multiplicateur employé par Jamin dirige l'arc électrique, tandis qu'il est sans action sur la flamme. De plus, celle-ci présente des éclats, suivant que la combustion du charbon s'opère plus ou moins aisément. On peut éliminer la flamme et donner à l'arc toute la fixité désirable en renfermant les brûleurs dans des lanternes closes où l'air ne peut se renouveler. On évite aussi par là la formation de composés nitreux, dont Jamin a découvert la production dans ses expériences et qui, mêlés à l'air d'une pièce fermée, finiraient par le rendre irrespirable.

Nous rapprocherons des appareils précédents la lampe dite *Soleil,* qui est à la fois une lumière à arc et une lumière à incandescence. Elle se compose de deux crayons de charbon engagés obliquement dans une masse de calcaire dur, formé d'un assemblage de petits cubes; les pointes des charbons sont séparées par de la chaux ou de la magnésie. La substance réfractaire est portée à l'incandescence par le passage de l'arc électrique et fournit une lumière jaune orangé rappelant celle du jour, et qui tranche absolument avec la couleur bleutée des lampes à arc ou des bougies ordinaires. Les tableaux éclairés par la lampe Soleil conservent leurs tons à peu près exactement; leur effet général n'est pas modifié par cet éclairage artificiel.

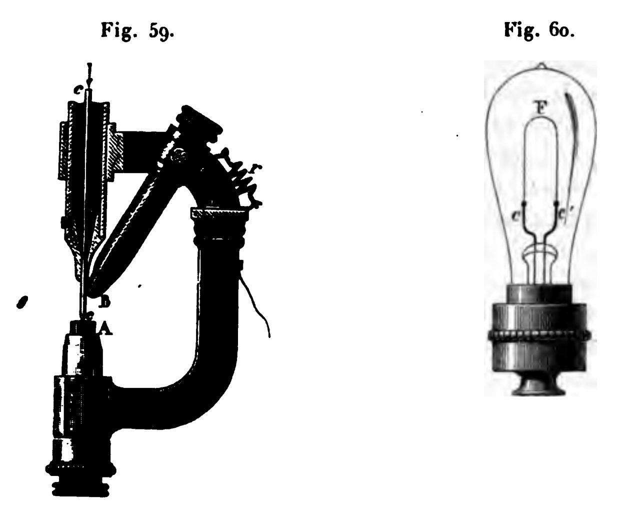
LAMPES A INCANDESCENCE. — Au lieu d'employer l'arc électrique, on utilise de plus en plus, pour l'éclairage, l'incandescence développée dans une partie suffisamment résistante d'un circuit continu. L'idée d'éclairer par un fil de platine incandescent est déjà très ancienne, mais tous les essais tentés dans cette voie avaient échoué, par suite d'une altération de structure des fils qui forçait à les remplacer fréquemment.

La première lampe à incandescence qui ait fonctionné régulièrement est due à M. Reynier. Sous sa forme actuelle, elle est essentiellement constituée par un crayon de charbon c constamment appuyé par un mécanisme convenable contre un contact de bout A et un contact latéral B, qui lui amènent le

courant et limitent la région incandescente (*fig.* 59). Ces lampes, ainsi que leurs congénères ([1]), fonctionnent dans l'air avec un éclat et une fixité remarquables.

Plusieurs inventeurs ont eu l'idée de supprimer la combustion du charbon, en produisant l'incandescence dans le vide; mais M. Edison est le premier qui ait réussi à obtenir un filament de charbon assez résistant pour supporter, sans se rompre, l'incandescence fréquemment répétée que doit comporter un appareil de ce genre pour être véritablement pratique. Le filament de charbon, de la grosseur d'un crin (*fig.* 60), est obtenu

Fig. 59. Fig. 60.



par la carbonisation progressive de fibres d'une espèce de bambou. Ce filament F est serré à ses extrémités *c*, *c'* dans de petites pinces en platine, et l'on recouvre les points d'attache d'une couche de cuivre galvanique, qui établit une continuité parfaite et une bonne conductibilité. On l'introduit ensuite dans un globe de verre de forme allongée, dans lequel on fait le vide à l'aide de pompes à mercure, et, vers la fin de l'opération, on porte le filament de charbon à l'incandescence pour expulser les dernières traces de gaz carbonés. L'appareil est

---

([1]) Lampes Werdermann, Napoli, etc.

ensuite fermé à la lampe et peut supporter une incandescence d'au moins un millier d'heures et de très fréquentes alternatives d'extinction et de rallumage sans être mis hors d'usage.

On peut substituer au bambou carbonisé d'Edison des filaments provenant de la carbonisation partielle de feuilles de carton, chauffées entre des plaques de fonte (Maxim), des fils de coton rendus plus consistants par l'action de l'acide sulfurique, puis chauffés au rouge dans des récipients en terre (Swan), des brins de chiendent carbonisés ou des fibres végétales vulcanisées et imprégnées de chlorure de zinc (Lane Fox). La forme générale et les effets de ces divers appareils sont tout à fait analogues.

Les lampes à incandescence se prêtent à merveille à la division de la lumière électrique. Leur lumière jaune orangé rappelle avec plus d'éclat celle du gaz et se prête aisément aux usages journaliers et domestiques.

En dehors des lampes d'Edison et de leurs congénères, les charbons employés pour la production de la lumière électrique sont toujours des charbons artificiels moulés par compression. Par une préparation convenable, on arrive à leur communiquer une bonne conductibilité et une homogénéité presque parfaite; leur prix est relativement très bas. M. Carré emploie pour la confection de ces charbons une pâte formée d'un mélange intime de coke finement pulvérisé, de noir de fumée calciné et d'un sirop contenant 30 parties de sucre de canne et 12 parties de gomme. Les tiges obtenues doivent, avant d'être livrées au commerce, être soumises à l'action prolongée et répétée de la chaleur rouge.

La résistance moyenne des charbons artificiels est de $0^{ohm},45$ à $0^{ohm},6$ par mètre; le charbon de cornue, employé autrefois, offre une résistance 20 fois plus grande.

INTENSITÉ DE LA LUMIÈRE ÉLECTRIQUE. — SA DISTRIBUTION DANS L'ESPACE. — Pour évaluer la puissance lumineuse d'une source, on la compare à un étalon de lumière convenablement choisi, à l'aide de procédés photométriques que nous avons décrits [1]. Rappelons que l'unité adoptée en France depuis les travaux

[1] *Voir* t. III, 3e fasc.,

de Dumas et Regnault était la lampe Carcel allumée depuis un quart d'heure au moins, et brûlant 40gr d'huile de colza épurée à l'heure. Les comparaisons effectuées sur cet appareil ont montré que son intensité lumineuse est constante à 2 ou 3 pour 100 au plus, et son usage prolongé, dans l'étude photométrique du gaz de l'éclairage, a établi sa parfaite commodité pour des mesures de ce genre. A l'étranger, on se servait couramment de la *bougie* comme lumière étalon; mais il semble que les variations relatives dont l'éclat de la bougie est susceptible sont notablement supérieures à celles de l'étalon Carcel. M. Violle a proposé une unité de lumière plus rationnelle que les précédentes : c'est la quantité de lumière émise par 1cq de surface de platine à la température de sa fusion.

On sait que cette unité a été adoptée par le Congrès des électriciens [1].

Une unité secondaire, définie sous le nom de *bougie décimale,* est la vingtième partie de cet étalon absolu.

D'après M. Violle un bec carcel vaut

0,481 unités absolues.
9,62 bougies décimales.
8,91 candles (bougies anglaises de spermaceti).
7,89 kerzen (bougies allemandes).

On peut admettre que les lampes à arc, alimentées par des courants continus, fournissent dans les conditions normales environ 100 bougies décimales par ampère.

Dans l'évaluation de l'intensité d'une source lumineuse, il faut évidemment tenir compte de la répartition dans l'espace de la lumière qu'elle fournit. En étudiant sous ce point de vue la lumière d'un régulateur entretenu par un courant continu, et dans lequel le charbon positif était placé en haut, M. Fontaine [2] a obtenu les résultats représentés par la courbe A (*fig.* 61). Cette courbe a été construite en portant dans la direction de chaque rayon vecteur l'intensité de la lumière mesurée dans cette direction. L'intensité atteint son maximum entre

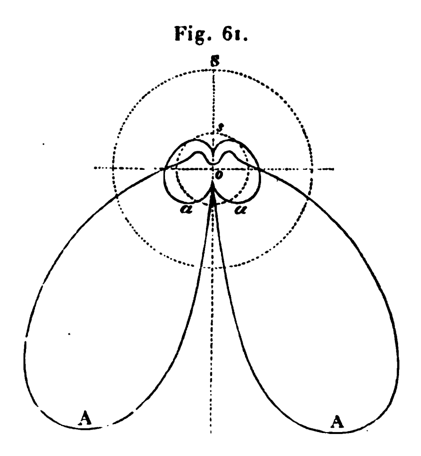
---

(1) *Congrès international des électriciens* (*Comptes rendus des Travaux,* p. 49, 332 à 435 et 352 à 359).

(2) FONTAINE, *Séances de la Société française de Physique,* 1879 : p. 160.

35° et 40° de la verticale inférieure; elle est alors dix fois plus grande qu'à 135° de cette direction. La courbe symétrique *a* se rapporte au cas de courants alternatifs. Les deux courbes A et *a* correspondent, d'après M. Fontaine, à une même dépense de travail mécanique consommée pour l'entretien du courant. Les cercles pointillé et ponctué ont respectivement des aires égales

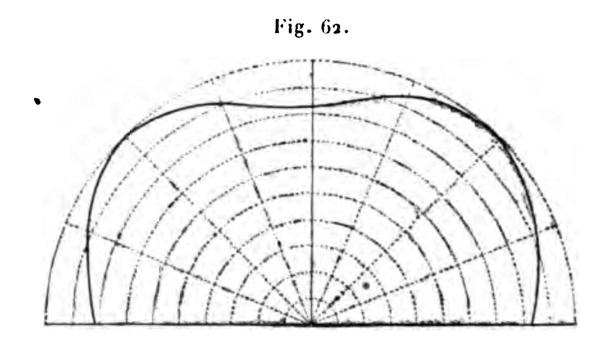
Fig. 61.



à celles des deux courbes et, par suite, représentent l'intensité moyenne de la lumière dans les deux cas.

La *fig.* 62, relative à une lampe à incandescence, système

Fig. 62.



Siemens, donne d'après les mêmes conventions que ci-dessus, la distribution horizontale des intensités. Quant à la valeur

absolue de l'intensité L produite, elle varie beaucoup avec l'énergie dépensée dans la lampe. D'après MM. Ayrton et Perry, si l'on désigne par b la différence de potentiel pour laquelle la lampe commence à rougir, par a la différence de potentiel sous laquelle elle fonctionne, on a avec une approximation suffisante

$$L = k(a - b)^3.$$

Une difficulté particulière, soulevée par l'évaluation photométrique des lumières électriques, résulte de la différence de coloration de l'arc électrique et de l'étalon lumineux. L'œil présente, par rapport aux divers rayons simples du spectre, des propriétés différentes qui ne permettent pas de juger avec certitude de l'égalité d'éclairement de deux sources différemment colorées. Par exemple, si l'on règle la distance de deux sources, l'une bleue, l'autre jaune, à l'écran d'un photomètre à baguette, de manière à obtenir l'égalité apparente d'éclairement des deux ombres, et qu'on réduise ensuite au quart les intensités, en éloignant les deux sources à une distance double, l'égalité apparente ne subsiste visiblement pas. C'est en cela que consiste le *phénomène de Purkinje*. Il n'y a donc qu'un seul procédé rigoureux pour comparer l'intensité de deux luminaires : il consiste à produire leur spectre et à effectuer des mesures comparatives pour les principales couleurs du spectre.

Dans la pratique, on se contente actuellement d'évaluer, pour chaque système de lampes, le *degré d'incandescence;* on nomme ainsi le quotient des intensités, relatives au carcel étalon, des radiations de longueur d'onde $\lambda = 0^{\mu},582$ et $\lambda' = 0^{\mu},657$; pour le déterminer, on se borne à placer successivement devant l'œil une cuve remplie sous une épaisseur de 5^{mm} d'une dissolution normale de chlorure de nickel et un verre rouge convenablement choisi. Le degré d'incandescence étant 1, par définition, pour le carcel varie de 1,06 à 1,45 pour la lumière Drummond, atteint 1,7 pour les lampes à arc et 2 pour le Soleil. Si l'on s'en rapporte à ces nombres, il semble que la *qualité* de la lumière des lampes à arc se rapproche plus qu'aucune des précédentes de la lumière du jour : ce serait celle qui modifierait le moins le ton des pigments colorés, et

que l'on devrait préférer, par exemple, pour l'éclairage nocturne des galeries de tableaux [1].

Sous ses diverses formes, incandescence et lampes à arc, l'éclairage électrique offre sur les autres modes d'éclairage artificiel des avantages incontestables sous le rapport de l'hygiène. D'une part, le dégagement d'acide carbonique, très réduit avec les lampes à arc, est nul quand on emploie les lampes à incandescence. D'autre part, le *rendement lumineux*, c'est-à-dire le rapport de l'énergie calorifique des rayons lumineux à l'énergie calorifique totale de la source est beaucoup plus considérable avec les sources électriques. On peut déterminer ce rendement en employant successivement, avec une même lampe, un calorimètre à parois transparentes et un calorimètre opaque. On trouve ainsi que le rendement lumineux d'une bougie ordinaire ne dépasse pas 0,0029 et celui des lampes à gaz 0,00317; tandis que le rendement atteint 0,06 pour les lampes à incandescence et 0,1 pour les lampes à arc.

MESURE DE L'ÉNERGIE DÉPENSÉE DANS UN APPAREIL. — Soit E la force électromotrice entre les deux bornes d'un appareil électrique, I l'intensité du courant qui le traverse : l'énergie dépensée dans l'appareil pendant le temps dt a pour expression $EI\,dt$.

I. Si le courant est constant, l'énergie dépensée par seconde est EI. Il suffit de mesurer la force électromotrice et l'intensité : on y parvient industriellement par l'emploi de galvanomètres connus sous le nom d'*ampèremètres* et de *voltmètres*.

Les *ampèremètres*, dont la résistance doit être négligeable par rapport à celle des circuits dans lesquels on les insère, fournissent des indications proportionnelles à l'intensité I du courant et sont étalonnés en ampères par comparaison avec une boussole des tangentes ou un électrodynamomètre étalon.

Les *voltmètres*, dont la résistance doit au contraire être assez grande pour que leur insertion en dérivation entre les bornes

---

[1] *Voir* p. 134.

d'un appareil ne modifie pas sensiblement l'intensité du courant dans l'appareil lui-même, fournissent des indications proportionnelles à la force électromotrice E.

On obtient des déterminations plus rigoureuses de E par l'emploi des électromètres : soit, par exemple, l'électromètre Mascart. La déviation α de l'électromètre est donnée par la formule

$$\alpha = k(V_1 - V_2)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right),$$

dans laquelle V est le potentiel électrostatique de l'aiguille ; V_1 et V_2 sont les potentiels des deux cadrans, enfin K une constante instrumentale. Quand on fait $V = V_1$, cette formule devient

$$\alpha = \frac{k}{2}(V_1 - V_2)^2.$$

Soient V_1 et V_2 les potentiels aux deux bornes de l'appareil employé, une lampe à arc par exemple; mettons ces deux bornes, la première en communication avec l'aiguille et une paire de quadrants, la seconde avec l'autre paire de quadrants, et supposons que la lampe soit entretenue par un courant continu ; on aura

$$V_1 - V_2 = \sqrt{\frac{2\alpha}{k}}.$$

Pour déterminer la constante k, il suffira d'une expérience faite avec une différence de potentiel connue. La force électromotrice E évaluée en unités électromagnétiques étant proportionnelle à la différence de potentiel électrostatique $V_1 - V_2$, on peut attribuer à k une valeur telle que l'expression $\sqrt{\frac{2\alpha}{k}}$ se trouve directement exprimée en volts.

II. Dans le cas où E et i sont variables, ce qu'il faut évaluer, c'est $\frac{1}{T}\int EI\,dt$.

Soit, par exemple, le cas d'une lampe animée par des courants alternatifs. On peut, à l'aide de l'électromètre Mascart, déterminer d'une manière rigoureuse le travail dépensé dans la

lampe; remarquons, en effet, que le signe de l'action exercée sur l'aiguille de l'électromètre ne change pas avec le sens du courant; l'aiguille prendra donc sous l'influence d'un courant alternatif une déviation permanente. En désignant par T la durée d'une période entière, on voit aisément que l'on doit avoir

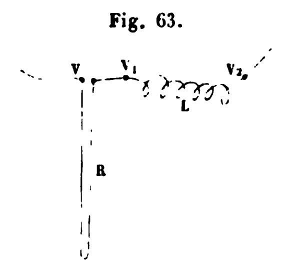
$$\alpha = \frac{k}{2}\frac{1}{T}\int_0^T (V_1 - V_2)^2 dt,$$

d'où l'on déduira la valeur de

$$\frac{1}{T}\int_0^T (V_1 - V_2)^2 dt.$$

Cela posé, pour mesurer l'énergie dépensée par une lampe, voici comment opère M. Potier (¹). Soit L la lampe (*fig.* 63); désignons, comme précédemment, par V_1 et V_2 les valeurs du

Fig. 63.



potentiel à ses deux bornes, par V le potentiel à l'extrémité d'une résistance connue R, non susceptible d'induction, introduite dans le circuit immédiatement en avant de l'une des bornes de la lampe. On mesure (²) par la méthode ci-dessus décrite

$$\frac{1}{T}\int_0^T (V - V_2)^2 dt;$$

(¹) POTIER, *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 445.
(²) JOUBERT, *Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 297.

mais, si l'on désigne par i l'intensité variable du courant,

$$\frac{1}{T}\int_0^T (V-V_2)^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T [(V-V_1)+(V_1-V_2)]^2 dt$$
$$= \frac{1}{T}\int_0^T [(V_1-V_2)+Ri]^2\, dt$$
$$= \frac{1}{T}\left[\int_0^T (V_1-V_2)^2 dt + 2R\int_0^T i(V_1-V_2)\,dt + R^2\int_0^T i^2\, dt\right].$$

On fait trois expériences en ramenant toujours i à la même valeur, et en donnant à R les valeurs o, R_1, R_2; on détermine ainsi les trois intégrales

$$\frac{1}{T}\int_0^T (V_1-V_2)^2 dt,$$
$$\frac{1}{T}\int_0^T i(V_1-V_2)\,dt,$$
$$\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt.$$

La racine carrée de la première est la force électromotrice moyenne entre les bornes; la seconde représente l'énergie dépensée par le courant, enfin la racine carrée de la troisième donne l'intensité moyenne du courant.

Le Tableau suivant résume les principales expériences faites sur les lampes électriques par la Commission de l'Exposition internationale d'Électricité (¹). D est le diamètre des charbons, I l'intensité moyenne du courant en ampères; $V_1 - V_2$ la chute de potentiel moyenne en volts; T_k le travail en kilogrammètres dépensé dans chaque lampe, c'est-à-dire $\frac{I(V_1-V_2)}{9,81}$; L_m l'intensité lumineuse maximum; L_s l'inten-

(¹) Cette Commission était composée de MM. Allard, Joubert, Le Blanc, Potier et Tresca (Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. II, p. 11).

sité sphérique ou intensité moyenne; enfin r le rendement en becs Carcel par cheval dépensé dans la lampe.

Courants continus.

Lampes.	D.	I.	$V_1 - V_2$.	T_k.	L_m.	L.	r
Lampe de phare réglée à la main...........	20	109	53	590	1960	966	129
Régulateur Serrin......	23	90	58	532	»	688	99
Lampe Maxim..........	12	33	53	178	465	239	103
— Siemens.........	18	35	53	189	805	306	121
— Siemens.........	14	26	45	117	537	205	129
— Crompton.......	13	18,5	41	77	227	82	80
— Gramme.........	14	19	53	103	357	167	122
— Gramme.........	12	15,3	50	78	184	102	98
— Siemens.........	10	10	47	48	72	58	81
— Weston.........	10	23	32	75	154	85	85
— Brush...........	11	10	44,3	45	76	38	63
— Brush...........	11	9,5	44,3	43	78	39	72

Courants alternatifs.

Lampes.	D.	I.	$V_1 - V_2$.	T_k.	L_m.	L.	r
Lampe de phare........	23	»	»	»	1034	931	»
— Berjot...........	29	35,8	36	117	140	117	75
Bougie Jablochkoff......	»	7,5	43	32	27,7	20	36
— Jablochkoff......	»	8,5	42	32	32,5	24	46
— Jamin..........	»	6,1	77	47	22	16	25
— Jamin..........	»	5,1	69	36	24	17	36
— Jamin..........	»	3,1	74	25	13	9	27

Dans toutes les expériences de la Commission, les lampes des divers systèmes ont fonctionné dans des conditions normales. $V_1 - V_2$ est la somme de la différence de potentiel IR correspondant à la résistance de l'arc et de la force électromotrice propre E de l'arc électrique

$$V_1 - V_2 = E + IR.$$

La valeur de $V_1 - V_2$ est, dans la plupart des cas, d'une cinquantaine de volts, ce qui explique très bien la nécessité, reconnue depuis longtemps, d'employer une cinquantaine d'éléments de pile au moins pour obtenir une bonne lumière. Quant au rendement lumineux, il est en général d'autant plus

ue les lampes sont moins énergiques. Ainsi un carcel ue coûte d'autant moins cher qu'on en réunit un plus ombre en un foyer unique.

un autre Tableau, relatif aux lampes à incandescence; sente la résistance de la lampe en ohms :

$$V_1 - V_2 = RI.$$

	R.	I.	V_1-V_2.	T_k.	L_s.	r.
....	47,2	1,42	67	9,7	1,44	11,1
....	42,8	1,74	75	13,2	2,80	15,9
....	41,0	2,00	82	16,7	3,77	16,9
....	130,0	0,70	91	6,5	1,57	18,1
....	28,0	1,77	50	9	1,64	13,7
....	31	1,55	48	7,6	2,10	21,5

intensités I, employées pour animer les lampes à scence, sont en général beaucoup moindres que pour pes à arc.

ensité lumineuse sphérique L_s se trouvant comprise et 4 carcels, les lampes à incandescence se prêtent lement à la division de la lumière électrique; mais, tre, le rendement lumineux de ces lampes est relati- faible.

EURS D'ÉLECTRICITÉ ET WATTMÈTRES. — Plus généralement ait savoir déterminer d'une façon pratique et indus- a quantité d'énergie consommée par un système d'ap- mis à la disposition d'un particulier et dont les uns nent et les autres ne fonctionnent pas, suivant les be- n service. Ce problème, ainsi posé, n'a pas encore re- olution générale satisfaisante.

ns les distributions à courant continu, il arrive souvent différence de potentiel E mise à la disposition de l'a- n'est susceptible de varier que dans des limites assez . L'intégrale $\int EI\,dt$ est alors sensiblement propor- le à $\int I\,dt$ et le problème est résolu par l'emploi de *urs d'électricité* reposant sur les principes les plus

us simple de ces appareils est un voltamètre à sulfate (compteur Édison) placé en dérivation sur une bande

de maillechort comprise dans le circuit de l'abonné. Il suffit de peser les électrodes à des intervalles de temps déterminés.

Le compteur Aron comprend deux horloges : le balancier de l'une d'elles se termine par un aimant permanent, au-dessus d'une bobine traversée par le courant d'intensité I : l'action électromagnétique, proportionnelle à I, produit une avance ou un retard de l'horloge que celle-ci totalise sur son cadran et qu'on pourrait observer directement par la comparaison de cette horloge avec l'horloge normale. Une disposition différentielle réunissant les mouvements des deux horloges amplifie le retard et dispense de cette comparaison.

Dans le compteur Ferranti, on enregistre le nombre de tours d'un petit moteur à ailettes dont le mouvement est entretenu par la rotation électromagnétique d'une masse de mercure soumise à l'action du courant.

On peut encore totaliser par des dispositions mécaniques convenables l'indication d'un ampèremètre, etc.

2. Dans les distributions à courant continu, on peut aussi déterminer directement, à l'aide d'appareils nommés *wattmètres*, la valeur que possède à un moment donné le produit EI.

Le wattmètre Siemens est formé de deux bobines : l'une fixe, à fil long et fin analogue à celui d'un voltmètre, en dérivation aux extrémités du circuit où l'énergie se dépense, est traversée par un courant dont l'intensité est proportionnelle à E; l'autre mobile, à fil gros et court comme celui d'un ampèremètre, est insérée directement dans le circuit et traversée par le courant d'intensité I. Le couple électromagnétique développé entre les deux bobines, proportionnel à EI, est mesuré par la torsion nécessaire pour ramener la bobine mobile dans sa position d'équilibre.

Si l'on donne au wattmètre une faible sensibilité, de telle sorte que les déviations demeurent proportionnelles à EI, on peut joindre à l'appareil un dispositif totalisateur, et réaliser un compteur wattmètre analogue aux compteurs d'électricité ci-dessus décrits. Un tel appareil résout d'une manière complète le problème posé ci-dessus, mais seulement dans le cas des courants continus.

Quand on fait usage de courants alternatifs et que l'énergie

est dépensée entièrement sous forme de chaleur, on peut avoir recours à un calorimètre placé sur une résistance du circuit; mais ce procédé rigoureux ne se prête que bien difficilement à des mesures industrielles.

DISTRIBUTION DE L'ÉNERGIE ÉLECTRIQUE. — L'usage de plus en plus répandu de l'éclairage électrique public ou privé a donné une grande importance pratique au problème de la distribution de l'énergie électrique. Celle-ci est produite dans de grandes usines placées autant que possible à proximité des centres à desservir et distribuée par des systèmes de conducteurs dont la disposition est déterminée par des exigences multiples liées soit à l'économie, soit à la régularité du service.

En ce qui concerne la nature des conducteurs employés, ils doivent réunir à la meilleure conductibilité spécifique une solidité suffisante et un prix de revient relativement peu élevé. On emploie de préférence un bronze phosphoreux dont la résistance spécifique est de 1,73 microhms à 0° et dont la charge de rupture atteint 45^{kg} par millimètre carré. La section minimum à donner aux conducteurs est déterminée par une condition de sécurité, car ces conducteurs ne doivent pas s'échauffer de manière soit à compromettre leur solidité s'ils sont aériens, soit à détériorer leur enduit isolant s'ils sont souterrains. Pour les fils de cuivre posés à l'intérieur des habitations, on admet que l'élévation de température correspondant au régime normal ne doit pas dépasser une douzaine de degrés, et l'on calcule les diamètres par la formule empirique

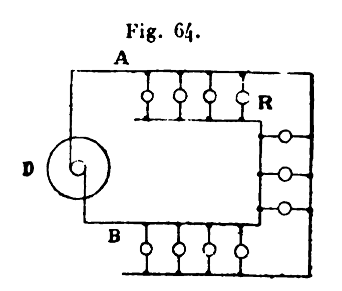
$$d = 0{,}374\,\mathrm{I}^{\frac{2}{3}},$$

dans laquelle d est évalué en millimètres et I en ampères.

Les circuits de distribution les plus simples comprennent toujours un fil d'aller et un fil de retour : ce dernier ne peut être supprimé (comme cela a lieu dans la télégraphie) sans danger pour les personnes, à cause des énormes différences de potentiel mises en jeu, ni sans trouble pour les appareils, à cause des irrégularités introduites par la polarisation des plaques de terre.

Les appareils à desservir peuvent être établis en série ou en dérivation sur les conducteurs principaux. Le premier système n'est guère employé : il offre l'inconvénient de rendre tous les appareils desservis solidaires, de telle sorte que le dérangement fortuit ou la destruction de l'un d'eux par un courant trop intense arrête immédiatement le fonctionnement de tous les autres. Le second système réalise l'indépendance des appareils desservis, mais, à dépense d'énergie égale, il exige des conducteurs beaucoup plus gros. Si tous les appareils mis en action sont similaires et ne tolèrent qu'une faible variation de la différence de potentiel à leurs bornes, comme les lampes à incandescence, par exemple (tolérance de 1 à 2 pour 100), on aura recours à la disposition dite en boucle représentée par la *fig.* 64. Imaginons que les deux conducteurs A et B ont des sections égales et soient V_1, V_2, ..., V_{n-1}, V_n les potentiels aux bornes du premier, $-V_1$, $-V_2$, ..., $-V_{n-1}$, $-V_n$ les potentiels aux bornes du second à partir de l'électromoteur D. Les valeurs absolues de ces potentiels sont en progression arithmétique et les différences de potentiel $V_1 + V_n$, $V_2 + V_{n-1}$, ..., aux deux bornes de chaque appareil, sont égales.

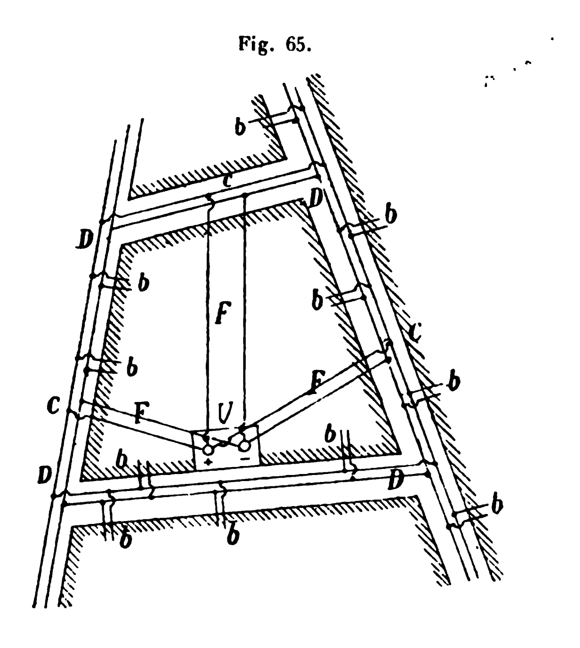
Fig. 64.



Quand les stations à desservir constituent un réseau compliqué, par exemple dans les rues d'une grande ville, les conducteurs de distribution, sur lesquels sont branchés en dérivation les appareils à desservir, forment des circuits entièrement fermés. De gros conducteurs FE partant de l'usine, et connus sous le nom de *feeders* (alimentateurs), viennent s'attacher par couples en des centres de distribution (*fig.* 65) que l'on choisit de manière à assurer le mieux possible la régularité des différences de potentiel, sans jamais outrepasser les limites de tolérance des appareils desservis. Parfois, pour établir ces réseaux dans les meilleures conditions possibles, on en fait d'avance un plan réduit sur des planchettes en bois où l'on insère des conducteurs de résistance proportionnelle à celle des conducteurs réels; substituant alors une pile aux électromo-

teurs, on étudie à l'aide d'un voltmètre sensible la distribution des différences de potentiel le long des fils et l'on modifie la

Fig. 65.



position des points d'attache des feeders jusqu'à ramener les variations de cette différence dans les limites tolérées.

GALVANOPLASTIE.

DORURE, ARGENTURE. — La propriété dont jouit le courant de décomposer un électrolyte en mettant le métal en liberté au pôle négatif a été utilisée surtout pour recouvrir les métaux communs d'une couche cohérente de métaux précieux ([1]). La densité du courant doit être aussi uniforme que possible,

([1]) La galvanoplastie est une découverte due à Jacobi. Il s'aperçut (1838) que les vases poreux de la pile de Daniell s'incrustaient de cuivre, et proposa immédiatement l'emploi de la pile pour recouvrir d'un dépôt métallique cohérent des objets rendus conducteurs par une couche de plombagine. C'est à Elkington et Ruolz que sont dues la dorure et l'argenture galvaniques (1844).

et, en général, assez faible. On peut employer comme source d'électricité soit une pile constante d'un nombre d'éléments proportionné à la résistance du circuit, soit une machine magnéto ou dynamo-électrique dont la résistance intérieure devra, dans ce cas, être très faible ; il conviendra, en outre, de munir les machines dynamo-électriques d'un brise-courant ou de mettre leurs électro-aimants en dérivation, comme cela a été indiqué ci-dessus. La nature et les conditions de température des bains employés dépendent de la nature du métal. Quant à la forme des électrodes, elle doit être empiriquement réglée pour obtenir une densité du courant aussi uniforme que possible, et, par suite, un dépôt ayant partout la même épaisseur. Par exemple, s'il s'agit d'argenter intérieurement un vase creux de forme compliquée, l'électrode positive, intérieure au vase, sera formée d'une carcasse de fils représentant d'une manière grossière la forme générale de la cavité.

Les bains d'or sont munis d'électrodes solubles en or massif. Voici l'une des compositions qui réussit le mieux. On fait dissoudre dans un litre d'eau distillée 100gr de prussiate jaune de potasse et 50gr de carbonate de potasse ; on fait ensuite bouillir cette liqueur avec 10gr de chlorure d'or pendant plusieurs heures ; il ne reste plus qu'à filtrer. La dorure réussit très bien vers 60° ou 70°.

Les bains d'argent s'emploient aussi avec une électrode soluble en argent. On fait dissoudre 100gr de cyanure de potassium dans un litre d'eau distillée, et l'on ajoute 10gr de cyanure d'argent sec.

La dorure ou l'argenture prennent très bien sur le cuivre, à la condition que l'objet à dorer ait été préalablement bien décapé.

Dans l'industrie, on fait souvent rougir le métal et on le plonge un instant dans un mélange d'acides ; puis on le lave à grande eau et on le sèche avant de le porter dans le bain métallique. Le dépôt d'or ou d'argent est mat ; on lui communique l'éclat et le poli spéculaire par l'opération du brunissage.

CUIVRAGE. — Le cuivre est le métal qui se dépose le plus aisément sous forme cohérente. Il suffit d'employer le sulfate

ou l'azotate de cuivre impurs du commerce et de maintenir à peu près constante la composition du bain, par une électrode soluble également en cuivre commercial. Le cuivre exige une moins grande quantité d'énergie pour se déposer que les métaux étrangers dont il est habituellement souillé et se dépose par conséquent seul à un état de pureté absolue.

M. Siemens a utilisé cette propriété pour l'affinage du cuivre. Il prend le cuivre-rosette pour électrode soluble dans un bain de sulfate de cuivre et il lance à travers la cuve le courant d'une machine dynamo-électrique de très faible résistance et à courant continu. Le cuivre pur se dépose sur l'électrode négative en plaque cohérente, mais possédant une structure cristalline. Il suffit d'une fusion pour communiquer au métal les qualités ordinaires qu'on lui connaît.

Quand on veut reproduire par la galvanoplastie une médaille ou tout autre objet en relief, on commence par en prendre une empreinte en alliage Darcet, en plâtre, en soufre mou ou en gutta-percha. On recouvre celle-ci, au pinceau, d'une couche très mince de plombagine en poudre ténue qui la rend conductrice; on l'emploie ensuite comme électrode négative dans l'électrolyse du sulfate de cuivre commercial. Le dépôt de cuivre se détache du moule sans la moindre difficulté, et il reproduit avec une finesse extrême et pour ainsi dire avec perfection les moindres détails du modèle.

DÉPOTS MÉTALLIQUES DIVERS. — Le fer, le nickel et le cobalt peuvent être obtenus avec plus ou moins de difficulté par l'électrolyse des sulfates doubles de ces métaux et d'ammoniaque, et à la condition d'employer une électrode soluble de même métal. On sait que les sels de fer ont une tendance extrême à se peroxyder. Or le fer est attaqué par les sels de peroxyde, et, par suite, les dépôts réussissent mal, même dans un sel de protoxyde pur, dès que l'électrolyse se produit depuis un temps un peu long; enfin, si l'on emploie un courant trop intense, les dépôts de fer, de cobalt et de nickel ont une grande tendance à se déchirer, par suite d'une contraction excessive que le métal éprouve alors en se déposant.

En outre, le nickel électrolytique obtenu avec des courants un peu trop intenses absorbe jusqu'à deux cents fois son vo-

lume d'hydrogène et ne peut, dans ces conditions, se déposer avec la cohérence nécessaire.

L'absorption de l'hydrogène est accompagnée d'un dégagement de chaleur considérable; par suite, la contraction subie par le dépôt croît en même temps qu'il devient plus aigre, ce qui rend les déchirures inévitables.

Le zinc se dépose aisément des solutions pures de sulfate ou de chlorure de zinc en un beau dépôt d'un blanc d'argent qui exerce une traction souvent considérable sur le moule sous-jacent. Il faut éviter avec soin la présence, dans la liqueur, de métaux plus oxydables, qui empêcheraient le zinc de se déposer.

On sait que les métaux alcalins ont été découverts par l'électrolyse et qu'on a encore recours à la même opération pour préparer des quantités notables de certains métaux alcalino-terreux. Enfin l'électrolyse de sels d'alumine fondus tend de plus en plus à se substituer aux procédés métallurgiques de H. Sainte-Claire Deville pour la production industrielle de l'aluminium. Le traitement électrolytique de divers minéraux tels que les sulfures de cuivre, par exemple, tend aussi à s'introduire dans les pratiques de la métallurgie.

Signalons encore l'application de l'électrolyse à l'analyse chimique quantitative. On sait que dans un mélange de sels de même acide et tant que l'intensité du courant demeure inférieure à une certaine limite, un seul des métaux, généralement celui dont la mise en liberté exige la moindre dépense d'énergie, se dépose à l'exclusion des autres. On peut ainsi, par un réglage convenable de la force électromotrice et de la résistance dans un circuit contenant la dissolution complexe à analyser, recueillir successivement et doser les divers métaux que cette dissolution contient. On commence déjà à exploiter électrolytiquement le plomb arsénieux ou argentifère pour en extraire, avec le moins de frais possible, le métal précieux associé au plomb.

Pour plus de détails, nous renverrons le lecteur aux Ouvrages spéciaux. Nous ajouterons d'ailleurs que les conditions théoriques d'où dépend la cohérence des dépôts métalliques ne sont encore que très imparfaitement connues.

CHAPITRE III.

TÉLÉGRAPHIE. — TÉLÉPHONIE. — PHOTOPHONIE.

Télégraphie électrique. — Ligne. — Télégraphe à cadran. — Disposition d'un poste. — Relais. — Télégraphe de Morse. — Télégraphe imprimeur. — Télégraphie multiple. — Télégraphie sous-marine.
Téléphonie. — Téléphone de Bell. — Ses applications. — Téléphones divers. — Microphone. — Téléphone Edison. — Électromotographe.
Photophonie. — Photophone. — Thermophone.

TÉLÉGRAPHIE ÉLECTRIQUE.

La Télégraphie électrique est devenue un art tout entier. Elle emploie des instruments nombreux, d'une rare perfection mécanique, qui se modifient et s'améliorent tous les jours. Dans l'impossibilité où nous sommes de faire connaître les détails de tous ces appareils, nous renverrons le lecteur aux Ouvrages spéciaux, tels que ceux de M. Blavier et de M. Culley, et nous nous contenterons de la description sommaire des principaux systèmes.

La transmission télégraphique exige : 1° un fil conducteur qui réunit les deux stations entre lesquelles on veut échanger les correspondances, et que l'on nomme *fil de ligne*, ou simplement *ligne;* 2° un instrument qui lance et interrompt un courant électrique dans des conditions déterminées et suivant une signification convenue à l'avance : c'est le *manipulateur;* 3° un autre appareil, le *récepteur*, qui reçoit à la seconde station les signaux envoyés de la première.

LIGNE. — Les lignes sont aériennes, souterraines ou sous-marines. Les premières, connues de tout le monde, sont constituées par des fils de fer galvanisés et parfois de bronze siliceux ou phosphoreux tendus et supportés contre des poteaux

de bois sous des auvents ou sur des champignons de porcelaine qui les isolent. Les secondes, employées pour le parcours des villes, sont enterrées dans des tranchées au milieu d'une masse de bitume que l'on coule autour des fils. Quant aux lignes sous-marines, dont le parcours est très étendu, on les forme de fils de cuivre très pur pour les rendre plus conductrices, et ces fils, isolés les uns des autres par de la gutta-percha dans laquelle ils sont noyés, et enveloppés de filin goudronné, sont extérieurement revêtus d'un câble de fer qui leur donne toute la force nécessaire pour résister aux tractions exercées soit au moment de la pose, soit par l'effet continu des courants marins.

A la station qui envoie la dépêche, la ligne est mise en communication avec le pôle positif d'une pile : le courant suit la ligne jusqu'au lieu d'arrivée, et s'il y avait une ligne de retour, il la parcourrait en sens inverse pour revenir au pôle négatif. Mais, dès 1837, Steinheil fit voir qu'on pouvait supprimer ce second fil, pourvu qu'on mît en communication avec la terre, par l'intermédiaire de puits profonds et remplis d'eau, d'une part l'extrémité de la ligne au point d'arrivée, d'autre part le pôle négatif de la pile au lieu de départ.

Dans ces conditions, essentiellement différentes de celles qui se présentent dans le problème de la distribution de l'énergie électrique, on peut négliger : 1° la résistance des communications avec la terre, toujours très faible par rapport aux résistances des lignes télégraphiques à long parcours; 2° les polarisations des plaques de terre, en général négligeables par rapport aux forces électromotrices employées en télégraphie; la ligne est traversée par un courant dont l'intensité $\frac{E}{R}$ est la même que si le circuit de la pile était entièrement isolé et formé par un fil de résistance R égale à celle du fil de ligne. Dans le cas d'un fil de retour, possédant aussi la résistance R, l'intensité du courant produit par la même pile serait $\frac{E}{2R}$, c'est-à-dire moitié moindre.

Le manipulateur et le récepteur diffèrent suivant le système télégraphique employé. Nous choisirons pour premier exemple le télégraphe dit *à cadran*, construit par Breguet et Digney.

qui est encore en usage dans quelques postes de chemin
› fer.

TÉLÉGRAPHE A CADRAN. — 1° *Manipulateur.* — Le manipula-
ur du télégraphe à cadran se compose d'une planche en bois
Pl. II, fig. 3) sur laquelle est un cadran fixe qui porte deux
rconférences concentriques, l'une intérieure sur laquelle on
›it d'abord une croix et ensuite les vingt-cinq lettres de l'al-
ıabet, l'autre extérieure où sont inscrits o, 1, 2, ..., 25; toutes
›ux sont, comme on le voit, divisées en vingt-six parties.

Une manivelle OF, mobile autour du centre et qui est
ercée d'une fenêtre à travers laquelle on voit les lettres et
s chiffres, peut être déplacée à la main; elle porte une gou-
ille f qui s'applique et s'arrête dans les encoches extérieures
, f'', f''', suivant qu'on veut désigner les lettres A, B, C, ...,
ı les chiffres 1, 2, 3, ..., qui alors sont vus à travers la fe-
ître.

A cette manivelle est fixée une plaque de cuivre $\beta\alpha\beta'\alpha'$ dont
ı voit une partie au-dessous du cadran; elle est sillonnée
une rainure $\beta\alpha\beta'\alpha'$, laquelle se rapproche du centre aux
›ints β, β', β'', ..., et s'en éloigne en α, α', α'', de façon qu'elle
ffre treize dépressions et treize dents obtuses.

On voit enfin une tige DD'D'', terminée en D par un ressort
exible, mobile autour de D' et portant en D'' une pointe en-
ıgée dans la rainure $\alpha\beta\alpha'\beta''$, ..., dont elle est assujettie à
ıivre les sinuosités. De là il résulte qu'en faisant faire à la
anivelle F un tour complet, on voit D'' s'éloigner treize fois
ı centre O, s'en rapprocher treize fois et déterminer des os-
llations de DD'', pendant lesquelles le ressort D s'appuie
eize fois sur un butoir C et treize fois sur un autre B.

Voici maintenant le jeu de l'appareil. A est en communica-
on avec le pôle + d'une pile; DD'$E_1E_2G_2$ sont des conduc-
›urs qui sont reliés avec la ligne marquée ligne 2. Lorsque
manivelle OF est placée, comme l'indique la figure, sur le
gne +, il y a une interruption entre B et D et le circuit est
ıvert; mais, quand on transporte cette manivelle OF vis-à-
s de la lettre A dans l'encoche f', le point D'' est sur la dent
, le ressort D butte sur B et le courant passe dans la ligne.
uand on met f en f'' vis-à-vis de la lettre C, D s'éloigne de B

et il y a une nouvelle interruption; et si l'on continue de faire mouvoir la manivelle OF, on voit que le courant passe quand elle est en regard des chiffres ou des lettres impairs et qu'il est interrompu quand elle s'arrête vis-à-vis des chiffres ou des lettres pairs. On voit de plus que, si en partant de la position initiale + on transporte rapidement OF jusqu'à une lettre de rang quelconque, le nombre total des communications et des interruptions est égal à ce rang. On laisse ensuite la manivelle en repos pendant quelque temps vis-à-vis de la lettre que l'on a atteinte, afin d'indiquer par ce repos que c'est cette lettre qu'on a voulu désigner.

2° *Récepteur.* — Le récepteur, qui est à l'autre extrémité de la ligne et en communication avec elle, a deux cadrans comme le manipulateur (*Pl. II, fig.* 4). Il est disposé de façon qu'une aiguille L*l* répète les mouvements que fait la manivelle OF, par conséquent de manière à franchir rapidement toutes les lettres intermédiaires et à s'arrêter sur celle que l'on veut indiquer. Nous allons montrer comment se fait cette transmission.

La *fig.* 5 (*Pl. II*) représente une coupe du récepteur. L*l* est l'aiguille dont l'axe LL', constamment sollicité par un mouvement d'horloge, tend à se déplacer dans le sens ABC.... Le courant traverse une bobine B mise en communication par A + avec la ligne et par C — avec la terre, et vis-à-vis de cet électro-aimant il y a un fer doux D porté par un levier mobile autour d'un point fixe; il est attiré ou ramené par un ressort *dd'*, suivant que le courant passe ou qu'il est interrompu. Il en résulte que ce levier répète exactement les mouvements que la tige DD'D'' prend dans le manipulateur.

A l'extrémité E du levier DE, on voit (*Pl. II, fig.* 6) une tige fixe EE' engagée entre deux bras *h* et *h'* qui sont portés par un axe mobile GG'. Cet axe porte également vers son milieu deux lames K et K' qui sont dans les mêmes plans diamétraux que *h* et *h'*, et entre lesquelles se trouvent la roue d'échappement *ff'f''*, laquelle a treize dents. Quand les appareils sont dans leur situation initiale, la dent *f'* est arrêtée par K. Si ensuite on place le manipulateur sur la lettre A, le courant passe, le contact DD est attiré, la tige EE' presse sur *h*

et le butoir K dégage la dent *f*. Alors la roue d'échappement se meut jusqu'à ce que la dent précédente *f* vienne rencontrer la palette K', qui s'avance pour la recevoir. Ainsi la roue marche d'une demi-dent, l'aiguille L*l* de $\frac{1}{26}$ de tour et elle se place sur la lettre A.

Si nous mettons maintenant la manivelle du manipulateur vis-à-vis de la lettre B, le courant cessera de passer, le contact DD du récepteur s'éloignera de l'électro-aimant et la tige EE' pressera *h'*; alors K' abandonnera la dent *f* et *f''* viendra s'arrêter sur K; l'aiguille L*l* tournera de nouveau de $\frac{1}{26}$ de tour et se placera vis-à-vis de la lettre B. On voit qu'elle s'arrêtera comme elle sur chaque lettre qu'on voudra désigner et qu'elle indiquera successivement toutes celles qui composent un mot. On est convenu de séparer tous les mots les uns des autres, en revenant après chacun d'eux au point de départ +.

DISPOSITION D'UN POSTE. — Il nous reste à dire comment les communications électriques sont établies dans les divers postes d'une ligne télégraphique. La ligne 1 vient d'un poste antérieur, la ligne 2 aboutit à celui qui suit; elles sont mises en communication avec les centres G_1 et G_2 de deux leviers, mobiles par deux poignées *g'* (*Pl. II*, *fig.* 3 et 7) et dont les seconds bras *g*, qui sont métalliques, peuvent se placer sur des plaques conductrices E, *s* et *r*. Mis sur E_1 et E_2, ils font communiquer les deux lignes par le conducteur ponctué E_1E_2; placés sur *r*, ils aboutissent au récepteur de la station; enfin, quand ils sont dirigés sur *s*, ils mettent chacune des lignes en rapport avec deux sonneries s_1, s_2. Nous ne décrirons pas ces sonneries, parce que tout le monde en comprendra le jeu sans en connaître les détails. Ce sont des timbres en face desquels sont des marteaux qui se mettent en mouvement au moment où un courant traverse l'appareil et fait tomber un arrêt par le jeu d'un électro-aimant.

Il faut d'abord que le préposé d'une station puisse être prévenu quand on veut lui parler de l'une ou de l'autre des stations entre lesquelles il se trouve; alors il place les deux leviers en *s* et met ainsi l'une des extrémités de chaque sonnerie en communication avec les deux lignes, pendant que l'autre

s' est en relation avec la terre par les conducteurs ponctués qui aboutissent en H. Quand un signal arrive, l'une ou l'autre des sonneries S_1 et S_2 se met en activité et le préposé est prévenu. Si le signal vient de la ligne 1, il met G_1g en communication avec E_1 et il répond qu'il attend le message; puis il transporte G_1g sur r, ce qui met la ligne en rapport avec le récepteur, et il reçoit la dépêche qui lui arrive. Si c'est lui-même qui veut parler au poste antérieur, il commence par mettre G_1g en contact avec E_1, puis il fait un tour entier avec la manivelle OF, ce qui lance plusieurs fois un courant dans la ligne 1, et prévient le préposé de la station à laquelle il veut écrire. Ensuite il attend avec son récepteur ouvert qu'on lui annonce que sa dépêche est attendue; enfin, plaçant de nouveau G_1g sur E_1, il fait fonctionner son manipulateur.

Dans le cas de lignes peu importantes, on dispose souvent les stations d'une manière plus simple. Le fil de ligne s'enroule sur l'électro-aimant du récepteur et continue ensuite son trajet jusqu'à la station suivante, disposée de la même manière. Dans ce cas, le même courant traverse toutes les stations et la dépêche est transmise partout à la fois.

Pour protéger le poste en temps d'orage, on emploie divers appareils connus sous le nom de *paratonnerres*. L'un des plus connus est disposé de la manière suivante : la ligne est réunie à l'appareil manipulateur par un fil f très fin. Les courants télégraphiques ordinaires sont si faibles qu'ils n'échauffent pas sensiblement le fil; mais si la ligne est traversée par des courants puissants, induits par l'électricité atmosphérique, le fil rougit, il fond si les courants ont une intensité suffisante, et alors l'appareil récepteur se trouve isolé du fil de ligne. Entre le fil f et la ligne se trouve une plaque P dentée, placée à une distance extrêmement faible d'une autre plaque dentée P' dont la communication avec le sol est assurée par les mêmes moyens que l'on emploie pour les paratonnerres proprement dits. Les courants de la ligne s'écoulent alors dans le sol sous forme d'étincelles qui jaillissent entre les deux peignes. Au reste, il est prudent de mettre toujours la ligne en communication avec le conducteur du paratonnerre lorsque le temps est à l'orage. Il suffit pour cela de tourner un levier dont l'une des extrémités est

en communication permanente avec le fil de ligne, et dont l'autre extrémité peut s'appuyer soit sur la plaque P ou sur la plaque P'.

RELAIS. — La puissance de la pile S, qui est installée à un poste télégraphique M, doit être en rapport avec la résistance et, par suite, avec la longueur de la ligne qui aboutit au poste récepteur M'. Dans le cas où l'on veut établir directement en M une communication lointaine, on peut profiter d'une pile S' placée dans une station intermédiaire N, à la faveur d'un appareil très simple connu sous le nom de *relais*. Il consiste essentiellement en un électro-aimant B en communication avec la première section du fil de ligne, celle qui réunit M à N. L'extrémité du fil de cet électro-aimant communique avec le sol en C.

Le contact DD' de l'électro-aimant B (*Pl. II*, *fig.* 8) est disposé de manière qu'il établit ou supprime la communication du pôle positif de la pile locale S' avec la deuxième section de la ligne, celle qui va de N en M'. A cet effet, quand le contact est attiré, il vient buter contre une vis E en communication avec le pôle positif de la pile S'. Le courant de celle-ci suit le levier DD' et un conducteur *gg'* qui l'amène au fil de ligne MN'. Ainsi, quand le courant de la pile S est lancé par le manipulateur A, le levier DD' est attiré par B et le courant S' se trouve lancé vers M'. Quand on interrompt le courant en A, le levier L est retiré en arrière par un ressort antagoniste *d*, et la pile P se trouve en même temps isolée du fil de ligne NM'. Tout se passe donc comme si le poste manipulateur se trouvait transporté de M en N, et la pile S remplacée par S'. Rien n'empêche d'ailleurs d'établir entre M et M' plusieurs relais N, N'. On en a disposé jusqu'à cinq sans nuire au bon fonctionnement du récepteur où s'inscrit la dépêche.

Les dispositions accessoires que nous venons de décrire sont parfaitement indépendantes de la nature des appareils télégraphiques aux deux postes manipulateur et récepteur, et s'appliquent par conséquent au cas où l'on fait usage du télégraphe de Morse ou des autres systèmes modernes que nous allons passer en revue.

Télégraphe de Morse. — Le manipulateur est représenté *fig.* 9 (*Pl. II*,). C'est un simple levier conducteur BCB' mobile en C, toujours pressé par un ressort sur le bouton D, et qu'on peut mettre en contact avec A en appuyant sur la poignée B. La ligne communique avec C, le récepteur avec D, et la pile du poste avec A. Il est évident que, pendant le repos de l'appareil, les courants qui arrivent en C sont transmis par D au récepteur. Quand, au contraire, on veut envoyer des signaux dans la ligne, on abaisse le levier sur A : alors le courant de la pile part de A, entre par C dans cette ligne et circule pendant tout le temps que le levier est abaissé. Il y a deux sortes de signaux, qu'on produit en pressant sur la poignée soit pendant un temps très court ou pendant un temps un peu plus long. Cela suffit, comme on va le voir, pour tous les besoins.

Le récepteur (*Pl. II*, *fig.* 10) se compose d'un électro-aimant H en face duquel est un levier de fer II'*i* qui est attiré quand le courant passe, et qui se relève par l'effet d'un ressort à chaque interruption. A l'extrémité *i* est un style qui suit tous les mouvements et qui s'enfonce quand le courant passe dans une rainure peu profonde tracée sur le contour d'un cylindre K.

Ce cylindre K reçoit un mouvement continu et lent par l'effet d'engrenages et d'un poids P, et un ruban de papier emmagasiné sur un rouleau J, qui passe entre les trois cylindres *k*, K, *k'* et qui est toujours exactement appliqué sur K, se déroule lentement pendant que l'appareil fonctionne.

Or le style *i* se relève quand un courant passe dans H; alors il presse sur le papier qu'il enfonce dans la rainure, et il y produit un trait gaufré long ou court quand le passage du courant a duré beaucoup ou peu.

Mais, pour que ces impressions soient nettes, il faut que la pression du style soit énergique et, par suite, que l'aimantation de H soit forte. Cela ne peut s'obtenir directement avec le courant de la ligne, qui est faible, et il faut user d'un artifice qu'il nous reste à décrire.

On employait d'abord un relais qui faisait mouvoir le levier du récepteur à l'aide d'une pile locale puissante; mais on a réussi à supprimer le relais, et en même temps à obtenir des impressions d'une lecture plus facile, en remplaçant le style

par une molette M dont le contour est toujours chargé d'encre grasse par un tambour T, et contre laquelle il suffit que le papier soit légèrement appuyé par le mouvement de la palette de l'électro-aimant.

Les signaux du télégraphe de Morse se composent de points et de traits. Une émission de courant très courte ne produit qu'un contact instantané entre le papier et la molette, par suite qu'une tache d'encre très courte : c'est un point. Une émission plus longue prolonge le contact du papier mobile sur la molette, et, au lieu d'un point, c'est un trait qui s'imprime. Les diverses émissions de courant nécessaires pour représenter une lettre sont très rapprochées. On espace davantage l'intervalle qui sépare une lettre d'une autre, et davantage encore celui qui sépare deux mots consécutifs. Nous reproduisons ici l'alphabet du télégraphe de Morse.

Lettres.	Signes.	Lettres.	Signes.
a	· —	n	— ·
ä	· — · —	ñ	— — · — —
b	— · · ·	o	— — —
c	— · — ·	ö	— — — ·
ch	— — — —	p	· — — ·
d	— · ·	q	— — · —
e	·	r	· — ·
é	· · — · ·	s	· ·
	· · — ·	t	—
g	— — ·	u	· · —
h	· · · ·	ü	· · — —
	· ·	v	· · · —
	· — — —	w	· — —
k	— · —	x	— · · —
l	· — · ·	y	— · — —
m	— —	z	— — · ·

Chiffres.	Signes.	Chiffres.	Signes.
1	· — — — —	6	— · · · ·
2	· · — — —	7	— — · · ·
3	· · · — —	8	— — — · ·
4	· · · · —	9	— — — — ·
5	· · · · ·	0	— — — — —

TÉLÉGRAPHE IMPRIMEUR. — Le télégraphe imprimeur, imaginé par M. Hughes, se fonde sur l'emploi de deux mouvements de rotation synchrones, produits au poste manipulateur et au poste récepteur. Deux roues portant les diverses lettres ou *types* de l'alphabet, en relief sur leur circonférence, sont mues par des mouvements d'horlogerie, parfaitement réglés, de manière que la même lettre passe toujours simultanément par la verticale correspondant à l'axe de rotation des deux roues des types. La manipulation consiste à arrêter les deux roues quand la lettre que l'on veut transmettre passe à la verticale. La réception consiste dans l'impression automatique de cette lettre sur une bande de papier déroulée par un mouvement d'horlogerie ; elle s'effectue à la fois aux deux postes, ce qui permet de contrôler l'exactitude de la transmission.

Le manipulateur consiste essentiellement en un clavier sur les touches duquel sont gravés les types. Chaque touche, en s'abaissant, soulève une tige métallique en communication avec la pile. Ces tiges sont rangées en cercle autour d'un axe vertical O, qui tourne d'un mouvement uniforme identique à celui de la roue des types et qui communique avec la ligne. Quand on abaisse la touche P, par exemple, un bras conducteur B, porté par l'axe O, frôle au passage contre l'extrémité de la tige P soulevée, et le courant passe dans la ligne pendant une durée égale à celle du contact. Deux électro-aimants, animés par le courant à chacun des postes, déclenchent brusquement un ressort qui appuie la bande de papier réceptrice sur la roue des types ; la lettre P, qui se trouve sur la verticale aux deux postes, se trouve ainsi imprimée. Un employé exercé peut imprimer au moins cinq lettres par seconde.

TÉLÉGRAPHIE MULTIPLE. — Quelque rapide que soit cette manipulation, elle ne permet pas d'épuiser le *pouvoir de transmission* d'un fil télégraphique. Une émission du courant durant $\frac{1}{100}$ de seconde suffit pour transmettre un signal distinct sur une ligne terrestre de longueur moyenne, et il est évident que l'employé exercé dont nous parlions tout à l'heure n'a besoin d'avoir le fil à sa disposition que cinq fois par

seconde, pendant $\frac{1}{100}$ de seconde à chaque fois. Dans l'intervalle, dix-neuf autres employés pourraient manipuler sur le même fil, mis à leur disposition pendant une durée égale, et vingt dépêches seraient transmises à la fois. La seule difficulté consiste à empêcher la confusion des signaux appartenant à des dépêches différentes; on y parvient grâce à deux *distributeurs* ([1]) tournant synchroniquement au poste manipulateur et au poste récepteur. Ce sont, en principe, des roues dont l'axe est en communication permanente avec le fil de ligne et qui portent un bras frôlant à chaque rotation sur un nombre de tiges égal à celui des appareils distincts, manipulateurs ou récepteurs. Supposons qu'il y en ait cinq et que le distributeur fasse cinq tours par seconde. Pendant le premier cinquième de seconde, les cinq appareils manipulateurs ont tous communiqué avec la ligne par l'intermédiaire du distributeur et de la tige correspondante, et chaque employé a pu imprimer une lettre; il suffit, pour cela, qu'il appuie régulièrement pendant un cinquième de seconde sur chaque touche dont il veut faire usage. Grâce au synchronisme des distributeurs, ce sera toujours le même appareil récepteur qui imprimera les caractères appartenant à une même dépêche.

Pour envoyer en sens contraire deux dépêches simultanées, on peut avoir recours à un principe tout différent et se fonder sur les propriétés des circuits dérivés : c'est ce qu'on appelle la télégraphie *duplex*.

Le manipulateur M (*fig.* 66) est en communication d'une part avec la pile P, d'autre part avec un circuit bifurqué OBA. Le fil OA retourne à la terre en S, le fil OB communique à la ligne, enfin le récepteur R est à cheval sur OA et OB par le fil BA. Si les résistances des fils OA, OB, AS et celles de la ligne ont été choisies telles que le potentiel provenant de la pile P ait la même valeur en A et B, le récepteur R ne sera traversé par aucun courant ayant son origine dans le travail du manipulateur M. Au contraire, ce récepteur parlera sous l'influence des courants venant de la ligne, c'est-

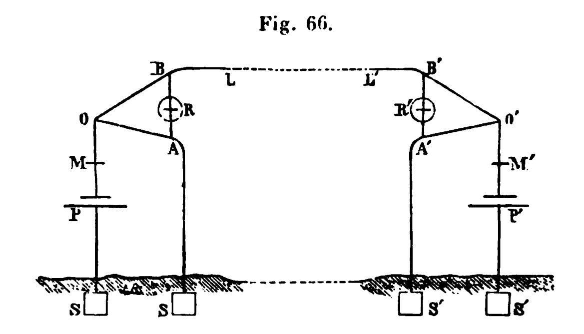
---

([1]) Télégraphe Baudot.

à-dire des courants envoyés par le manipulateur M' du poste opposé.

Il peut arriver que deux émissions de sens contraires coïncident en intensité et en durée, de manière que la ligne L ne reçoive aucun courant; les signaux seront cependant inscrits

Fig. 66.



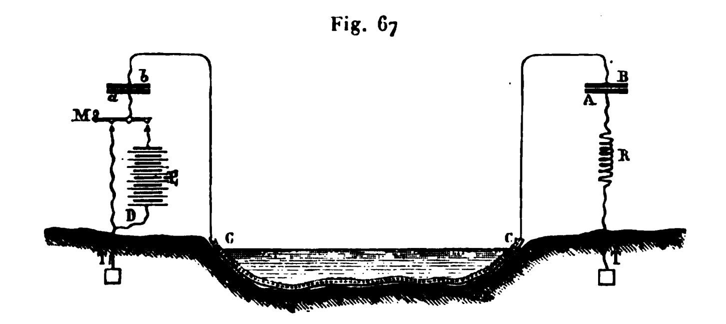
par le récepteur auquel ils sont destinés; mais c'est alors de l'électricité empruntée à la pile P qui, grâce à la rupture d'équilibre produite par le manipulateur M', traverse le récepteur R et réciproquement.

TÉLÉGRAPHIE SOUS-MARINE. — L'un des progrès les plus importants qu'ait réalisés la Télégraphie consiste dans l'emploi des procédés élégants, à l'aide desquels MM. W. Thomson et Varley ont rendu pratique la Télégraphie sous-marine. On munissait primitivement les câbles de très fortes piles, et l'on n'obtenait ainsi que des signaux confus et souvent indéchiffrables. Il est aisé de s'en rendre compte en remarquant qu'un câble télégraphique est un condensateur à très large surface, dont le fil conducteur forme l'armature interne et l'eau de mer l'armature externe, et qu'à chaque émission l'électricité fournie par la pile doit d'abord charger le câble avant de se perdre dans le sol à travers les spires de l'électro-aimant récepteur. Il en résulte que, quand on établit le courant au poste expéditeur, le courant reçu à la station opposée est d'abord excessivement faible et n'atteint qu'au bout d'un temps très long (huit secondes pour le câble transatlantique) l'intensité suffisante pour provoquer l'impression d'un trait

sur la bande de l'appareil Morse. De même, quand on supprime le courant, le câble se décharge à travers le récepteur en prolongeant l'impression, et ce n'est qu'au bout d'un temps très long qu'il est revenu à l'état neutre. On ne peut donc envoyer qu'un très petit nombre de signaux par minute, et l'on ne gagnerait rien à augmenter la force électromotrice de la pile, parce qu'en augmentant la puissance du courant on augmente dans le même rapport la charge du câble et ses effets perturbateurs.

Pour diminuer autant que possible ces inconvénients, M. Varley interrompt le câble CC (*fig.* 67) à ses deux extré-

Fig. 67



mités et le réunit aux armatures extérieures *b*, B de deux grands condensateurs dont la capacité est comparable à celle du câble tout entier. La clef M du poste manipulateur, quand elle est au repos, fait communiquer avec le sol l'armature intérieure *a* du condensateur; mais, si l'on fait basculer cette clef, la communication avec le sol se trouve rompue et remplacée par la communication avec le pôle positif de la pile P. Le plateau *a* du condensateur reçoit de l'électricité positive et appelle par influence de l'électricité négative dans le plateau *b*; le plateau B de la station opposée reçoit donc une quantité égale d'électricité positive et, par une nouvelle influence, appelle de l'électricité positive sur A à travers le récepteur R. Celui-ci est traversé par un courant ascendant.

Supposons maintenant que la clef M soit ramenée au repos. Le plateau *a* se décharge dans le sol, le plateau B sur le plateau *b* à travers le câble, le plateau A à travers le récepteur R,

qui est alors traversé par un courant descendant. Chaque mouvement de va-et-vient de la clef M produit donc deux courants de sens inverse à travers le récepteur R. L'ensemble de ces deux courants constitue un signal.

On démontre théoriquement qu'entre certaines limites les effets sont d'autant plus nets que l'émission du courant en M a été plus courte et produite par une pile plus faible. Mais, pour utiliser les signaux obtenus dans ces conditions, il faut avoir recours à des récepteurs extrêmement délicats. On employa d'abord le galvanomètre de Sir W. Thomson, auquel on substitue d'ordinaire aujourd'hui, pour cet usage spécial, un appareil écrivant, connu sous le nom de *siphon enregistreur* (siphon recorder).

Quand on emploie le galvanomètre de Sir W. Thomson comme récepteur à l'extrémité d'un câble sous-marin, chaque émission de courant ou onde électrique produite par une oscillation complète de la clef M du manipulateur chasse l'aiguille du galvanomètre, par exemple vers la gauche; elle revient ensuite à sa position d'équilibre. En compliquant un peu la clef, on peut s'arranger pour mettre à volonté le condensateur *a* en communication avec le pôle positif ou le pôle négatif de la pile; et alors l'aiguille du galvanomètre sera chassée soit à gauche, soit à droite; on aura deux sortes de signaux comparables aux traits et aux points de l'appareil de Morse, et l'on pourra les combiner de façon à constituer un alphabet conventionnel.

Le siphon enregistreur de Sir W. Thomson [1] est un petit siphon *s* capillaire (*fig.* 68) plongeant dans l'encre par une de ses extrémités, tandis que l'autre extrémité se termine au voisinage d'une bande de papier déroulée par un mouvement d'horlogerie. Une petite machine électrique, non représentée sur la figure, électrise l'encre, laquelle s'écoule aussitôt par la pointe et laisse sur le papier une trace rectiligne tant que le siphon demeure immobile. Mais quand le siphon oscille autour d'un axe horizontal ll', la trace devient sinueuse et ses

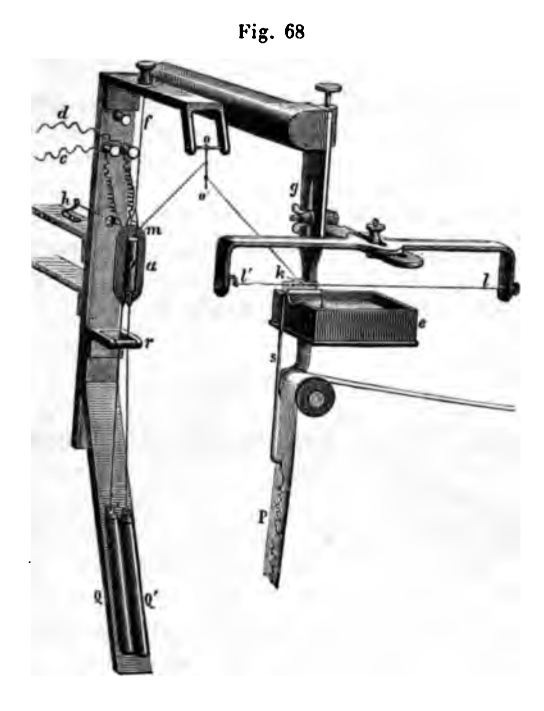
---

[1] Inventé en 1867. Perfectionné en 1873. *Voir* une description détaillée de cet instrument donnée par M. Macé de Lépinay dans le *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 193.

inflexions vers la droite ou vers la gauche peuvent être prises pour éléments d'un alphabet conventionnel. Il reste à savoir comment devra être disposé le récepteur télégraphique pour produire le mouvement du siphon.

Concevons une bobine *a* de fils conducteurs, enroulée autour d'un noyau *b* de fer doux et supportée par un paquet *f*

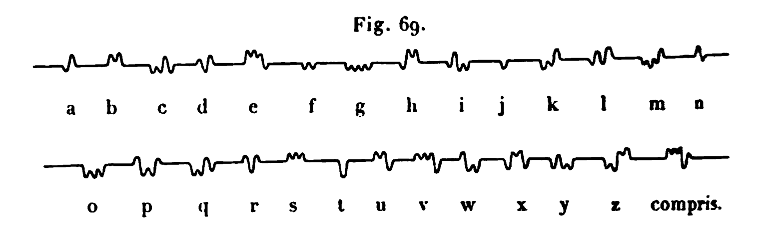
Fig. 68



de fils de cocon. Deux poids Q, Q', mobiles sur un plan incliné, sont suspendus à cette bobine par l'intermédiaire de fils qui s'appuient sur un étrier *r* et servent à orienter la bobine dans une position déterminée ; la bobine ne peut en effet tourner sur elle-même sans relever les poids d'une petite quantité. Un électro-aimant puissant, non représenté sur la figure, entoure la bobine et est animé par une pile locale ; la position d'équilibre de la bobine dépend du sens du courant qui la parcourt, et, suivant que ce courant sera direct ou inverse, la bobine tournera d'un très petit angle soit à droite,

soit à gauche de sa position d'équilibre. Ce mouvement est transmis de la bobine au siphon et amplifié par le système de fils *moo'k*; à chaque onde électrique envoyée dans le câble, le siphon exécute donc une excursion soit à droite, soit à

Fig. 69.



gauche, et la dépêche se trouve tracée en caractères conventionnels. On prend généralement l'alphabet Morse, dans lequel on remplace les points par des excursions à gauche, les traits par des excursions à droite (*fig.* 69).

TÉLÉPHONIE.

TÉLÉPHONE DE BELL. — SES APPLICATIONS. — Les systèmes télégraphiques que nous avons décrits fonctionnent au moyen d'un courant de pile et ne transmettent que des signaux conventionnels. Le téléphone n'exige pas l'emploi d'une force électromotrice extérieure et transmet la parole elle-même avec ses caractères individuels et son timbre particulier. La simplicité de l'appareil est surprenante et sa symétrie absolue: le manipulateur et le récepteur sont identiques.

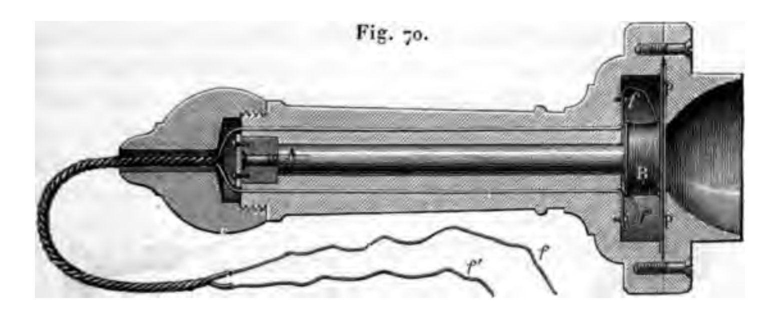
L'organe sensible du téléphone de Bell ([1]) est une plaque

([1]) En 1837, Page avait découvert que l'aimantation et la désaimantation rapide des barres de fer doux sont accompagnées de la production d'un son dont la hauteur dépend de la période des courants. Cette expérience fut mise à profit par Reis en 1860, pour transmettre à distance une mélodie. L'appareil manipulateur était formé essentiellement d'une membrane analogue à celle du phonautographe de Scott (*voir* t. III, 1er fasc.), et dont la fonction était d'interrompre et de rétablir par ses vibrations le courant lancé dans le fil de ligne. Le récepteur consistait essentiellement en une aiguille à tricoter entourée d'une longue bobine traversée par les courants de la ligne et supportée par une sorte de boîte de résonance. Ce téléphone musical a été perfectionné à diverses reprises, en particulier par M. Elisha

de fer assez mince pour pouvoir être considérée comme une véritable membrane métallique. Cette plaque P (*fig.* 67) est libre par son centre et simplement appuyée par ses bords. Elle est placée à très faible distance de l'extrémité B d'un barreau aimanté dirigé normalement à la plaque et entouré, vers son extrémité antérieure, d'une bobine de fil fin dont les deux extrémités communiquent aux fils conducteurs *f*, *f'*. Pour les communications à très courte distance, ces fils sont tressés en un câble unique qui unit le téléphone manipulateur au téléphone récepteur; pour de plus grandes distances les fils sont indépendants; parfois aussi l'on met un des fils au sol, l'autre constitue le fil de ligne.

Quand on parle dans l'embouchure du téléphone manipulateur, les vibrations sonores sont transmises à la plaque *p* (*fig.* 70). Celle-ci exécute des *vibrations forcées*, dont la pé-

Fig. 70.



riode, sans relation avec celle des vibrations transversales de la membrane abandonnée à elle-même, coïncide avec la période de la vibration excitatrice ([1]). La plaque *p* s'éloigne et se rap-

---

Gray; mais les résultats qu'on en obtint sont bien inférieurs à ceux que fournit le téléphone ordinaire.

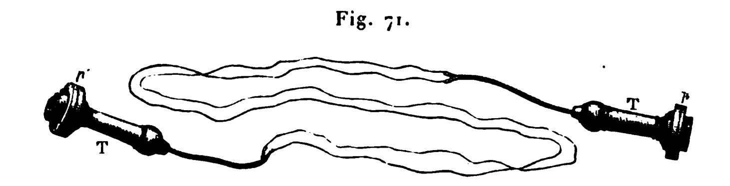
Nous signalerons encore, comme antérieur au téléphone de Bell, le condensateur chantant imaginé par M. Varley. Il consiste essentiellement en un condensateur, formé de feuilles de papier et d'étain superposées, dont les deux armatures sont en relation avec une bobine induite. Une sorte de téléphone d'Edison, dans lequel on chante, produit les interruptions du circuit primaire. Les étincelles d'induction chargeant le condensateur donnent le son perçu.

([1]) Mercadier, *Études sur la théorie du téléphone* (*Journal de Physique*, 2e série, t. V, p. 141). — *Monotéléphone* (*Ibid*, t. VI, p. 464); 1886-87.

proche ainsi alternativement du pôle de l'aimant; son aimantation par influence augmente quand elle se rapproche, diminue quand elle s'éloigne, et cet effet s'ajoute à celui qui résulterait du déplacement de la membrane, si son aimantation demeurait constante, pour produire un courant induit dans la bobine. Ce courant change de sens à chaque vibration simple de la membrane; par suite, le fil de ligne est traversé par autant de courants induits directs et inverses que la membrane exécute de vibrations doubles. Chacun de ces courants augmente ou diminue le magnétisme de l'aimant du poste récepteur et l'attraction exercée sur la membrane p' correspondante (*fig.* 71). Cette membrane est donc alternativement plus attirée et moins attirée que quand le téléphone est au repos; elle vibre donc et exécute le même nombre de vibrations doubles que la membrane p, c'est-à-dire le même nombre de vibrations qui constituaient le son émis.

On comprend donc que le téléphone doit reproduire la tonalité exacte des sons, et, comme toutes les circonstances de chaque vibration individuelle de la membrane p se traduisent

Fig. 71.



par des variations correspondantes de l'intensité du courant induit, ces circonstances se reproduiront, en vertu de la symétrie, sur la membrane p', par l'interversion de la cause et de l'effet physiques. Le résultat sera donc la reproduction de la parole avec ses articulations et son timbre, à peine altéré par la tonalité propre correspondant aux vibrations libres de la membrane.

L'application du téléphone à la télégraphie pratique, très répandue dans l'enceinte d'une même ville, commence à être appliquée à des distances considérables; mais la délicatesse extrême de l'appareil le rend particulièrement sensible à l'induction des fils voisins et à l'action perturbatrice des courants

rrestres; on élimine cette dernière en constituant une ligne léphonique d'un fil d'aller et d'un fil de retour, et on dimie beaucoup la première en rendant ces deux fils le plus voins possible. Si l'on néglige ces précautions, il en résulte des brations parasites qui, se superposant aux vibrations propres la voix, la dénaturent et finissent par la masquer complèment.

Le téléphone tend à devenir un instrument de recherches s plus précieux entre les mains des physiciens; il est émimment propre à signaler les courants électriques alternatifs ii, par leur succession rapide, échappent à l'enregistrement lvanométrique: nous en avons vu précédemment d'assez nomeux exemples. Rappelons seulement qu'on emploie couramment le téléphone à la mesure de la résistance des liquides, r la méthode du pont de Wheatstone, et avec des courants ternatifs; le téléphone remplace le galvanomètre dans le nt : on règle les résistances de manière à le réduire au since (1).

Nous citerons encore une application très ingénieuse du téphone, qui est due à M. Hughes (2).

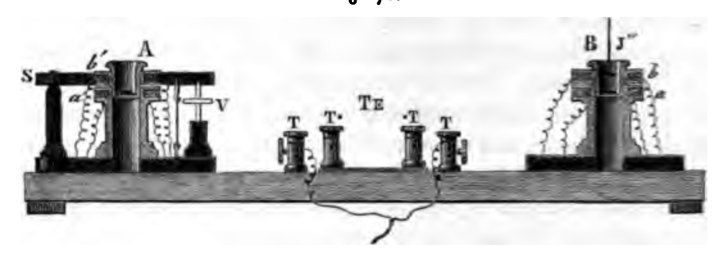
Le courant de 3 éléments Daniell, interrompu par une roue horlogerie, anime deux bobines inductrices a et a' (*fig.* 72) roulées en sens contraires. Deux bobines induites b, b', enulées toutes deux dans le même sens, sont reliées à un téphone unique, dont on voit les fils en TE. Si les deux coues de bobines sont parfaitement identiques, les deux courants duits produits dans les bobines b, b' sont de sens contraires se détruisent exactement; mais si un des courants induits mporte, même d'une quantité très faible, le téléphone parle. introduction d'une pièce de monnaie dans une seule des bonnes, en A, provoque un bruit très fort; l'introduction de deux

(1) WIETLISBACH, *Ueber die Anwendung des Telephons zur electrischen d galvanischen Messungen*, Zürich, 1879, et *Journal de Physique*, 1re sé-, t. X, p. 96; NIEMOLLER, *Ueber die Anwendung des Telephons zu Wirstandsmessungen* (*Wied. Ann.*, t. VIII, p. 656, et *Journal de Physique*, série, t. IX, p. 100). D'après M. Wietlisbach, la sensibilité du téléphone comparable à celle d'un excellent galvanomètre astatique à réflexion.

(2) HUGHES, *Philosophical Magazine*, 5e série, t. VIII, p. 50; *Journal Physique*, 1re série, t. IX, p. 376.

pièces de monnaie inégales dans les deux bobines, en A et B, produira un bruit plus faible, qui s'éteindra tout à fait si les deux pièces sont complètement identiques par leur poids, leur titre et leur température. Ce curieux appareil a été désigné par son inventeur sous le nom de *balance d'induction*.

Fig. 72.



On a quelque peine à se faire une idée nette de l'extrême petitesse de l'énergie dépensée par un courant téléphonique. M. Pellat [1] a fait parler un téléphone à l'aide d'un condensateur. Celui-ci recevait sa charge d'une pile de force électromotrice connue : un trembleur convenablement réglé lançait dans le téléphone la charge et la décharge du condensateur; on diminuait progressivement la force électromotrice de la pile, et par conséquent la quantité de la charge, jusqu'à ce que le bruit téléphonique cessât d'être perceptible. On conçoit comment on peut ainsi arriver à l'évaluation de l'énergie minimum nécessaire pour faire parler le téléphone; elle est si minime que l'énergie correspondant à la transformation complète d'une petite calorie, convenablement lancée dans un bon téléphone, permettrait d'obtenir un son continu nettement perceptible pendant environ dix mille ans.

TÉLÉPHONES DIVERS. — Le téléphone que nous avons décrit est le téléphone primitif de Graham Bell. Il a été modifié et amélioré par divers inventeurs, notamment par MM. Gower et Ader.

Dans le téléphone de Gower, l'aimant droit est remplacé par

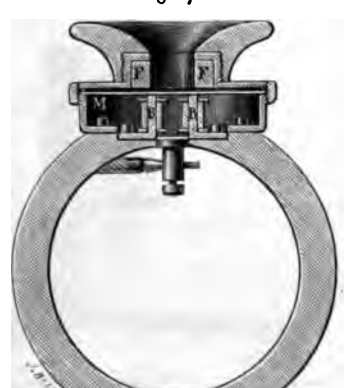
---

[1] PELLAT, *Décharge d'un condensateur et énergie des courants téléphoniques* (*Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 358).

un aimant recourbé dont les deux pôles portent chacun une bobine en regard de la membrane de fer doux.

Dans l'appareil de M. Ader, à l'aimant courbe AB (*fig.* 73) est ajouté un anneau de fer doux F placé au-dessus de la mem-

Fig. 73.



brane, et dont l'effet est de modifier le spectre magnétique, de manière à donner aux lignes de force du champ une direction sensiblement normale à la membrane vibrante.

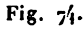
Aux divers téléphones on a joint des avertisseurs fonctionnant avec ou sans pile; enfin on a installé des systèmes de lignes téléphoniques reliées à un poste central, qui, grâce à un commutateur à chevilles très simple, fournit à l'abonné A, sur sa demande, la communication avec l'abonné M; la transmission peut donc s'établir directement entre deux abonnés quelconques appartenant à un même réseau.

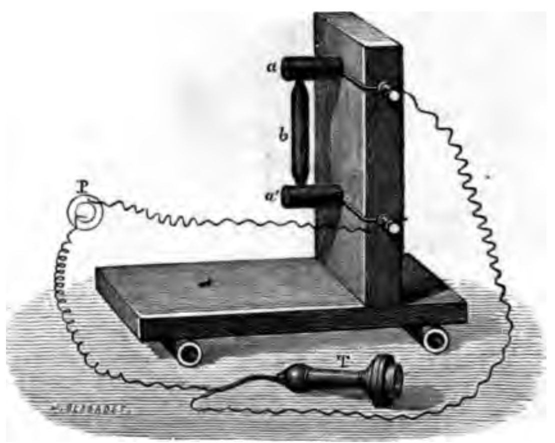
MICROPHONE. — TÉLÉPHONE EDISON. — Le microphone imaginé par M. Hughes [1] est un appareil accessoire qui, introduit avec une pile dans un circuit téléphonique, amplifie les vibrations sonores les plus faibles, de manière à les rendre aisément perceptibles.

---

[1] *Voir*, au sujet du microphone, un article de du Moncel, *Journal de Physique*, 1re série, t. VII, p. 219.

L'organe essentiel du microphone est un conducteur discontinu dont les extrémités sont simplement appuyées, de manière à permettre des mouvements relatifs d'amplitude extrêmement faible. Le plus habituellement, c'est un crayon *b* (*fig.* 74) en


Fig. 74.

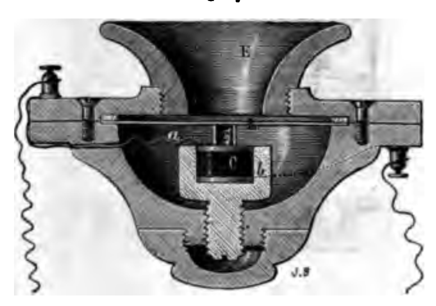


charbon que l'on a rendu très conducteur, en le saturant de mercure, puis le portant à une température élevée. Ce crayon, taillé par les deux bouts en pointe mousse, repose en équilibre presque instable entre deux supports creux *a*, *a'* de même matière, insérés dans le circuit de la pile P et du téléphone T. Les supports sont fixés à une planchette verticale à laquelle s'adapte une planchette horizontale. Le système doit être bien établi et d'un bois très élastique. Toute trépidation qui atteint la planchette, le tic-tac d'une montre, le pas d'une mouche produit une trépidation correspondante du crayon et une variation de la pression qui s'exerce à chaque instant entre lui et les supports. La conductibilité du système change avec cette pression, par suite l'intensité du courant fourni par la pile P, l'aimantation du barreau du téléphone, et enfin la position d'équibre de la membrane métallique (¹).

(¹) Parmi les applications du microphone, nous signalerons celle qui a été inaugurée par M. W. Meyer, de l'observatoire de Genève, et qui con-

M. Edison a utilisé le principe du microphone pour transmettre la parole. A cet effet, le téléphone et le microphone sont confondus en un appareil unique. La membrane de fer L du téléphone (*fig.* 75) appuie par un cylindre de fer C sur un cylindre de charbon *c*, formé de noir de fumée comprimé et communiquant par ses extrémités avec les deux fils qui ferment le circuit. Quand la membrane L vibre sous l'influence

Fig. 75.



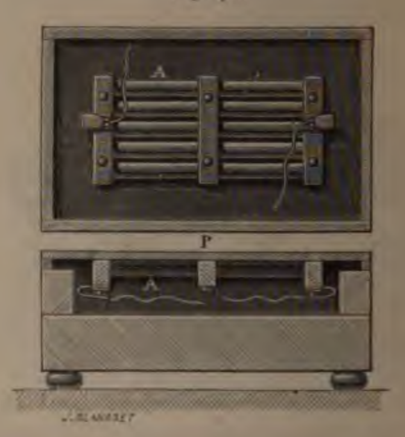
de la parole, le cylindre de charbon est plus ou moins comprimé, sa résistance change et avec elle l'intensité du courant, comme cela avait lieu dans le microphone. Un téléphone de Bell, employé comme récepteur, reproduira donc la parole; mais il est préférable de placer ce dernier téléphone sur un circuit induit, formé d'une bobine de fils fins environnant une bobine de fils gros et courts : cette dernière est seule avec la pile dans le circuit du téléphone d'Edison. Les variations d'intensité du courant produites par ce dernier appareil déterminent les courants induits qui font parler le téléphone récepteur.

Nous signalerons encore un appareil analogue aux précédents : c'est le transmetteur de M. Ader, qui a fonctionné pour

siste à transmettre aux observateurs les battements d'une pendule astronomique, par le moyen d'un microphone installé dans la cage de la pendule et d'un circuit comprenant un nombre quelconque de téléphones. On peut ainsi comparer les diverses pendules d'un même établissement, observer dans une salle autre que celle de la pendule, etc. (*Archives de Genève*, t. V, p. 25, t. VI, p. 418, 1881, et *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 240).

les auditions théâtrales téléphoniques pendant l'Exposition d'électricité. Il est formé par des crayons de charbon A (*fig.* 76) appuyant par leurs extrémités sur des traverses en sapin fixées à une planchette qui reçoit les vibrations aériennes. Le courant d'une pile est transmis à travers les charbons comme dans

Fig. 76.

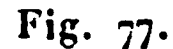


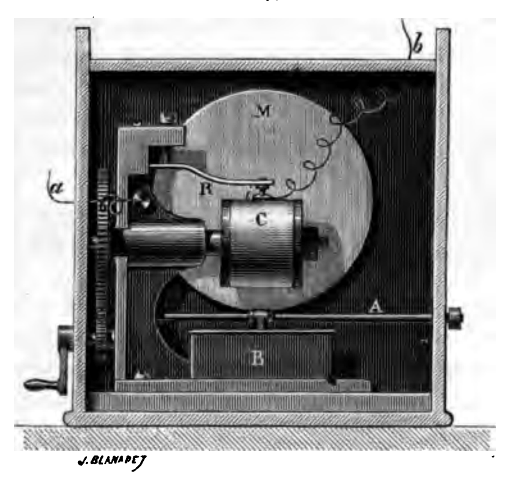
le microphone de M. Hughes, et l'on emploie comme récepteur un téléphone quelconque, par exemple le téléphone de M. Ader. Le son des voix, la musique, le chant, sont reproduits avec une exactitude véritablement merveilleuse.

ÉLECTROMOTOGRAPHE. — M. Edison a découvert que, quand on trempe une feuille de papier buvard dans une solution saturée de potasse, qu'on la pose sur une feuille métallique en communication avec le pôle positif d'une pile et qu'on déplace sur le papier une lame de platine, en exerçant sur cette lame une pression régulière, la résistance au glissement est diminuée quand la lame de platine communique au pôle négatif de la même pile, c'est-à-dire quand l'électrode mobile est polarisée par l'hydrogène et qu'un courant traverse l'électrolyte dont le papier est imprégné. M. Koch [1] a reconnu que la polari-

[1] Koch, *Wied. Ann.*, t. VIII, p. 92; 1879.

sation par l'oxygène altère la surface frottante de manière à augmenter le frottement. Enfin M. Krouchkoll ([1]) a établi que si la polarisation par l'oxygène augmente le frottement, la polarisation par l'hydrogène le diminue. Cette augmentation ou


Fig. 77.



cette diminution croissent avec la force électromotrice qui produit la polarisation.

L'électromotographe de M. Edison est fondé sur cette curieuse propriété. C'est un récepteur téléphonique disposé de la manière suivante : une lame mince de mica M (*fig.* 77) porte à son centre une lame de platine *i* qu'un ressort R réglé par une vis appuie d'une manière régulière sur un cylindre C. Celui-ci est formé d'une pâte composée de chaux et d'hydrate de potasse, avec une faible proportion d'acétate de mercure ; il tourne d'un mouvement régulier qu'on lui communique par une manivelle et un engrenage. A toute variation de l'intensité du courant reçu par le fil de ligne correspond une variation synchrone du coefficient de frottement, et par suite une va-

---

([1]) Krouchkoll, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. XCV, p. 177 ; 1882 ; *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XVII, p. 182.

riation de la position d'équilibre du disque de mica. Les vibrations de ce disque reproduisent les sons.

PHOTOPHONIE.

Photophone. — Quand on fait tomber un rayon de lumière sur un morceau de sélénium intercalé dans le circuit d'une pile, on constate que l'intensité du courant s'accroît, par suite d'une diminution dans la résistance du sélénium, pour revenir à son intensité primitive dès que l'éclairement a cessé. Ce fait, découvert par MM. May et Willoughby Smith et étudié en particulier par M. Sale [1], a été appliqué par M. Bell [2] à la construction d'un photophone.'

Faisons tomber un faisceau lumineux intermittent sur un récepteur en sélénium, de forme appropriée, et appliquons l'oreille à un téléphone intercalé dans le circuit; celui-ci sera traversé par des courants dont l'intensité variera périodiquement, et par suite la membrane métallique du téléphone entrera en vibration. Le nombre de vibrations doubles produites en une seconde sera égal au nombre des intermittences du rayon lumineux.

M. Mercadier [3] constitue d'excellents récepteurs en sélénium, en enroulant l'un sur l'autre deux minces rubans aa', bb' de cuivre (*fig.* 78), séparés par deux rubans de papier de même diamètre, et qui sont chacun en communication avec l'un des pôles de la pile. Ce système, fortement comprimé par les vis d, d' et limé sur la tranche, de manière à présenter une surface parfaitement plane, est recouvert d'une couche très mince de sélénium qui doit livrer passage à l'électricité. Pour déposer le sélénium, il suffit de chauffer le récepteur en le faisant reposer par sa tranche opposée sur une plaque de cuivre chauffée à 300° et d'appuyer un crayon de sélénium sur la surface à recouvrir. Le sélénium commence à fondre et, dès

---

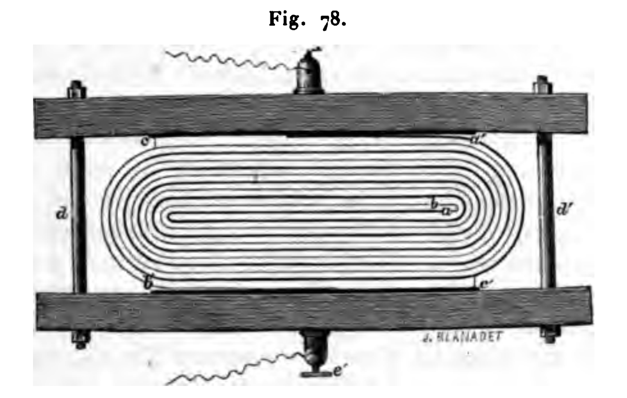
[1] Sale, *Philosophical Magazine*, 4e série, t. XLII, p. 216; 1874. M. Willoughby Smith communiqua ses expériences à la Société royale le 12 février 1873.

[2] Bréguet, *Sur le photophone de Bell* (*Journal de Physique*, 1re série, t. IX, p. 369; 1880).

[3] Mercadier, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCII, p. 705; 1881.

qu'on aperçoit une trace noire, on déplace le crayon en le promenant sur toute la surface. La résistance de la couche de

Fig. 78.



sélénium qui réunit les deux rubans décroît dans un rapport très considérable par l'effet de l'illumination.

Le sélénium n'est pas le seul corps dont la résistance électrique varie, par l'action de la lumière : MM. Mercadier et Chaperon (1) ont constitué de fort bons photophones avec des lames minces de sulfure d'argent, et établi que la propriété photophonique appartient, quoique à un degré moindre, au sulfure d'étain, au phosphate de zinc et à l'oxyde de cuivre. MM. Graham Bell et Tainter (2) avaient déjà découvert la même propriété dans le noir de fumée et le noir de platine. Un récepteur au noir de fumée est formé d'une plaque en verre argenté, sur laquelle on détache une couche métallique par un trait en zigzag très étroit, de manière à figurer deux peignes métalliques enchevêtrés l'un dans l'autre. La plaque ainsi préparée est ensuite recouverte de noir de fumée, et placée sur le trajet d'un courant, dans le circuit d'un téléphone. Cette disposition rappelle celle des microphones. Les vibrations sonores produisent dans ce dernier appareil le même

(1) Mercadier et Chaperon, *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 336; 1890.

(2) Graham Bell, *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, t. CXII, p. 1206, 1881; et *Journal de Physique*, 1e série, t. X, p. 370.

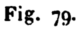
effet qui résulte de l'action intermittente des rayons lumineux ou calorifiques dans le photophone au noir de fumée.

THERMOPHONE. — Bien que l'électricité ne joue aucun rôle dans les appareils qu'il nous reste à décrire, nous ne les séparerons pas des précédents, avec lesquels ils présentent une analogie incontestable. Ils ont été étudiés, en particulier, par M. Graham Bell et par M. Mercadier (¹). Quand on fait tomber un faisceau lumineux intermittent sur un corps solide à peu près quelconque, il se produit un son musical dont le nombre de vibrations est égal à celui des intermittences. Ces sons, excessivement faibles en général, peuvent être considérablement renforcés en augmentant le pouvoir absorbant pour la chaleur de la surface solide active et en régularisant les vibrations par l'emploi d'un tube résonant. La *fig.* 79 représente la disposition employée par M. Mercadier. Les rayons lumineux parallèles S, provenant par exemple de la lumière de Drummond, sont reçus d'abord sur un disque tournant B en verre recouvert d'une feuille opaque, dans laquelle on a ménagé un certain nombre d'ouvertures sur l'un des cercles concentriques. S'il y a, par exemple, trente ouvertures sur l'un des cercles et si le disque fait dix tours par seconde, les rayons lumineux qui rencontrent le disque seront interceptés et rétablis trois cent fois par seconde. Le rayon, rendu intermittent par le disque, tombe sur un récepteur A formé d'une plaque P en mica enfumé sur sa face postérieure. On écoute à l'extrémité d'un tube de caoutchouc par le pavillon C.

L'air contenu dans le tube est périodiquement échauffé par les rayons calorifiques que le noir de fumée absorbe. Il éprouve des dilatations suivies de condensations qui mettent en vibration la colonne aérienne tout entière et produisent le son perçu. M. Mercadier s'est assuré que seuls les rayons calorifiques jouissent de la propriété de faire parler le thermophone, à l'exclusion des radiations lumineuses très réfrangibles et des rayons ultra-violets dont l'énergie calorifique est, on le sait, négligeable.

(¹) MERCADIER, *Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 53, 147 et 234; 1881.

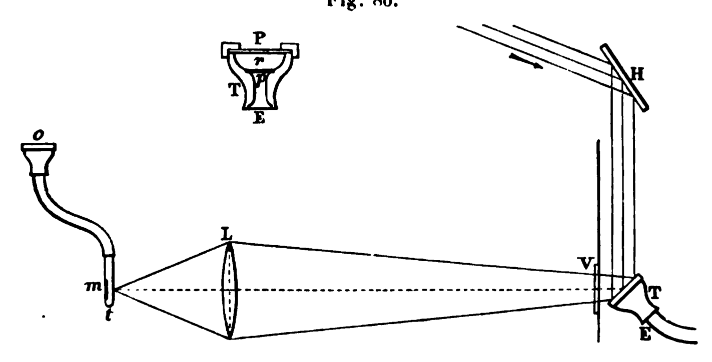
On peut utiliser les actions thermophoniques pour la reproduction de la parole. A cet effet, on reçoit les rayons solaires, ou ceux d'une source S suffisamment puissante, sur une


Fig. 79.



plaque argentée très mince P fermant l'embouchure d'un porte-voix T dans lequel on parle (*fig.* 79). Le miroir P

Fig. 80.



devient successivement concave et convexe; ses vibrations se traduisent par un épanouissement plus ou moins marqué et,

par suite, par une variation d'intensité du faisceau réfléchi. Ce dernier est concentré par une lentille L sur un récepteur *t* formé d'un petit tube de verre contenant intérieurement une lame de mica enfumée *m*. Les variations d'intensité de la radiation reçue en *m* produisent le même effet que les intermittences dans les expériences précédentes : la colonne d'air vibre et l'oreille placée à l'embouchure *o* perçoit non seulement un bruit, mais la parole elle-même, avec ses articulations et son timbre. La disposition ingénieuse de cette expérience est due à M. Mercadier.



THÉORIES GÉNÉRALES.

CHAPITRE PREMIER.

THÉORIE D'UN SEUL FLUIDE. — THEORIES DE WEBER.

Théorie d'un seul fluide. — Formule de Weber. — Extension de la formule de Weber aux courants variables. — Explication des phénomènes d'induction. — Formules de Riemann et de Clausius. — Expériences de M. Rowland. — Explication des phénomènes magnétiques. — Théorie du diamagnétisme.

Jusqu'ici, dans notre étude de l'électricité, nous nous sommes laissés guider pas à pas par l'expérience et nous avons mis un soin scrupuleux à écarter toute hypothèse qui ne nous a pas paru nécessaire à la clarté d'une exposition élémentaire. Pour terminer notre étude, il nous reste à mettre en lumière diverses relations importantes établies à la faveur d'hypothèses plus ou moins probables sur la nature de l'électricité et son mode d'action sur la matière pondérable. Ces hypothèses, faites en vue de réduire le nombre des mécanismes distincts nécessaires à l'explication de telle ou telle catégorie de phénomènes, sont parfois difficiles à concilier entre elles ou même absolument contradictoires. Elles n'en sont pas moins utiles à connaître si elles sont simples et fécondes, c'est-à-dire si elles sont susceptibles d'ouvrir des voies nouvelles à l'expérimentation.

On ne peut manquer d'être frappé du nombre et de la variété des solutions mécaniques équivalentes que nos ingénieurs savent donner à un même problème pratique : souvent plu-

sieurs d'entre elles remplissent si bien leur but qu'on serait embarrassé de dire laquelle il convient de préférer. Le nombre des hypothèses possibles, c'est-à-dire le nombre des mécanismes distincts satisfaisant à un nombre donné de conditions fournies par l'expérience, est illimité. On peut en fournir la preuve rigoureuse ([1]). Dans l'impossibilité de se prononcer *a priori* sur l'exactitude d'hypothèses équivalentes, on préférera les plus simples et les plus compréhensives, sauf à ne pas attacher une trop grande importance à leur valeur objective, toujours contestable, et à ne les apprécier que comme des instruments de recherche plus ou moins suggestifs.

I.

THÉORIE D'UN SEUL FLUIDE. — Pour l'exposition des phénomènes électriques, nous avons fait usage de la terminologie introduite par l'hypothèse des deux fluides, tout en faisant des réserves formelles au point de vue de la probabilité d'une semblable hypothèse.

Franklin a proposé le premier l'hypothèse d'un fluide électrique unique dont les parties se repoussent mutuellement et attirent les particules matérielles. Nous supposerons, en outre, que la matière repousse la matière, et que toutes ces attractions ou répulsions s'exercent proportionnellement au produit des masses agissantes et en raison inverse du carré de la distance. Nous dirons qu'un corps est électrisé positivement s'il possède un excès de charge, négativement si sa charge est inférieure à la charge normale.

Considérons deux petits corps situés à la distance r. Soient ν et ν' leurs masses matérielles, μ et μ' les charges absolues qu'ils possèdent. La force exercée F est la résultante de quatre forces élémentaires :

1° La répulsion des masses matérielles

$$\alpha \frac{\nu\nu'}{r^2}.$$

([1]) Poincaré, *Électricite et Optique*, Introduction. Paris, 1890.

2° et 3°. Les attractions de la matière de chaque corps sur l'électricité de l'autre

$$-\beta\,\frac{\nu\mu'}{r^2},\quad -\beta\,\frac{\nu'\mu}{r^2}.$$

4° La répulsion des masses électriques

$$\gamma\,\frac{\mu\mu'}{r^2},$$

(1) $$F=\frac{1}{r^2}[\alpha\nu\nu'-\beta(\nu\mu'+\nu'\mu)+\gamma\mu\mu]'.$$

Pour satisfaire aux lois expérimentales de la gravitation universelle et de Coulomb, il faut :

1° Que pour des valeurs convenables M, M' de μ, μ' qui définiront l'état neutre, la force F se réduise à une attraction proportionnelle au produit des masses matérielles $\nu\nu'$

(2) $$F=-K\,\frac{\nu\nu'}{r^2};$$

2° Qu'en posant

(3) $$\begin{cases} m=\mu-M,\\ m'=\mu'-M',\end{cases}$$

la force F se réduise, en grandeur et en signe, à une expression de la forme

(4) $$F=k\,\frac{mm'}{r^2}-K\,\frac{\nu\nu'}{r^2}=k\,\frac{(\mu-M)(\mu'-M')}{r^2}-K\,\frac{\nu\nu'}{r^2}.$$

Quand on a choisi les unités de masse matérielle et de masse électrique, les coefficients k et K sont donnés par l'expérience, et il n'y a d'inconnues que les charges électriques M et M'. On les détermine en identifiant les équations (1) et (4), ce qui donne

$$\begin{aligned}&-(K+\alpha)\,\nu\nu'+(\beta\nu-kM)\,\mu'\\&\quad+(\beta\nu'-KM')\,\mu-(\gamma-k)\,\mu\mu'+kMM'=0.\end{aligned}$$

Cette équation devant être satisfaite, quels que soient μ et μ', on a

$$(5) \quad \begin{cases} \gamma - k = 0, \\ \beta\nu' - kM' = 0, \\ \beta\nu - kM = 0, \\ -(K+\alpha)\nu\nu' + kMM' = 0. \end{cases}$$

'ensuit :

1° Que le coefficient k de Coulomb est identique au coefficient γ;

2° Que les masses électriques M, M' caractéristiques de l'état neutre sont proportionnelles aux masses matérielles correspondantes $\nu\nu'$. Le coefficient de proportionnalité $\frac{\beta}{k}$ échappe à l'expérimentation.

3° Si l'on substitue à M et M' leurs valeurs $\frac{\beta}{k}\nu$, $\frac{\beta}{k}\nu'$ dans la dernière équation (5), elle se réduit à

$$(5\ bis) \quad K = \frac{\beta^2}{k} - \alpha.$$

Cette relation donne le coefficient de l'attraction newtonienne en fonction des coefficients β et α introduits par notre hypothèse et qui restent indéterminés.

L'hypothèse d'un fluide unique équivaut à celle des deux fluides puisqu'elle est conforme à la loi de Coulomb; elle offre en outre l'avantage de supprimer un agent imaginaire et de réunir dans un même énoncé les lois fondamentales des actions électrostatiques et de la gravitation.

II.

FORMULE DE WEBER. — Quand on fait choix des unités électrostatiques, la loi de Coulomb s'exprime par la formule

$$(1) \quad F = \frac{mm'}{r^2}.$$

Si, renonçant à la théorie unitaire que nous venons d'exposer, l'on considère un courant comme transportant en sens

contraire des quantités égales d'électricité positive et négative, la charge d'un élément de courant est toujours nulle, et l'on ne peut expliquer par la formule (1) de Coulomb les actions électrodynamiques que les courants exercent entre eux. D'autre part, en désignant par i et i' les intensités de deux courants traversant les éléments ds, ds', et en adoptant le système d'unités électromagnétiques, l'action élémentaire électrodynamique est représentée par la formule d'Ampère

$$(2)\qquad f = -\frac{2ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\cos\omega - \frac{3}{2}\cos\theta\cos\theta'\right),$$

ou

$$(3)\qquad f = \frac{2ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(r\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} - \frac{1}{2}\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial s'}\right),$$

qui fait intervenir dans les actions électrodynamiques les dérivées du premier et du second ordre de la distance r des deux éléments.

Il y a lieu de chercher si l'on ne pourrait pas établir une formule plus générale comprenant comme cas particulier les formules (1) et (3). En effet, les expériences d'électrostatique sur lesquelles est fondée la loi de Coulomb se rapportent à des masses électriques en repos, et il n'est pas prouvé que la formule (1) s'applique sans modification à des masses électriques en mouvement. D'autre part, il n'est pas certain *a priori* que l'action de deux masses électriques en mouvement ne contienne pas un terme indépendant des dérivées de r qui s'annulerait dans le cas particulier des courants, et dont la valeur serait précisément donnée par la formule (1). Si l'on veut compléter la formule (1) par l'adjonction de nouveaux termes, de manière à embrasser la formule (2) comme conséquence, ces termes peuvent dépendre de la vitesse et de l'accélération relatives des deux masses électriques considérées.

Nous représenterons par φ l'action élémentaire des masses électriques m et m' et nous poserons avec Weber (¹)

$$(4)\qquad \varphi = \frac{mm'}{r^2}\left[1 + \alpha\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \beta\frac{d^2 r}{dt^2}\right].$$

(¹) W. Weber, *Electrodynamische Maassbestimmungen*, 1re Partie.

Nous chercherons ensuite à déterminer α et β de manière à retrouver la formule (3) pour le cas particulier des courants constants.

D'après Weber, un courant transporte dans sa direction une certaine quantité d'électricité positive, et en sens contraire de sa direction une quantité égale d'électricité négative : ces électricités se déplacent avec des vitesses égales. Cette hypothèse n'a, par elle-même, aucun caractère de nécessité : nous la discuterons ultérieurement; mais elle est indispensable pour rendre compte des phénomènes en partant de la formule (4). Si on l'admet, l'élément de courant ds contient à un instant donné des quantités d'électricité $m\,ds$ et $-m\,ds$ animées respectivement des vitesses u et $-u$, l'élément ds' des quantités $m'ds'$ et $-m'ds'$ animées des vitesses u' et $-u'$. On a d'ailleurs

$$(5) \qquad u = \frac{ds}{dt}, \qquad u' = \frac{ds'}{dt},$$

$$(6) \qquad \frac{dr}{dt} = \frac{\partial r}{\partial s}\frac{ds}{dt} + \frac{\partial r}{\partial s'}\frac{ds'}{dt} = u\frac{\partial r}{\partial s} + u'\frac{\partial r}{\partial s'},$$

$$(7) \qquad \left\{\begin{aligned} \frac{d^2 r}{dt^2} &= \frac{\partial^2 r}{\partial s^2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + 2\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'}\frac{ds}{dt}\frac{ds'}{dt} + \frac{\partial^2 r}{\partial s'^2}\left(\frac{ds'}{dt}\right)^2 \\ &= u^2\frac{\partial^2 r}{\partial s^2} + 2uu'\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} + u'^2\frac{\partial^2 r}{\partial s'^2}. \end{aligned}\right.$$

D'ailleurs l'intensité d'un courant est la quantité totale d'électricité qui traverse une section normale du conducteur dans l'unité de temps. Soit i l'intensité en mesure électromagnétique; en mesure électrostatique elle sera vi, et l'on aura

$$(8) \qquad \left\{\begin{aligned} vi &= 2mu, \\ vi' &= 2mu'. \end{aligned}\right.$$

L'action totale f de l'élément de courant ds sur ds' se compose de l'action de

$$+m\,ds \quad \text{sur} \quad +m'ds' \quad \text{et} \quad -m'ds'$$

et de

$$-m\,ds \quad \text{sur} \quad +m'ds' \quad \text{et} \quad -m'ds;$$

elle est donc, d'après la formule (4),

$$f = \frac{mm'\,ds\,ds'}{r^2}\left[1 + \alpha\left(u\frac{\partial r}{\partial s} + u'\frac{\partial r}{\partial s'}\right)^2 + \beta\left(u^2\frac{\partial^2 r}{\partial s^2} + 2uu'\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} + u'^2\frac{\partial^2 r}{\partial s'^2}\right)\right],$$

$$-\frac{mm'\,ds\,ds'}{r^2}\left[1 + \alpha\left(u\frac{\partial r}{\partial s} - u'\frac{\partial r}{\partial s'}\right)^2 + \beta\left(u^2\frac{\partial^2 r}{\partial s^2} - 2uu'\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} + u'^2\frac{\partial^2 r}{\partial s'^2}\right)\right],$$

$$-\frac{mm'\,ds\,ds'}{r^2}\left[1 + \alpha\left(-u\frac{\partial r}{\partial s} + u'\frac{\partial r}{\partial s'}\right)^2 + \beta\left(u^2\frac{\partial^2 r}{\partial s^2} - 2uu'\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} + u'^2\frac{\partial^2 r}{\partial s'^2}\right)\right],$$

$$+\frac{mm'\,ds\,ds'}{r^2}\left[1 + \alpha\left(-u\frac{\partial r}{\partial s} - u'\frac{\partial r}{\partial s'}\right)^2 + \beta\left(u^2\frac{\partial^2 r}{\partial s^2} + 2uu'\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} + u'^2\frac{\partial^2 r}{\partial s'^2}\right)\right],$$

$$(9)\quad \begin{cases} f = \dfrac{mm'\,ds\,ds'}{r^2}\left(8\alpha uu'\dfrac{\partial r}{\partial s}\dfrac{\partial r}{\partial s'} + 8\beta uu'\dfrac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'}\right), \\ \;\; = \dfrac{2ii'\,ds\,ds'}{r^2}\left(\beta v^2\dfrac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} + \alpha v^2\dfrac{\partial r}{\partial s}\dfrac{\partial r}{\partial s'}\right). \end{cases}$$

Cette dernière formule concorde avec la formule (3) d'Am père, à la condition de poser

$$(10)\quad \begin{cases} \beta v^2 = r, \\ \alpha v^2 = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$

L'action élémentaire de deux particules électrisées sera donc

$$(11)\quad \varphi = \frac{mm'}{r^2}\left[1 - \frac{1}{2v^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{r}{v^2}\left(\frac{d^2 r}{dt^2}\right)\right].$$

Pour que cette formule (11) soit acceptable, il faut qu'elle soit compatible avec le principe de la conservation de l'énergie, ou, ce qui revient au même, que φ soit la dérivée

changée de signe d'une fonction des coordonnées. Or on a précisément

$$\varphi = -\frac{d}{dr}\left\{\frac{mm'}{r}\left[1 - \frac{1}{2v^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\},$$

ou, en posant

$$\psi = \frac{mm'}{r}\left[1 - \frac{1}{2v^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right],$$

(12) $$\varphi = -\frac{d\psi}{dr}.$$

La formule (11) peut donc être définitivement acceptée comme représentant l'action élémentaire de deux particules électriques, s'exerçant à chaque instant suivant la ligne qui les joint. Au reste, on remarquera que les coefficients des termes en $\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$ et $\frac{d^2r}{dt^2}$ contiennent en dénominateur la quantité v^2 dont la valeur est à peu près de 9.10^{20} C.G.S. On s'explique donc très bien que l'influence de ces termes soit absolument négligeable dans toutes les expériences où l'on communique aux masses électriques agissantes des vitesses pratiquement réalisables. Il n'y a donc aucune objection à élever contre la formule (11), si ce n'est que la petitesse même des coefficients rend très difficile tout essai de contrôle expérimental, en dehors du cas des courants électriques pour lequel la formule a été combinée.

Extension de la formule de Weber aux courants variables. — Considérons deux circuits linéaires qui se déplacent l'un par rapport à l'autre et qui sont traversés par des courants d'intensité variable. Deux éléments ds, ds' du conducteur sont à une distance r qui est fonction de trois variables indépendantes s, s' et t,

(13) $$r = f(s, s', t).$$

D'autre part, deux masses électriques qui traversent au temps t les éléments ds et ds' sont à la *même* distance r, mais, ces masses étant animées de vitesses $\pm u$, $\pm u'$ dans les conducteurs qui les portent, leurs vitesses et leurs accélérations re-

latives dépendent à la fois du déplacement des conducteurs et du déplacement des masses électriques par rapport à ces conducteurs. Désignons toujours par $\frac{dr}{dt}$, $\frac{d^2r}{dt^2}$ la vitesse et l'accélération relatives de deux masses électriques; $\frac{dr}{dt}$, $\frac{d^2r}{dt^2}$ sont des différentielles totales et, pour les calculer, il faut considérer s et s' comme des fonctions du temps. On a donc

$$(14) \qquad \frac{dr}{dt} = \frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial r}{\partial s'}\frac{\partial s'}{\partial t} + \frac{\partial r}{\partial t}.$$

$\frac{\partial s}{\partial t}$ est la vitesse u du déplacement des masses électriques dans le conducteur s; de même $\frac{\partial s'}{\partial t}$ est la vitesse u'. Ces vitesses ne dépendent que de l'intensité du courant et ont à un même instant la même valeur dans toute l'étendue d'un même circuit linéaire supposé de section uniforme; elles ne sont fonctions que de la variable t seulement. La dérivée $\frac{\partial r}{\partial t}$ se rapporte à la vitesse relative des éléments de conducteur ds, ds' et doit être soigneusement distinguée de la vitesse relative $\frac{dr}{dt}$ des masses électriques.

En effectuant les substitutions indiquées, l'équation (14) devient

$$(15) \qquad \frac{dr}{dt} = u\frac{\partial r}{\partial s} + u'\frac{\partial r'}{\partial s'} + \frac{\partial r}{\partial t}.$$

On trouvera de même

$$(16) \qquad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2r}{dt} &= u^2\frac{\partial^2 r}{\partial s^2} + 2uu'\frac{\partial^2 r}{\partial s\,\partial s'} + u'^2\frac{\partial^2 r}{\partial s'^2} \\ &\quad + \frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial r}{\partial s} + \frac{\partial u'}{\partial t}\frac{\partial r}{\partial s'} + \frac{\partial^2 r}{\partial t^2}. \end{aligned} \right.$$

Pour calculer l'action de l'élément ds sur ds', il faut faire la somme des actions exercées par la masse $+m\,ds$ sur $+m'\,ds'$ et $-m'\,ds'$, et par la masse $m\,ds$ sur $+m'\,ds'$ et $-m'\,ds'$. A cet

effet, l'on applique toujours la formule (4), en y remplaçant $\frac{dr}{dt}$, $\frac{d^2r}{dt^2}$ par leurs valeurs (15) et (16) successivement pour chacune des quatre actions élémentaires.

Les termes en uu' subsistent seuls dans le résultat ; on trouve une formule identique à la formule (9). Il faut, comme précédemment, faire

$$\beta v^2 = r,$$

$$\alpha v^2 = -\frac{1}{2},$$

et l'on retombe sur la formule (11). Ainsi, dans l'hypothèse de Weber, la loi d'Ampère est applicable au cas de courants variables d'intensité et de position.

INTERPRÉTATION DES PHÉNOMÈNES D'INDUCTION. — Weber considère comme force électromotrice d'induction agissant sur l'élément ds' la *différence* de la somme des actions exercées par les masses $+mds$, $-mds$ de l'élément de courant ds sur $+m'ds'$ et de la somme des actions des mêmes masses sur $-m'ds'$. Si ces sommes étaient égales, l'électricité positive et l'électricité négative de l'élément ds' ne seraient point sollicitées à se séparer l'une de l'autre par l'action de l'élément ds ; si elles sont inégales, leur différence agit pour écarter les deux masses électriques l'une de l'autre et s'ajoute à la force électromotrice qui entretient le courant.

Or, quand on cherche la somme des actions de $+mds$ et de $-mds$ sur $m'ds'$, les seuls termes qui subsistent sont ceux qui changent de signe avec m, à savoir les termes en u, uu' et $\frac{\partial u}{\partial t}$. Quand on fait ensuite la différence de la somme relative à $+m'ds'$ et de celle qui se rapporte à $-m'ds'$, les seuls termes qui subsistent dans le résultat sont ceux qui, parmi les termes précédemment conservés, ne changent pas de signe avec u', c'est-à-dire les termes en u et en $\frac{\partial u}{\partial t}$.

Tous calculs faits, on trouve pour la différence cherchée

$$\frac{4mm'ds\,ds'}{v^2r^2}\left(r\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial r}{\partial s} - u\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial t}\right);$$

on a toujours

$$2mu = vi,$$
$$2m'u' = vi',$$

et, par suite,

$$\frac{4mm'dsds'}{v^2r^2}\left(r\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial r}{\partial s} - u\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial t}\right)$$
$$= \frac{dsds'}{r^2}\frac{2m'}{v}\left(r\frac{\partial i}{\partial t}\frac{\partial r}{\partial s} - i\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial t}\right).$$

Mais $\frac{2m'}{v}$ est la quantité d'électricité, en mesure électromagnétique, dans l'unité de longueur du conducteur s'. La force électromotrice doit être rapportée à l'unité d'électricité, et par suite, pour avoir son expression, il faut diviser l'expression précédente par $\frac{2m'}{v}\cdot$ De plus, la force électromotrice ainsi calculée agit dans le sens du rayon; pour avoir la composante efficace dans la direction de l'élément ds', il faut multiplier par $\frac{\partial r}{\partial s'}\cdot$ On a donc, en désignant cette composante par d^2E,

$$d^2E = dsds'\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial s'}\frac{1}{r^2}\left(r\frac{\partial i}{\partial s} - i\frac{\partial r}{\partial t}\right)$$
$$= dsds'\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial s'}\frac{\partial\left(\frac{i}{r}\right)}{\partial t}.$$

Pour obtenir la force électromotrice totale, il faut intégrer par rapport à s et s'; d'où, puisque i et i' ne sont fonctions que du temps,

$$E = \frac{d}{dt}\left(i\int\int\frac{1}{r}\frac{\partial r}{\partial s}\frac{\partial r}{\partial t'}dsds'\right),$$

ou, d'après ce qui a été établi au fascicule précédent

$$E = \frac{d}{dt}\left(i\int\int\frac{\cos\omega}{r}dsds'\right),$$

ce qui est la formule de Neumann.

FORMULES DE RIEMANN ET DE CLAUSIUS. — La formule de Weber n'est pas la seule, parmi celles qui ont été proposées pour l'action élémentaire de deux molécules électriques, qui se trouve compatible avec l'ensemble des faits connus. En désignant par x, y, z, x', y', z' les coordonnées des points de l'espace où sont concentrées les masses électriques m, m', par X, Y, Z les composantes de la force exercée par l'une des particules sur l'autre, Riemann ([1]) a proposé les formules

$$-X = \frac{mm'}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x} + \frac{mm'}{2v^2}\frac{\partial\left[\frac{2}{r}\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)\right]}{\partial t} + \frac{mm'}{2v^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial x}\left[\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right)^2\right]$$

$$-Y = \frac{mm'}{r^2}\frac{\partial r}{\partial y} + \frac{mm'}{2v^2}\frac{\partial\left[\frac{2}{r}\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)\right]}{\partial t} + \frac{mm'}{2v^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial y}\left[\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right)^2\right]$$

$$-Z = \frac{mm'}{r^2}\frac{\partial r}{\partial z} + \frac{mm'}{2v^2}\frac{\partial\left[\frac{2}{r}\left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right)\right]}{\partial t} + \frac{mm'}{2v^2}\frac{1}{r^2}\frac{\partial r}{\partial z}\left[\left(\frac{dx}{dt}-\frac{dx'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}-\frac{dy'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}-\frac{dz'}{dt}\right)^2\right]$$

Clausius ([2]) a montré que ni la formule fondamentale de Weber, ni celle de Riemann, ne sont compatibles avec l'hypothèse où un courant électrique serait constitué par un seul courant d'électricité, positive par exemple, conformément à la théorie unitaire, et non de deux courants égaux d'électricités contraires, comme le suppose implicitement Weber. Il a alors cherché d'une manière générale une formule faisant dépendre l'action de deux particules électrisées de leur distance, de

([1]) RIEMANN, *Schwere, Electricität und Magnetismus, bearbeitet von Karl Hattendorff*, Hannover; 1876.

([2]) CLAUSIUS, *Die mechanische Behandlung der Electricität. Neues electrodynamisches Grundgesetz*, p. 227 et suiv. Braunschweig; 1879.

leurs vitesses et de leurs accélérations absolues. Il a ensuite appliqué : 1° l'hypothèse que le courant électrique est simple ; 2° les diverses lois fournies par l'observation, c'est-à-dire la loi d'Ampère, la loi de l'induction, le principe de la conservation de l'énergie et il a ainsi obtenu des relations entre les divers coefficients qui entrent dans la formule générale. En définitive, il est parvenu à exprimer l'action élémentaire de deux particules par la dérivée, changée de signe, d'un potentiel dont le premier terme $-\frac{mm'}{r}$ correspond à l'action électrostatique et dont le second est désigné par Clausius sous le nom de *potentiel électrodynamique*. Le potentiel total ψ a pour expression

$$\psi = -\frac{mm'}{r}(1 + vv'\cos\omega).$$

Dans cette expression, v et v' désignent les vitesses de deux particules électrisées, ω l'angle de ces deux vitesses.

EXPÉRIENCES DE M. ROWLAND. — Pour reconnaître quelle est la véritable constitution du courant et décider entre les formules de Weber ou de Riemann et celle de Clausius, il faudrait savoir reproduire les effets des courants électriques par des mouvements convenables imprimés à des corps électrisés. Maxwell ([1]) proposa de faire tourner dans le plan du méridien magnétique un disque isolant électrisé et de chercher si sa portion ascendante ou descendante produit une action électromagnétique sur une aiguille aimantée, protégée par un écran conducteur contre l'influence électrostatique du disque. M. Helmholtz ([2]) a essayé sans succès des expériences analogues; mais, peu de temps après, M. Rowland ([3]) réussit à mettre en évidence les actions électromagnétiques de l'élec-

([1]) MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, t. II, art. 770, p. 370.

([2]) HELMHOLTZ, *Pogg. Ann.*, t. CLVIII, p. 87, 1876, analysé dans le *Journal de Physique*, t. V, p. 252.

([3]) Les expériences de M. Rowland ont été connues d'abord par un Rapport de M. Helmholtz (*Pogg. Ann.*, t. CLVIII, p. 487) et publiées ensuite dans l'*American Journal*, en 1878. Voir *Journal de Physique*, 1re série, t. VI, p. 29, et t. VIII, p. 214.

tricité en mouvement et ses conclusions ont été confirmées par des expériences plus récentes de MM. Rowland et Hutchinson (¹).

Voici à peu près la disposition primitive employée par M. Rowland. Un disque d'ébonite A de 21^{cm} de diamètre et de 5^{mm} d'épaisseur tourne avec une vitesse de 61 tours par seconde autour d'un axe vertical : ce disque, doré sur ses deux faces, sauf au voisinage de l'axe, est placé entre deux disques de verre B et C, percés pour livrer passage à l'axe et dorés sur les faces qui regardent A. Les armatures de B et de C communiquent avec le sol. A $\frac{1}{3}$ de millimètre de A se trouve une pointe destinée à maintenir la charge du disque en laissant écouler à sa surface l'électricité positive ou négative fournie par une puissante batterie.

Au-dessus du disque de verre supérieur et près du bord du disque tournant A, une boîte en laiton enferme un système astatique de deux aiguilles aimantées. Celles-ci n'ont que $2^{cm},5$ de long et sont à 18^{cm} l'une de l'autre, de telle sorte qu'il est permis de négliger les actions exercées sur l'aiguille supérieure par le système ABC. L'aiguille inférieure, dont la position d'équilibre est tangentielle au disque A, n'éprouve aucune action appréciable quand ce disque est au repos; mais, dès que le disque entre en mouvement, l'aiguille est déviée comme elle le serait par un courant dirigé dans le sens de la rotation si le disque est chargé d'électricité positive, et en sens contraire si le disque est chargé d'électricité négative. Il est clair qu'en changeant le signe de l'électrisation de A l'influence du magnétisme de rotation s'élimine : on peut d'ailleurs enlever la dorure suivant un certain nombre de rayons, de manière à diviser la surface conductrice du disque en un grand nombre de secteurs distincts, ce qui annule à peu près complètement l'effet du magnétisme de rotation, sans modifier celui de la *convection électrique*.

Il ne faut pas se dissimuler que les difficultés à surmonter dans ces expériences sont graves et nombreuses. La vitesse de rotation employée par MM. Rowland et Hutchinson attei-

(¹) Rowland et Hutchinson, *Phil. Mag.*, 5ᵉ série, t. XXVII, p. 445, et *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII, p. 530; 1889.

gnait 125 tours par seconde : il s'ensuivait des trépidations et des courants d'air auxquels il est assez difficile de soustraire complètement le système suspendu ; il en résulte aussi dans les masses métalliques en mouvement des courants induits sous l'influence du magnétisme terrestre dont l'effet (réversible avec le sens de la rotation, mais non avec le sens de l'électrisation), se superpose à celui que l'on veut observer.

Un isolement absolu est indispensable. S'il y a des fuites, elles constituent des courants proprement dits dont l'effet électromagnétique se renverse avec le sens de l'électrisation, non avec celui de la rotation. On parvient, avec des soins minutieux, à supprimer à peu près les fuites par les supports. Est-il possible dans le cas de potentiels élevés et de grandes vitesses de rotation d'écarter complètement la perte par l'air?

Enfin on doit se mettre en garde contre les actions mécaniques d'ordre électrostatique. Celles-ci produiraient des déviations indépendantes à la fois du sens de l'électrisation et de la rotation. Toutes les déviations, réversibles ou non, s'ajoutent et l'on est exposé à confondre leur résultante avec le phénomène simple qu'il s'agit de démêler.

Aussi bien dans les expériences primitives de M. Rowland qu'avec le dispositif perfectionné employé par MM. Rowland et Hutchinson, on a observé une déviation du système astatique remplissant les conditions de réversibilité exigées, sans que toutefois les déviations contraires observées en renversant le sens de la rotation aient pu être amenées à présenter une égalité rigoureuse. Il est donc certain que les causes perturbatrices signalées ci-dessus n'ont pu être éliminées entièrement.

On a mesuré en unités électrostatiques la quantité d'électricité qui, dans ces expériences, traverse une surface normale à la direction du mouvement pendant une durée égale à une seconde. On a évalué d'autre part, en unités électromagnétiques, l'intensité du champ qui agissait sur l'aiguille aimantée mobile : cette double mesure doit suffire pour déterminer v.

Les expériences de MM. Rowland et Hutchinson donnent en moyenne pour la rotation dans un certain sens $v = 2{,}918 . 10^{10}$

et pour la rotation en sens contraire $3,468.10^{10}$; la moyenne générale est

$$v = 3,19.10^{10},$$

les valeurs extrêmes étant $2,26.10^{10}$ et $3,78.10^{10}$.

En somme, et si l'on tient compte de l'extrême difficulté des expériences, les conclusions de M. Rowland paraissent justifiées. Nous admettons donc que le transport mécanique d'une charge électrostatique, *alors même qu'il n'est pas accompagné du transport en sens inverse d'une charge opposée*, équivaut à un courant dirigé dans le sens du mouvement. Cette conclusion, incompatible avec la formule de Weber, est au contraire en accord avec celle de Clausius.

INTERPRÉTATION DES PHÉNOMÈNES MAGNÉTIQUES. — Nous avons constaté l'équivalence d'un élément magnétique de moment m et d'un courant circulaire dont l'axe coïncide avec celui de l'élément, dont l'intensité est i et qui embrasse une surface s telle que $is = m$. On peut dès lors, comme le fit Ampère, expliquer les phénomènes magnétiques en admettant qu'un aimant est le siège d'une série de courants moléculaires permanents, dont la distribution est identique à celle des éléments magnétiques. Pour concevoir que ces courants conservent une intensité constante sans consommer d'énergie, il faut admettre qu'ils ne dégagent pas de chaleur dans leurs circuits, par conséquent qu'ils n'éprouvent pas de résistance : une telle hypothèse n'est compatible avec les faits connus qu'à la condition de limiter ces courants aux espaces moléculaires, car, s'ils embrassaient un espace fini comprenant une certaine quantité de matière, ils devraient éprouver une résistance comme les courants ordinaires.

On peut, avec Weber ([1]), imaginer que chacun de ces courants moléculaires résulte du mouvement de rotation d'une particule électrisée positivement autour d'une molécule électrisée négativement et faisant, pour ainsi dire, corps avec une molécule matérielle. L'action réciproque de deux molécules

([1]) WEBER, *Pogg. Ann.*, t. LXXXVII, p. 145; 1853.

est donnée, d'après Weber, par la formule

$$\varphi = \frac{mm'}{r^2}\left[1 - \frac{1}{2v^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{r}{v^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right];$$

elle est attractive tant que la vitesse relative ne dépase pas une certaine limite et, si l'une des molécules est supposée immobile, l'autre animée d'une vitesse initiale convenable, celle-ci peut, sous certaines conditions, décrire une courbe fermée autour de la première : elle n'éprouvera, d'ailleurs, de résistance d'aucune espèce s'il n'y a pas de matière pondérable dans l'espace où elle circule, et cependant les effets extérieurs, produits par le mouvement de la molécule positive, seront identiques à ceux d'un courant électrique circulaire proprement dit, dirigé dans le sens du mouvement de la molécule.

Pour expliquer l'aimantation par influence, Ampère a proposé d'admettre que les courants moléculaires existent dans le fer ou dans les corps magnétiques antérieurement à l'aimantation; mais leur direction est arbitrairement variable d'un point à l'autre de la masse du corps, de telle sorte que le champ électromagnétique extérieur est très sensiblement nul. Mais, si l'on place le corps dans un champ magnétique, l'axe de chacun des courants est sollicité dans le sens des lignes de force et les courants moléculaires s'orientent dans toute la masse du corps. Si ce mouvement s'effectuait sans aucune résistance de la part de la matière dont le corps est formé, il ne se limiterait que quand toutes les molécules auraient en chaque point du corps la direction de la force magnétique résultante. Par suite, la force magnétisante la plus minime devrait produire l'aimantation la plus complète dont le corps soit susceptible. L'expérience prouvant qu'il n'en est jamais ainsi, il faut admettre que les molécules magnétiques ne sont pas absolument libres de se mouvoir.

Weber a admis qu'une molécule magnétique déviée est soumise à un système de forces qui tend à la ramener dans sa position d'équilibre primitive et qui équivaut à une force magnétique a dans cette direction. Soient donc OX (*fig.* 81) la direction de la force magnétique; $\alpha = \text{POX}$, l'angle que la direction de l'axe fait primitivement avec la force magnéti-

sante; OP = a la force résistante; OB = f la force magnétique. L'axe de la molécule sera dévié en OR dans la direction de la résultante et fera avec OX l'angle ROX = θ que nous nous proposons de calculer. Or le triangle RPO donne

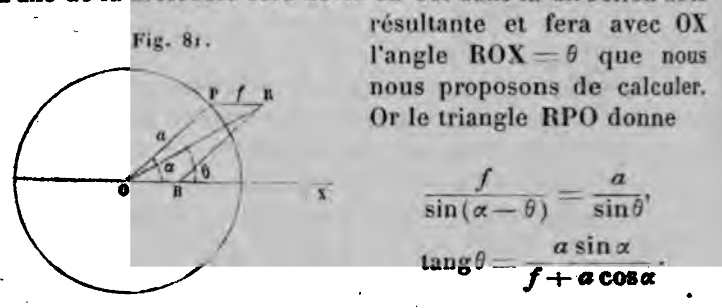


Fig. 81.

$$\frac{f}{\sin(\alpha-\theta)} = \frac{a}{\sin\theta},$$

$$\tang\theta = \frac{a\sin\alpha}{f+a\cos\alpha}.$$

Soit m le moment magnétique de la molécule; sa composante suivant l'axe des x est

$$m\cos\theta = \frac{m(f+a\cos\alpha)}{\sqrt{f^2+a^2+2af\cos\alpha}}.$$

Admettons maintenant que l'unité de volume du fer contient n molécules magnétiques dont les axes sont également répartis dans toutes les directions. Le nombre des molécules, dont l'axe fait avec l'axe des x un angle moindre que α, est proportionnel à l'angle solide Ω du cône décrit avec OX pour axe et α pour angle au sommet; il a donc pour expression

$$\frac{n}{2}(1-\cos\alpha).$$

Si l'on donne à α l'accroissement $d\alpha$, le nombre des molécules interceptées dans l'angle solide $d\Omega$ sera

$$\frac{n}{2}\sin\alpha\, d\alpha,$$

et chacune d'elles fournira suivant l'axe des x un moment magnétique $m\cos\theta$. Le moment magnétique total, rapporté à l'unité de volume, sera donc

$$I = \int_0^\pi \frac{mn}{2}\cos\theta\sin\alpha\, d\alpha = \frac{mn}{2}\int_0^\pi \frac{f+a\cos\alpha}{\sqrt{f^2+a^2+2af\cos\alpha}}\sin\alpha\, d\alpha.$$

I représente ce que nous avons appelé l'intensité de l'aimantation.

En intégrant par parties, on trouve

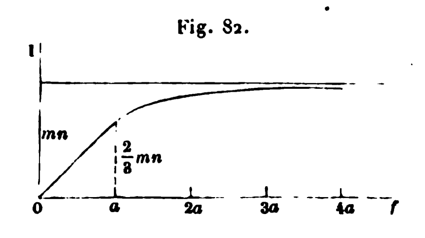
$$
\begin{aligned}
\mathrm{I} &= \frac{mn}{2}\int_0^\pi \frac{f + a\cos\alpha}{\sqrt{f^2 + a^2 + 2af\cos\alpha}}\sin\alpha\,d\alpha \\
&= \frac{mn}{2}\left(-\frac{f + a\cos\alpha}{af}\sqrt{a^2 + f^2 + 2af\cos\alpha}\right)_0^\pi \\
&\quad - \frac{mn}{2}\int_0^\pi \frac{1}{f}\sqrt{a^2 + f^2 + 2af\cos\alpha}\sin\alpha\,d\alpha.
\end{aligned}
$$

La valeur du second membre est différente suivant que $a \gtrless f$:

$$
\begin{aligned}
\text{Pour } f < a \ldots \quad & \mathrm{I} = \frac{2}{3} mn \frac{f}{a}, \\
f = a \ldots \quad & \mathrm{I} = \frac{2}{3} mn, \\
f > a \ldots \quad & \mathrm{I} = mn\left(1 - \frac{1}{3}\frac{a^2}{f^2}\right), \\
f = \infty \ldots \quad & \mathrm{I} = mn.
\end{aligned}
$$

Ces diverses circonstances sont indiquées par la courbe ci-jointe (*fig.* 82), construite en prenant pour abscisse f et pour ordonnée I. L'intensité de l'aimantation varie alors proportionnellement à la force magnétique f jusqu'à ce que l'aimantation ait acquis les deux tiers de sa valeur maximum ; après quoi l'intensité de l'aimantation tend vers son maximum d'après une loi hyperbolique.

Fig. 82.



Comme on le voit, cette théorie rend compte de l'existence du maximum de l'aimantation, mais la forme de la courbe qui représente les variations de I n'est pas identique à celle que nous avons trouvée par l'expérience dans le cas du fer doux (*voir* fascicule précédent). Nous ne devons pas en être surpris, car nos hypothèses, imaginées pour expliquer l'aimantation temporaire, ne nous laissent pas prévoir l'existence de l'aimantation résiduelle.

Cette lacune peut être comblée, si l'on admet qu'une molécule, écartée de sa position d'équilibre d'un angle β supérieur à une certaine limite β_0, conserve d'une manière permanente une partie de sa déflexion. Maxwell (¹) a traité la question en admettant que la déflexion permanente est alors $\beta - \beta_0$. En désignant par l la force qui produit la déflexion β_0, il trouve les valeurs suivantes de l'intensité I de l'aimantation temporaire et de l'intensité I′ de l'aimantation résiduelle.

$$\text{Pour } f < l \ldots \left\{ \begin{array}{l} I = \frac{2}{3} mn \frac{f}{a}, \\ I' = 0, \end{array} \right.$$

$$f = l \ldots \left\{ \begin{array}{l} I = \frac{2}{3} mn \frac{a}{l}, \\ I' = 0, \end{array} \right.$$

$$l < f < a. \left\{ \begin{array}{l} I = mn \left[\frac{2}{3} \frac{f}{a} + \left(1 - \frac{l^2}{f^2} \right) \left(\sqrt{1 - \frac{l^2}{a^2}} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{f^2}{a^2} - \frac{l^2}{a^2}} \right) \right. \\ I' = mn \left(1 - \frac{l^2}{a^2} \right) \left(1 - \frac{l^2}{f^2} \right), \end{array} \right.$$

$$f = a \ldots \left\{ \begin{array}{l} I = mn \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{l^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right], \\ I' = mn \left(1 - \frac{l^2}{a^2} \right)^2; \end{array} \right.$$

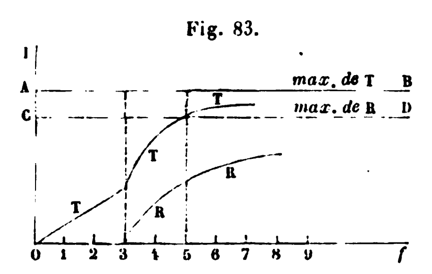
$$f > a \ldots \left\{ \begin{array}{l} I = mn \left[\frac{1}{3} \frac{f}{a} + \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \frac{a}{f} + \frac{(f^2 - l^2)^{\frac{3}{2}}}{6 f^2 a} \right. \\ \qquad \left. - \frac{\sqrt{f^2 - l^2}}{6 f^2 a} (2 f^2 - 3 f a + l^2) \right], \\ I' = \frac{1}{4} mn \left(1 - \frac{l^2}{af} + \sqrt{1 - \frac{l^2}{a^2}} \sqrt{1 - \frac{l^2}{f^2}} \right)^2; \end{array} \right.$$

$$f = \infty \ldots \left\{ \begin{array}{l} I = mn, \\ I' = \frac{1}{4} mn \left(1 + \sqrt{1 - \frac{l^2}{a^2}} \right)^2. \end{array} \right.$$

(¹) MAXWELL, *Electricity and Magnetism*, t. II, p. 79.

Les courbes ci-jointes (*fig.* 83) représentent, d'après Maxwell, les valeurs de I (courbe T) et de I' (courbe R) construites en prenant toujours f pour abscisse et en supposant $l = 3$, $a = 5$. Elles sont très différentes par leurs allures des courbes que nous avons obtenues par l'expérience directe; mais il est juste de remarquer que l'hypothèse qui sert de base au calcul de Maxwell ne peut être considérée comme rigoureusement conforme à la nature des choses. Nous ne savons quel est l'obstacle qui s'oppose au mouvement des molécules ma-

Fig. 83.



gnétiques, et, dans cette ignorance, nous n'avons d'autre ressource que de nous reporter à l'analogie des phénomènes élastiques et magnétiques, si bien confirmée par l'ensemble des expériences. Puisque les plus petites forces appliquées à un corps solide produisent des déformations permanentes, on doit donc aussi admettre que, quelle que soit la déflexion β d'une molécule, elle en conserve une certaine portion β' d'une manière permanente. Pas plus pour le magnétisme que pour l'élasticité, il n'y a jusqu'ici de relation théorique établie entre les phénomènes résiduels et temporaires; il est donc inutile, dans l'état actuel de la Science, de pousser plus loin des calculs du genre de ceux que nous venons d'exposer.

DIAMAGNÉTISME. — L'hypothèse des courants moléculaires peut, ainsi que l'a démontré Weber (¹), rendre compte des phénomènes diamagnétiques si l'on tient compte des phénomènes d'induction. Admettons qu'un corps présente, autour de ses molécules, des espaces parfaitement conducteurs. Quand un courant y sera éveillé par induction, il per-

(¹) W. WEBER, *Pogg. Ann.*, t. LXXXVII, p. 145; 1853.

sistera indéfiniment, puisqu'il n'aura aucune résistance à vaincre et aucun travail à effectuer. Supposons, pour fixer les idées, que les circuits moléculaires ne soient traversés par aucun courant, et que le corps soit subitement placé dans un champ magnétique. Les courants induits qui pourront y prendre naissance circuleront dans le sens opposé à celui que devrait posséder un solénoïde magnétique pour se placer suivant les lignes de force du champ, c'est-à-dire en sens contraire des courants moléculaires d'Ampère, nécessaires à l'explication de l'influence magnétique. Donc une aiguille formée de la substance diamagnétique se placera transversalement aux lignes de force du champ. Quand on viendra ensuite à supprimer le champ magnétique, l'induction se produira en sens contraire et développera des courants induits moléculaires qui neutraliseront exactement les premiers : la substance diamagnétique retournera à l'état neutre.

Il est clair que les phénomènes diamagnétiques doivent se produire dans tous les corps où existent des espaces intermoléculaires parfaitement conducteurs, et par suite, dans les corps magnétiques eux-mêmes. Dans ceux-ci, les espaces intermoléculaires sont parcourus par des courants dont la valeur initiale n'est pas nulle. Supposons qu'elle soit très grande, les phénomènes d'induction pourront devenir négligeables par rapport à l'effet de la rotation des courants moléculaires primitifs et, alors, les phénomènes généraux observés seront ceux du magnétisme. Toutefois, comme l'intensité initiale des courants moléculaires est nécessairement finie et que l'induction est proportionnelle à l'intensité du champ magnétique qui la produit, on peut toujours assigner à l'intensité du champ une valeur assez grande pour que l'intensité des courants induits soit supérieure à l'intensité initiale, et alors le magnétisme induit se changerait en diamagnétisme : la polarité magnétique temporaire, après avoir augmenté jusqu'à une certaine limite, passerait par un maximum et décroîtrait ensuite. Ce décroissement n'a jamais été constaté avec certitude ; mais il est bien clair que, si on le mettait en évidence d'une manière générale, ce serait un argument puissant en faveur de la théorie du diamagnétisme proposée par Weber.

CHAPITRE II.

THÉORIES DE MAXWELL. THÉORIE ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE LA LUMIÈRE.

Hypothèse du déplacement électrique. — Propriétés du déplacement électrique. — Actions électromagnétiques et induction dans les diélectriques. — Équations du champ magnétique. — Équations des courants. — Cas des diélectriques. — Propagation des ondulations dans un diélectrique. — Vitesse de propagation de la lumière. — Relation entre la constante diélectrique et l'indice de réfraction. — Cas des corps conducteurs. — Loi de l'absorption de la lumière. — Essais de théorie de la polarisation rotatoire magnétique.
Hypothèses de Grotthuss et de Clausius relatives à l'électrolyse.

Pour expliquer les phénomènes électriques et magnétiques, nous avons eu recours à la conception d'actions exercées à distance par les molécules de fluides électriques imaginaires. Nous avons interprété les phénomènes lumineux à l'aide des vibrations d'un milieu élastique continu, l'éther, qui pénètre tous les corps et remplit l'espace vide de matière. D'ailleurs, l'expérience de la rotation électromagnétique du plan de polarisation de la lumière nous a révélé l'existence d'une relation entre les phénomènes électromagnétiques et lumineux : il est donc naturel de chercher si les deux sortes de phénomènes ne seraient pas susceptibles d'une interprétation commune : c'est ce qu'a tenté Maxwell ([1]).

Hypothèse du déplacement électrique. — La caractéristique des théories de Maxwell est le rôle prépondérant qu'y jouent

([1]) Maxwell, *A Treatise on electricity and magnetism. Voir* aussi les Notes de M. Potier dans la traduction française de cet Ouvrage.

les diélectriques. Voici les termes dans lesquels ce savant énonce son hypothèse fondamentale à leur égard [1].

« La polarisation électrique d'une partie élémentaire d'un diélectrique consiste en un état contraint dans lequel le milieu se trouve amené par l'action d'une force électromotrice, et qui disparaît quand cette force est supprimée. Nous pouvons concevoir que cet état consiste dans ce que nous appellerons un *déplacement électrique* produit par la force électromotrice. Quand une force électromotrice agit sur un milieu conducteur, elle produit un courant à travers sa masse; mais si le milieu est un non-conducteur ou diélectrique, le courant ne peut s'écouler à travers le milieu, et l'électricité est déplacée à l'intérieur du milieu dans la direction de la force électromotrice; la grandeur de ce déplacement dépend de la grandeur de la force électromotrice, de telle sorte que, quand la force électromotrice augmente ou diminue, le déplacement électrique augmente ou diminue dans le même rapport.

» La grandeur du déplacement est mesurée par la quantité d'électricité qui traverse l'unité de surface, quand le déplacement croît depuis zéro jusqu'à sa valeur actuelle.

» *L'analogie* entre l'action de la force électromotrice pour produire le déplacement et l'action de la force mécanique ordinaire pour produire le déplacement d'un corps élastique est si parfaite que j'ai proposé d'appeler le rapport de la force électromotrice au déplacement électrique correspondant le *coefficient d'élasticité électrique* du milieu. Ce coefficient est différent dans les différents milieux et varie en raison inverse de la capacité spécifique inductive de chaque milieu.

» Les variations du déplacement électrique constituent évidemment des courants électriques. Cependant ces courants ne peuvent exister que pendant la durée du déplacement, et alors, puisque le déplacement ne peut excéder une certaine valeur sans produire la décharge disruptive, ces courants ne peuvent se continuer indéfiniment dans la même direction, comme les courants à travers les conducteurs....

» *Quoi que puisse être l'électricité et quelque chose qu'il faille entendre par mouvement de l'électricité*, le phénomène

---

(1) *Loc. cit.*, p. 60 et 64.

que nous avons appelé *déplacement électrique* est un mouvement d'électricité, en attachant à cette expression le même sens que quand on dit que le transport d'une certaine quantité d'électricité dans un fil est un mouvement d'électricité; la seule différence est que, dans un diélectrique, une force que nous avons nommée *élasticité électrique* s'oppose au déplacement et ramène l'électricité en arrière quand la force électromotrice est supprimée; tandis que dans le fil conducteur l'élasticité électrique est constamment vaincue, de telle sorte qu'il se produit un courant de conduction, et que la résistance dépend, non de la quantité d'électricité déplacée de sa position d'équilibre, mais de la quantité qui traverse une section du conducteur dans un temps donné. »

Telles sont les hypothèses fondamentales de Maxwell. Pour les traduire analytiquement, désignons par $\mathfrak{D}$ le déplacement, par $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{h}$ ses composantes parallèles à trois axes de coordonnées, par V le potentiel électrostatique, par F la force électrique rapportée à l'unité d'électricité ou force électromotrice, par K la constante diélectrique du milieu que l'on considère. On a, d'après Maxwell,

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{D} &= \frac{K}{4\pi}F,\\ \mathfrak{f} &= -\frac{K}{4\pi}\frac{\partial V}{\partial x},\\ \mathfrak{g} &= -\frac{K}{4\pi}\frac{\partial V}{\partial y},\\ \mathfrak{h} &= -\frac{K}{4\pi}\frac{\partial V}{\partial z}. \end{aligned}\right.$$

D'après la définition de Maxwell, le déplacement électrique $\mathfrak{D}$ est donc *une nouvelle quantité physique* dont les dimensions sont celles de F, puisque la constante diélectrique K est un nombre abstrait. F est une force rapportée à l'unité d'électricité; les dimensions de $\mathfrak{D}$ sont donc

$$\frac{MLT^{-2}}{M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}} = M^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}T^{-2},$$

et coïncident avec les dimensions d'une densité électrique,

$$\frac{M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}}{L^2} = M^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}T^{-2}.$$

Ce n'est donc qu'à la faveur d'une comparaison de formules que Maxwell rapproche le *déplacement électrique* produit sous l'influence d'une *force électrique* du *déplacement des molécules matérielles* d'un corps élastique, sous l'influence d'une *force mécanique*. Ce serait prendre à contresens l'hypothèse de Maxwell, que de voir dans le déplacement électrique un accroissement des coordonnées des molécules du diélectrique ou d'un fluide qui le pénètre, s'exécutant dans le sens des lignes de force : il se peut que le mécanisme de la déformation du diélectrique soit tout différent, et nous savons en effet que Maxwell, avec Faraday, considère le diélectrique comme tendu dans le sens des lignes de force et comprimé transversalement, ce qui ne saurait être le cas d'un fluide soumis à l'action d'une force mécanique, c'est-à-dire d'une pression ([1]).

Le *coefficient d'élasticité électrique* de Maxwell est un nombre abstrait et a pour valeur

$$\frac{F}{\mathfrak{D}} = \frac{4\pi}{K}.$$

PROPRIÉTÉS DU DÉPLACEMENT ÉLECTRIQUE. — En un point quelconque d'un conducteur électrisé, le déplacement est normal à la surface. Remarquons qu'on a d'une manière générale pour exprimer la densité μ à la surface d'un conducteur la relation

$$\mu = \frac{K}{4\pi}F,$$

et par suite, d'après (1),

$$(2) \qquad \mathfrak{D} = \mu.$$

Le déplacement est donc égal à la densité électrique. Si μ

([1]) *Voir* au Chapitre des Milieux diélectriques, 1er fasc., t. IV de cet Ouvrage.

est positif le déplacement est dirigé vers l'intérieur du diélectrique, si μ est négatif le déplacement est dirigé vers l'intérieur du conducteur.

Le flux d'induction électrostatique à travers une surface fermée, à l'intérieur de laquelle se trouve une quantité M d'électricité libre, a pour valeur

$$\int -K\frac{\partial V}{\partial x}dS = 4\pi M,$$

ou encore

$$\int \omega\, dS = M.$$

Le *déplacement intégral* à travers une surface fermée S, évalué suivant la direction extérieure de la normale, a pour valeur la quantité d'électricité M enfermée dans cette surface. Puisque le déplacement est considéré comme un mouvement électrique réel, on peut dire que c'est la quantité d'électricité M pénétrant à l'intérieur de la surface qui a chassé à travers cette surface et poussé à l'extérieur une quantité d'électricité égale. L'équation (3) peut donc être considérée comme exprimant que *l'électricité est incompressible.*

Nous savons qu'on ne peut produire une charge positive sur un conducteur A sans qu'une charge négative égale apparaisse soit sur d'autres parties du conducteur A, soit sur d'autres conducteurs B, C, ... Si donc il se produit une variation quelconque de l'état électrique des conducteurs placés dans le milieu diélectrique que nous considérons, le milieu sera le siège d'un mouvement électrique, tel que l'électricité n'éprouvera ni compression, ni dilatation; et si la charge de A augmente tandis que celle de B diminue, tout se passe comme si une masse d'électricité égale à la charge ajoutée à A s'était écoulée de B sur A à travers le milieu.

On comprend donc que dans la théorie de Maxwell il n'y a plus de courants ouverts, puisque l'hypothèse du déplacement électrique consiste précisément à fermer ces courants à travers le diélectrique.

ACTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES ET INDUCTION DANS LES DIÉLECTRIQUES. — Jusqu'ici le déplacement n'est qu'une pure con-

ception analytique, et, si l'on s'en tient aux phénomènes électrostatiques, on peut dire que la théorie de Maxwell introduit il est vrai des définitions nouvelles, mais n'implique à proprement parler aucune hypothèse. Il n'en est pas de même quand on veut étendre cette théorie aux actions électromagnétiques. Maxwell admet, et c'est là une hypothèse bien hardie, sinon purement gratuite, que les *courants de déplacement* exercent les mêmes actions électromagnétiques que les *courants de conduction*, et par suite aussi qu'ils obéissent aux lois de l'induction. Cela posé, si un diélectrique se trouve placé dans un champ magnétique variable, la force électromotrice totale F en un point quelconque du diélectrique a une double origine : elle comprend deux termes, l'un $F_1 = -\frac{\partial V}{\partial n}$ provenant des masses électriques fixes contenues dans le champ, l'autre F_2 provenant de l'induction. Le déplacement électrique conserve son expression générale (1)

$$(1) \qquad \mathfrak{D} = \frac{K}{4\pi} F.$$

Cherchons ce que devient cette expression quand on emploie le système d'unités électromagnétiques. Soit d le déplacement évalué dans ce nouveau système; le déplacement devant conserver les dimensions d'une densité électrique, c'est-à-dire celles d'une quantité d'électricité divisée par le carré d'une longueur, on a entre les valeurs numériques d'un même déplacement concret dans les deux systèmes électromagnétique et électrostatique la relation

$$(4) \qquad \frac{d}{\mathfrak{D}} = \frac{1}{v},$$

v désignant le rapport de l'unité électromagnétique à l'unité électrostatique de quantité d'électricité.

D'autre part, soit E la valeur numérique, dans le système électromagnétique, d'une force électromotrice dont la valeur est F dans le système électrostatique; on a

$$(4 \textit{ bis}) \qquad \frac{E}{F} = v.$$

Substituant à $\mathcal{D}$ et F dans l'équation (1) leurs valeurs tirées des équations (4) et (4 *bis*), on trouve

$$d = \frac{K}{4\pi v^2} E$$

ou, posant pour abréger

(5) $$k = \frac{K}{v^2},$$

(6) $$d = \frac{k}{4\pi} E = \frac{k}{4\pi}(E_1 + E_2).$$

E_1, E_2 représentent respectivement les forces électromotrices d'induction dues aux masses d'électricité en repos et aux variations du champ magnétique.

ÉQUATIONS DU CHAMP MAGNÉTIQUE. — Nous allons chercher l'expression générale de la force électromotrice d'induction E_2.

Considérons un champ magnétique à l'intérieur d'un corps dont le *coefficient d'induction magnétique* ou de *perméabilité* est μ. Quand on supprime le champ, c'est-à-dire que l'on réduit à zéro le flux d'induction magnétique qui traversait un circuit fermé placé dans le champ, il se développe un courant induit. La force électromotrice d'induction produite peut être considérée comme la résultante de forces électromotrices appliquées individuellement à chacun des éléments du circuit; en désignant par J la force électromotrice rapportée à l'unité de longueur qui agit en un point P, par ε l'angle de l'élément de courant ds avec la direction de cette force électromotrice, la force électromotrice totale est

$$\int J\, ds \cos\varepsilon.$$

La force électromotrice J peut d'ailleurs être considérée comme une fonction des coordonnées x, y, z; soient F, G, H ses composantes parallèles aux axes de coordonnées, on a

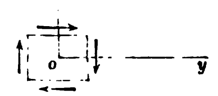
(7) $$\left\{\begin{aligned} \cos\varepsilon &= \frac{dx}{ds}\frac{F}{J} + \frac{dy}{ds}\frac{G}{J} + \frac{dz}{ds}\frac{H}{J}, \\ \int J\, ds \cos\varepsilon &= \int \left(F\frac{dx}{ds} + G\frac{dy}{ds} + H\frac{dz}{ds}\right) ds. \end{aligned}\right.$$

D'autre part, soient X, Y, Z les composantes de la force magnétique et considérons une surface S limitée au contour du circuit. Soient α, β, γ les angles de la normale à la surface avec la force magnétique. L'induction totale à travers le circuit est, en désignant par μ le coefficient d'induction ou de perméabilité magnétique,

$$\mu\int(X\alpha+Y\beta+Z\gamma)\,dS.$$

Nous nous proposons de déterminer les relations qui existent entre la force électromotrice J et l'induction magnétique.

Fig. 84.



Pour cela, considérons un circuit rectangulaire infiniment petit (*fig.* 84), situé dans le plan des yz et ayant son centre à l'origine. En désignant par G_1 et G_2 les valeurs de la composante G sur les côtés horizontaux du rectangle, par G_0 sa valeur à l'origine, on a

$$G_1=G_0+\frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial z}dz,$$

$$G_2=G_0-\frac{1}{2}\frac{\partial G}{\partial z}dz,$$

d'où

$$G_1 dy-G_2 dy=\frac{\partial G}{\partial z}dz\,dy\,;$$

on trouvera de même pour les côtés verticaux

$$-H_1 dz+H_2 dz=-\frac{\partial H}{\partial y}dy\,dz$$

et, par suite,

$$\int J\,ds\cos\varepsilon=\int\left(F\frac{dx}{ds}+G\frac{dy}{ds}+H\frac{dz}{ds}\right)ds=\left(\frac{\partial G}{\partial z}-\frac{\partial H}{\partial y}\right)dy\,dz$$

Cette quantité doit être égale à

$$\mu\int(X\alpha+Y\beta+Z\gamma)\,dS\,;$$

or

$$\beta = 0, \qquad \gamma = 0, \qquad \alpha = 1, \qquad dS = dy\,dz,$$

et l'intégrale se réduit à

$$\mu X\,dy\,dz.$$

Ainsi

$$\mu X = \frac{\partial G}{\partial z} - \frac{\partial H}{\partial y}. \tag{8}$$

On trouvera de même

$$\left\{\begin{aligned} \mu Y &= \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\partial F}{\partial z}, \\ \mu Z &= \frac{\partial F}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial x}, \end{aligned}\right. \tag{8 bis}$$

Ces relations sont générales, et, dans l'hypothèse de Maxwell, s'appliquent aussi bien au cas d'un diélectrique qu'au cas d'un conducteur.

Si, au lieu de considérer un champ constant que l'on supprime brusquement, on considère un champ magnétique variable et que l'on désigne par P, Q, R les composantes de la force électromotrice d'induction E_2 à un moment donné, que nous nous proposions d'évaluer, on a évidemment

$$P\,dt = -\frac{\partial F}{\partial t}\,dt,$$

$$Q\,dt = -\frac{\partial G}{\partial t}\,dt,$$

$$R\,dt = -\frac{\partial H}{\partial t}\,dt$$

ou

$$\left\{\begin{aligned} P &= -\frac{\partial F}{\partial t}, \\ Q &= -\frac{\partial G}{\partial t}, \\ R &= -\frac{\partial H}{\partial t}. \end{aligned}\right. \tag{9}$$

P, Q, R comme F, G, H se rapportent à l'unité de longueur du circuit. Toutes ces quantités sont exprimées en mesure électromagnétique.

ÉQUATIONS DES COURANTS. — Le champ magnétique que nous considérons est le siège de courants distribués d'une manière continue, mais d'ailleurs quelconque. Nous désignerons par u, v, w les composantes du courant au point x, y, z, estimées suivant les trois axes et rapportées à l'unité de surface. A travers un rectangle $dy\,dz$, l'intensité totale du courant est $u\,dy\,dz$. Un pôle magnétique qui fait un tour complet au tour du courant en se déplaçant le long des côtés du rectangle est soumis à des forces dont le travail total est $4\pi u\,dy\,dz$. D'autre part, en désignant par X, Y, Z les composantes de la force magnétique, on reconnaît sans peine que ce travail est $\left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right) dy\,dz$. On a donc

$$(10)\qquad \left\{\begin{aligned} 4\pi u &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y},\\ 4\pi v &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z},\\ 4\pi w &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}.\end{aligned}\right.$$

Ces équations sont applicables aussi bien aux courants de déplacement qu'aux courants de conduction, puisque, d'après Maxwell, les deux sortes de courant exercent les mêmes actions électromagnétiques.

CAS DES DIÉLECTRIQUES. — Soient u_1, v_1, w_1 les composantes d'un courant de déplacement, f, g, h les composantes du déplacement d; on a par définition

$$(11)\qquad \left\{\begin{aligned} u_1 &= \frac{\partial f}{\partial t},\\ v_1 &= \frac{\partial g}{\partial t},\\ w_1 &= \frac{\partial h}{\partial t}.\end{aligned}\right.$$

Désignons par ψ la fonction qui, dans le système électromagnétique, remplace le potentiel électrostatique V, c'est-à-dire dont les dérivées changées de signe donnent les composantes de la force électromotrice E_1. Les composantes P, Q, R de E_2 ayant respectivement pour valeurs $-\frac{\partial F}{\partial t}$, $-\frac{\partial G}{\partial t}$, $-\frac{\partial H}{\partial t}$, on a, d'après l'équation (6),

$$(12)\quad \left\{\begin{aligned} f &= -\frac{k}{4\pi}\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial t}\right),\\ g &= -\frac{k}{4\pi}\left(\frac{\partial\psi}{\partial y}+\frac{\partial G}{\partial t}\right),\\ h &= -\frac{k}{4\pi}\left(\frac{\partial\psi}{\partial z}+\frac{\partial H}{\partial t}\right).\end{aligned}\right.$$

On a d'ailleurs [équations (10)]

$$(10\ bis)\quad \left\{\begin{aligned} 4\pi u_1 &= \frac{\partial Y}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial y},\\ 4\pi v_1 &= \frac{\partial Z}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial z},\\ 4\pi w_1 &= \frac{\partial X}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial x}.\end{aligned}\right.$$

Entre les équations (8), (10 *bis*), (11) et (12) on peut éliminer f, g, h, u_1, v_1, w_1, X, Y, Z. Posant, pour abréger,

$$(13)\quad \Theta = \frac{\partial F}{\partial x}+\frac{\partial G}{\partial y}+\frac{\partial H}{\partial z},$$

on obtient finalement

$$(14)\quad \left\{\begin{aligned} \mu k\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial F}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)+\frac{\partial\Theta}{\partial x}-\Delta F &= 0,\\ \mu k\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial G}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)+\frac{\partial\Theta}{\partial y}-\Delta G &= 0,\\ \mu k\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\right)+\frac{\partial\Theta}{\partial z}-\Delta H &= 0.\end{aligned}\right.$$

Si l'on prend les dérivées partielles des équations (14) et qu'on les ajoute, il vient

$$(15)\qquad \mu k \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} + \Delta\psi\right) = 0.$$

PROPAGATION DES ONDULATIONS DANS UN DIÉLECTRIQUE. — Le potentiel ψ se rapportant aux masses électriques invariables est indépendant du temps, et l'équation (15) se réduit à

$$(15\ bis)\qquad \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = 0.$$

Θ n'est donc pas une fonction périodique du temps, c'est une fonction linéaire du temps ou une quantité indépendante du temps, ou enfin une quantité identiquement nulle.

Dans ce dernier cas, que nous examinerons seul, les équations (14) représentent un phénomène périodique. En posant

$$(16)\qquad \Theta = 0,$$

elles se réduisent à

$$(17)\qquad \begin{cases} k\mu \dfrac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \Delta F = 0, \\ k\mu \dfrac{\partial^2 G}{\partial t^2} - \Delta G = 0, \\ k\mu \dfrac{\partial^2 H}{\partial t^2} - \Delta H = 0. \end{cases}$$

En particulier, supposons qu'une perturbation électromagnétique se produise d'une manière périodique dans un plan perpendiculaire à l'axe des z, de telle sorte que toutes les quantités que nous avons à considérer ne soient des fonctions que de z et de t seulement. Les équations (8)* se réduisent à

$$(18)\qquad \begin{cases} \mu X = \dfrac{\partial G}{\partial z}, \\ \mu Y = -\dfrac{\partial F}{\partial z}, \\ Z = 0, \end{cases}$$

les équations (10 *bis*) à

$$\left\{\begin{aligned} 4\pi u_1 &= \frac{\partial Y}{\partial z}, \\ 4\pi v_1 &= -\frac{\partial X}{\partial z}, \\ w_1 &= 0, \end{aligned}\right.$$

ou, d'après (18), à

$$(19)\qquad \left\{\begin{aligned} 4\pi u_1 &= -\frac{1}{\mu}\frac{\partial F^2}{\partial z^2}, \\ 4\pi v_1 &= -\frac{1}{\mu}\frac{\partial^2 G}{\partial z^2}, \\ w_1 &= 0 \end{aligned}\right.$$

D'autre part les équations (11) et (12) donnent

$$u_1 = -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x}\right),$$

ou, puisque ψ n'est pas une fonction du temps,

$$(20)\qquad \left\{\begin{aligned} u_1 &= -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial^2 F}{\partial t^2}, \\ v_1 &= -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial^2 G}{\partial t^2}, \\ w_1 &= -\frac{k}{4\pi}\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}, \end{aligned}\right.$$

De la comparaison de (19) et (20), il résulte, en posant

$$(21)\qquad V = \frac{1}{\sqrt{k\mu}},$$

$$(22)\qquad \left\{\begin{aligned} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} &= V^2\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} &= V^2\frac{\partial^2 G}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned}\right.$$

Les intégrales de ces équations sont

$$(23) \quad \begin{cases} F = f_1(z - Vt) + f_2(z + Vt), \\ G = \varphi_1(z - Vt) + \varphi_2(z + Vt), \\ H = A + Bt, \end{cases}$$

dans lesquelles f_1, f_2, φ_1, φ_2 sont des fonctions arbitraires, A et B des constantes.

Examinons la signification des équations (23). La valeur de F, par exemple, se compose de deux parties : l'une $f_1(z - Vt)$, reprend les mêmes valeurs quand on fait successivement $z = 0$, $t = 0$; $z = V$, $t = 1$; $z = 2V$, $t = 2$, ..., c'est-à-dire que la perturbation électromagnétique considérée se propage dans la direction de l'axe des z avec une vitesse V. La deuxième partie de F représente de même une perturbation qui se propage en sens inverse de l'axe des z avec une vitesse V. Il en est de même pour G. Une perturbation magnétique constituée par une onde plane donne donc deux ondes planes qui se propagent en sens inverse, perpendiculairement au plan de la perturbation et avec une vitesse V commune.

Si l'on a F ou G = 0 d'une manière permanente à l'origine, l'onde est polarisée et la perturbation se propage en restant parallèle à elle-même, c'est-à-dire que le plan de polarisation se conserve. Si les valeurs de F, à l'origine, sont de la forme

$$(24) \quad F = A \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

elles varieront d'après la même loi en tous les points de l'axe des z. En d'autres termes, les perturbations électromagnétiques que nous considérons se propagent *comme la lumière*.

VITESSE DE PROPAGATION DE LA LUMIÈRE. — On a

$$(25) \quad V = \frac{1}{\sqrt{k\mu}}.$$

En particulier, pour un diélectrique dans lequel le coefficient de perméabilité magnétique μ est égal à 1,

$$V = \frac{1}{\sqrt{k}}.$$

Mais, d'après l'équation (5), p. 211*,

$$(5) \qquad k = \frac{K}{v^2};$$

dans le cas particulier du vide, K = 1 et

$$(26) \qquad V = \frac{1}{\sqrt{k}} = v;$$

or, nous avons vu précédemment ([1]) que la valeur de v est sensiblement de 3.10^{10} centimètres par seconde. La vitesse V de propagation des perturbations électromagnétiques se confond donc avec la vitesse de la lumière.

Il nous est donc loisible de considérer la lumière elle-même comme résultant de perturbations électromagnétiques périodiques telles que celles que nous venons d'étudier.

RELATION ENTRE LA CONSTANTE DIÉLECTRIQUE ET L'INDICE DE RÉFRACTION. — S'il en est ainsi, remarquons que l'indice de réfraction n d'un diélectrique étant égal au rapport de la vitesse de la lumière dans le vide et dans ce corps, on doit avoir

$$(27) \qquad n = \frac{V}{V'} = \sqrt{\frac{k'}{k}} = \sqrt{K'},$$

puisque la constante diélectrique K du vide est égale à l'unité. Les indices de réfraction des diélectriques dont la perméabilité magnétique se confond avec l'unité devraient donc être égaux aux racines carrées de leurs constantes diélectriques. Une théorie plus approfondie montre que la même relation devrait être applicable aux indices principaux des corps cristallisés.

Les Tableaux suivants reproduisent, pour les diélectriques transparents, les valeurs des constantes diélectriques K données dans une autre partie de cet Ouvrage, et l'on a mis en regard les valeurs de $\sqrt{K}$ et de l'indice n évalué pour la raie D. Une dernière colonne donne le rapport $\frac{\sqrt{K}}{n}$, qui devrait être égal à 1.

Solides.

Substance.	K.	$\sqrt{K}$.	n.	$\frac{\sqrt{K}}{n}$
Verre	3,343	1,829	1,529	1,196
Paraffine	1,977	1,406	1,422	0,989
Quartz, suivant l'axe	4,55	2,134	1,559	1,369
Quartz, normal à l'axe	4,49	2,119	1,550	1,367
Spath, suivant l'axe	8,03	2,834	1,491	1,901
Spath, normal à l'axe	8,48	2,912	1,668	1,746
Soufre	3,811	1,952	1,950	1,001
	3,970	1,992	2,038	0,978
	4,773	2,185	2,240	0,975
Sel gemme	5,85	2,419	1,544	1,567
Alun	6,4	2,530	1,456	1,738
Fluorine	6,8	2,608	1,434	1,818

Liquides.

Éther	4,302	2,074	1,357	1,528
Sulfure de carbone	2,490	1,528	1,636	0,964
Benzine	2,290	1,513	1,501	1,008

Gaz (d'après Boltzmann).

Air	1,000590	1,000295	1,000294
Acide carbonique	1,000946	1,000473	1,000449
Hydrogène	1,000264	1,000132	1,000138
Oxyde de carbone	1,000690	1,000345	1,000340
Protoxyde d'azote	1,000984	1,000492	1,000503
Éthylène	1,001312	1,000656	1,000678
Formène	1,000944	1,000472	1,000443

La relation de Maxwell paraît vérifiée pour les gaz; elle ne s'écarte pas trop de la vérité pour quelques liquides isolants tels que le sulfure de carbone ou la benzine; mais en ce qui concerne les corps solides il n'y a aucune concordance entre les valeurs de $\sqrt{K}$ et de n. Tout au plus remarque-t-on que, pour les corps cristallisés, les indices principaux d'un

même corps se trouvent rangés dans le même ordre que les constantes diélectriques correspondantes.

Il faut certainement faire une large part à l'incertitude des méthodes employées pour déterminer K, à l'influence de traces de matières conductrices mêlées aux liquides isolants, enfin à l'effet de la couche superficielle conductrice qui revêt le plus souvent la surface des diélectriques solides. Toutefois on ne peut plus considérer aujourd'hui la relation de Maxwell comme directement applicable aux liquides imparfaitement isolants, ou aux diélectriques solides. On remarquera d'ailleurs que la théorie ci-dessus exposée ne prévoit pas le phénomène de la dispersion, c'est-à-dire de la variabilité de l'indice avec la couleur, puisque l'on y considère la constante diélectrique d'un milieu quelconque comme une constante.

CAS DES CORPS CONDUCTEURS. — LOI DE L'ABSORPTION DE LA LUMIÈRE. — Désignons par c le coefficient de conductibilité d'un corps conducteur. La loi d'Ohm fournit pour les composantes u_2, v_2, w_2 du courant la relation

$$(28)\quad \begin{cases} u_2 = -c\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial x} + \dfrac{\partial F}{\partial t}\right), \\ v_2 = -c\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial y} + \dfrac{\partial G}{\partial t}\right), \\ w_2 = -c\left(\dfrac{\partial\psi}{\partial z} + \dfrac{\partial H}{\partial t}\right). \end{cases}$$

Ces équations, combinées avec

$$(29)\quad \begin{cases} 4\pi u_2 = \dfrac{\partial Y}{\partial z} - \dfrac{\partial Z}{\partial y}, \\ 4\pi v_2 = \dfrac{\partial Z}{\partial x} - \dfrac{\partial X}{\partial z}, \\ 4\pi w_2 = \dfrac{\partial X}{\partial y} - \dfrac{\partial Y}{\partial x} \end{cases}$$

et avec les équations (8), donnent par l'élimination de u_2, v_2, w_2,

X, Y, Z, et en posant toujours,

$$\Theta = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z}, \tag{13}$$

$$\left\{\begin{aligned} &4\pi c\mu\left(\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial \Theta}{\partial x} - \Delta F = 0, \\ &4\pi c\mu\left(\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y}\right) + \frac{\partial \Theta}{\partial y} - \Delta G = 0, \\ &4\pi c\mu\left(\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z}\right) + \frac{\partial \Theta}{\partial z} - \Delta H = 0. \end{aligned}\right. \tag{30}$$

En suivant la même marche que pour les diélectriques, on obtient, au lieu des équations (17), les suivantes

$$\left\{\begin{aligned} &4\pi c\frac{\partial F}{\partial t} + k\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}, \\ &4\pi c\frac{\partial G}{\partial t} + k\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 G}{\partial z^2}, \\ &4\pi c\frac{\partial H}{\partial t} + k\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}. \end{aligned}\right. \tag{31}$$

On peut satisfaire à ces équations en posant

$$\left\{\begin{aligned} &F = e^{-pz}\cos(nt - qz), \\ &G = 0, \\ &H = 0, \end{aligned}\right. \tag{32}$$

avec

$$\left\{\begin{aligned} q^2 - p^2 &= kn^2, \\ 2pq &= 4\pi cn. \end{aligned}\right. \tag{33}$$

D'après ces formules, l'intensité de la lumière qui traverse le milieu conducteur considéré décroît en progression géométrique quand l'épaisseur traversée croît en progression arithmétique. Nous retrouvons ainsi qualitativement la loi d'absorption démontrée antérieurement par l'expérience ([1]).

([1]) *Voir*, au 3e fascicule du t. III, le Chapitre de *l'absorption de la lumière*.

La vitesse V de propagation de l'onde est, d'après (32),

$$V = \frac{n}{q}; \tag{34}$$

cette équation, combinée avec la dernière équation (33), donne

$$p = 2\pi c V. \tag{35}$$

Le coefficient d'absorption serait donc, à vitesse de propagation égale, proportionnel à la conductibilité. Il en résulte qu'un corps bon conducteur doit être opaque sous une assez faible épaisseur, tandis que les corps isolants seront transparents, ce qui, d'une manière générale, paraît conforme à la réalité. Il faut cependant excepter les électrolytes qui sont aussi transparents que des diélectriques, mais dont le mode de conductibilité diffère essentiellement de celui qui appartient aux métaux.

On peut essayer d'aller plus loin et comparer les valeurs de p données par la formule (35) et par l'expérience directe. C'est ce qu'avait déjà essayé de faire Maxwell et ce qu'a tenté plus récemment M. Wien ([1]). Ce dernier savant a employé des lames minces de platine, de fer, d'or ou d'argent déposées chimiquement à la surface du verre, et il a mesuré, à l'aide d'une sorte de bolomètre, la quantité de chaleur que ces lames laissent passer quand elles sont soumises à l'action d'une même radiation incidente, émise par un bec Bunsen. Par exemple, pour l'une des lames d'argent de M. Wien (épaisseur $3,96.10^{-6}$ centimètres) la formule (35) donnerait

$$e^{-2pz} = \frac{1}{17.10^{372}};$$

en tenant compte des pertes dues à la réflexion sur les deux faces du verre, on trouve expérimentalement

$$e^{-2pz} = 0,141.$$

([1]) Wien, *Wiedemann's Annalen*, t. XXXV, p. 48; 1888; *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 594.

La théorie de Maxwell supposerait donc les métaux incomparablement plus opaques qu'ils ne le sont en réalité.

POLARISATION ROTATOIRE MAGNÉTIQUE. — Il semble que le phénomène qui devrait le plus aisément être expliqué par une théorie électromagnétique de la lumière, ce serait celui de la polarisation rotatoire magnétique. Toutefois Maxwell ne parvient à cette interprétation que par une hypothèse nouvelle, celle des *tourbillons moléculaires;* il admet que les molécules matérielles sont le siège de mouvements de rotation dont l'axe est parallèle aux forces magnétiques; les déplacements qui en résultent dans le milieu se combinent avec ceux que nous avons déjà considérés et ont pour effet de produire la rotation du plan de polarisation de la lumière.

M. Rowland [1] arrive aux mêmes résultats par une interprétation particulière du phénomène de Hall. M. Rowland considère ce phénomène comme le résultat d'une force électromotrice qui s'exerce d'une manière permanente dans un champ magnétique, soit dans le sens de l'action électromagnétique ou en sens contraire de cette action : il est naturel d'admettre qu'il y a proportionnalité entre les deux sortes de force. Désignons par A, B, C les composantes de la force électromotrice de Hall : les équations (9) doivent être remplacées par

$$(37)\quad \left\{ \begin{aligned} P &= -\frac{\partial F}{\partial t} + A, \\ Q &= -\frac{\partial G}{\partial t} + B, \\ R &= -\frac{\partial H}{\partial t} + C. \end{aligned} \right.$$

Il faut ensuite exprimer que la force électromotrice de Hall est en chaque point du champ égale à la force électromagnétique, multipliée par un coefficient γ positif ou négatif, caractéristique du milieu, et que nous supposerons très petit. On obtient ainsi les valeurs de A, B, C en fonction de X, Y, Z et, par conséquent, de F, G, H. Un calcul analogue à ceux que nous avons développés ci-dessus permettra d'éliminer A, B, C.

---

(1) ROWLAND, *Philosophical Magazine*, 5e série, t. IX, p. 432; 1880.

les composantes des courants et des déplacements. On obtient pour une onde plane se propageant suivant l'axe des z dans un champ magnétique uniforme

$$(38)\quad \begin{cases} k\mu\left(\dfrac{\partial^2 F}{\partial t^2} + \dfrac{\gamma Z}{4\pi\mu}\dfrac{\partial^3 G}{\partial z^2 dt}\right) = \dfrac{\partial^2 F}{\partial z^2}, \\ k\mu\left(\dfrac{\partial^2 G}{\partial t^2} + \dfrac{\gamma Z}{3\pi\mu}\dfrac{\partial^3 F}{\partial z^2 dt}\right) = \dfrac{\partial^2 G}{\partial z^2}. \end{cases}$$

Ces équations admettent une solution de la forme

$$(39)\quad \begin{cases} F = r\cos(pt - qz)\cos mz, \\ G = r\cos(pt - qz)\sin mz; \end{cases}$$

r est une constante, et l'on a

$$(40)\quad \begin{cases} k\mu(p^2 + m^2) - q^2\left(1 + \gamma\dfrac{mZk}{4\pi}\right) = 0, \\ 2m\mu - \gamma\dfrac{Zq^2}{4\pi}, \end{cases}$$

d'où

$$(41)\quad \begin{cases} m = \dfrac{8}{2m}\dfrac{Zq^2}{4\pi}, \\ V = \dfrac{p}{q} = \dfrac{1}{\sqrt{k\mu}}\sqrt{1 + \dfrac{mZk}{8\pi}}. \end{cases}$$

Les équations (39) représentent une force électromotrice normale à l'axe des z et qui fait avec cet axe un angle mz proportionnel à la distance à l'origine. Dans notre manière de voir, elles représentent une onde polarisée se propageant avec la vitesse V et dont le plan de polarisation tourne proportionnellement à l'épaisseur du milieu traversé. La durée de vibration est $T = \dfrac{2\pi}{p}$ et la longueur d'onde $\lambda = \dfrac{2\pi}{q}$.

En introduisant γ dans les équations (37), il vient

$$(42)\quad \begin{cases} m = \gamma\dfrac{\pi Z}{2\mu\lambda^2}, \\ V = \dfrac{1}{\sqrt{k\mu}}\sqrt{1 + \dfrac{k\mu m^2\lambda^2}{4\pi^2}}. \end{cases}$$

De ces équations, il résulte que la rotation du plan de polarisation est proportionnelle à la composante de la force magnétique dans la direction de la progagation. Cette loi a été énoncée par Verdet, mais on a vu que d'après M. Kundt elle n'est pas applicable au fer. En ce qui concerne le signe de la rotation, il dépendrait du signe de $\frac{\gamma}{\mu}$. On ne possède actuellement aucune règle générale déterminant le signe de la rotation d'après le signe de μ (corps magnétiques ou diamagnétiques). Ainsi M. Kundt a trouvé que le fer présente une rotation négative, comme les métaux diamagnétiques. Or le fer donne une valeur de γ positive, les métaux diamagnétiques des valeurs de γ négatives. La règle déduite du calcul de M. Rowland est donc en défaut.

Il résulterait aussi des formules (42) que la vitesse de propagation est augmentée pour tous les corps, dans les conditions où la rotation électromagnétique du plan de polarisation se produit. Cet effet n'a jamais été observé.

Enfin la valeur de m varie en raison inverse du carré de la longueur d'onde. C'est la loi expérimentale approchée, démontrée précédemment ([1]). Nous avons vu qu'elle s'écarte notablement de la réalité pour les corps fortement magnétiques.

Au reste nous avons vu combien le phénomène de Hall paraît compliqué : il semble qu'on doive renoncer pour le moment à en tirer parti en vue de l'extension de la théorie électromagnétique de la lumière.

Cette curieuse théorie n'est d'ailleurs visiblement qu'ébauchée, et l'on doit avouer que les diverses tentatives faites depuis Maxwell pour la compléter ou l'éclaicir n'ont levé que très partiellement les difficultés assez nombreuses qu'elle soulève.

HYPOTHÈSES DE GROTTHUSS ET DE CLAUSIUS RELATIVES A L'ÉLECTROLYSE. — Les théories qui précèdent ne nous apprennent rien de la manière dont agit l'électricité pour provoquer les décompositions électrolytiques. On n'a, à cet égard, que

---

([1]) *Voir*, au 3e fascicule de ce Volume, le Chapitre de la *polarisation rotatoire magnétique*.

des idées un peu vagues, sans lien avec les théories précédentes.

L'hypothèse suivante, due à Grotthuss [1], est généralement adoptée. Imaginons qu'un courant traverse un électrolyte, par exemple du sulfate de cuivre. Ce sel se sépare en cuivre qui apparaît au pôle négatif N et radical SO^4 dont les éléments se retrouvent autour du pôle positif P. Imaginons que la molécule de sulfate de cuivre est naturellement à l'état neutre, mais que le cuivre est électrisé positivement, le radical négativement. L'action d'une force électromotrice doit polariser l'électrolyte comme un diélectrique, c'est-à-dire que, dans chaque molécule, le cuivre devra se présenter dans la direction du courant, le radical dans la direction inverse, ainsi que le montre le schéma ci-joint :

$$\begin{array}{ccccccc} N\,Cu & \mid & SO^4Cu & \mid & SO^4Cu & \mid & SO^4P \\ -\;+ & & -\;+ & & -\;+ & & -\;+ \end{array}$$

Cette polarisation suffit à expliquer le passage d'une certaine quantité d'électricité à travers les conducteurs, et la capacité considérable des électrodes d'un voltamètre.

Si maintenant on veut admettre qu'un courant permanent s'établit, il est nécessaire que les molécules de sel se séparent, puisque nous supposons que l'électricité est invariablement liée à leurs éléments constituants. L'expérience prouve que le métal libre apparaît alors à l'électrode négative et le radical à l'électrode positive sans que la masse de l'électrolyte intermédiaire paraisse autrement altérée. Il faut donc que toutes les molécules polarisées aient été dissociées, puis se soient rejointes tout le long de la chaîne de Grotthuss, comme le représente le schéma

$$\begin{array}{ccccc} N\,\underbrace{Cu\,Cu} & \mid & SO^4Cu & \mid & \underbrace{SO^4SO^4}\,P. \\ -\;+ & & -\;+ & & -\;+ \end{array}$$

Aux deux extrémités, l'électricité portée par les éléments Cu et SO^4 s'est dégagée ou plutôt recombinée avec d'égales

---

[1] Grotthuss, *Physikalisch-chemische Forschungen*, p. 115.

quantités de fluides opposés fournies par le courant à l'extrémité des conducteurs métalliques.

Cette manière d'envisager l'électrolyse soulève une difficulté. Il semble, en effet, que dès que la force électromotrice dépasse la limite nécessaire pour rompre l'équilibre d'une molécule, à un courant nul doivent brusquement succéder un courant très intense et, pour ainsi dire, une décomposition explosive de l'électrolyte. Or cela n'est pas et ne peut pas être, car un tel résultat serait en contradiction avec le principe de la conservation de l'énergie. Clausius (¹), qui a signalé cette difficulté, la résout de la manière suivante. Pour l'explication des phénomènes calorifiques, il a été conduit (²) à admettre que, dans un corps solide, les molécules oscillent autour de certaines positions d'équilibre fixes; mais que, dans les corps liquides, les molécules décrivent des trajectoires qui ne sont pas nécessairement fermées. Dans le cas d'un électrolyte, on peut, de la même manière, admettre que les deux éléments de la molécule, électrisés en sens contraire, ne sont pas invariablement liés, mais peuvent se déplacer l'un par rapport à l'autre en décrivant des trajectoires quelconques. Comme les deux sortes de molécules existent en même nombre dans un électrolyte, il y aura des quantités égales d'électricités contraires dans chaque unité de volume du liquide et il n'y aura aucune électrisation apparente.

Sous l'empire d'une force électromotrice, les courbes décrites par les molécules s'allongent dans la direction de cette force; le nombre de molécules positives qui, pendant l'unité de temps, traversent dans le sens de la force l'unité de surface d'un plan perpendiculaire aux lignes de force, l'emporte sur celles qui traversent le même plan en sens contraire. C'est en cela que consiste le passage du courant à travers l'électrolyte. L'intensité de ce courant sera proportionnelle à la force électromotrice résultante.

La décomposition d'un électrolyte doit, dans l'hypothèse de

(¹) CLAUSIUS, *Die mechanische Behandlung der Electricität*, *Abschnitt* VI, *Electricitätsleitung in Electrolyten*; p. 159 et suiv. Braunschweig, 1879.

(²) *Voir* t. II, 3ᵉ fascicule, au Chapitre de la *Théorie des gaz*.

Clausius, s'effectuer, quelque faible que puisse être la force électromotrice employée (c'est ce que nous avons en effet constaté), mais l'altération de la surface des électrodes développe aussitôt des forces électromotrices inverses (polarisation) qui diminuent et peuvent annuler sensiblement la force électromotrice résultante. Dans le cas où cette modification des surfaces ne se produit pas, par exemple quand on électrolyse du sulfate de cuivre entre des électrodes de cuivre, il n'y a pas de polarisation et la force électromotrice la plus minime produit effectivement une décomposition chimique régulière et provoque un courant permanent à travers la masse de l'électrolyte.

FIN DU QUATRIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

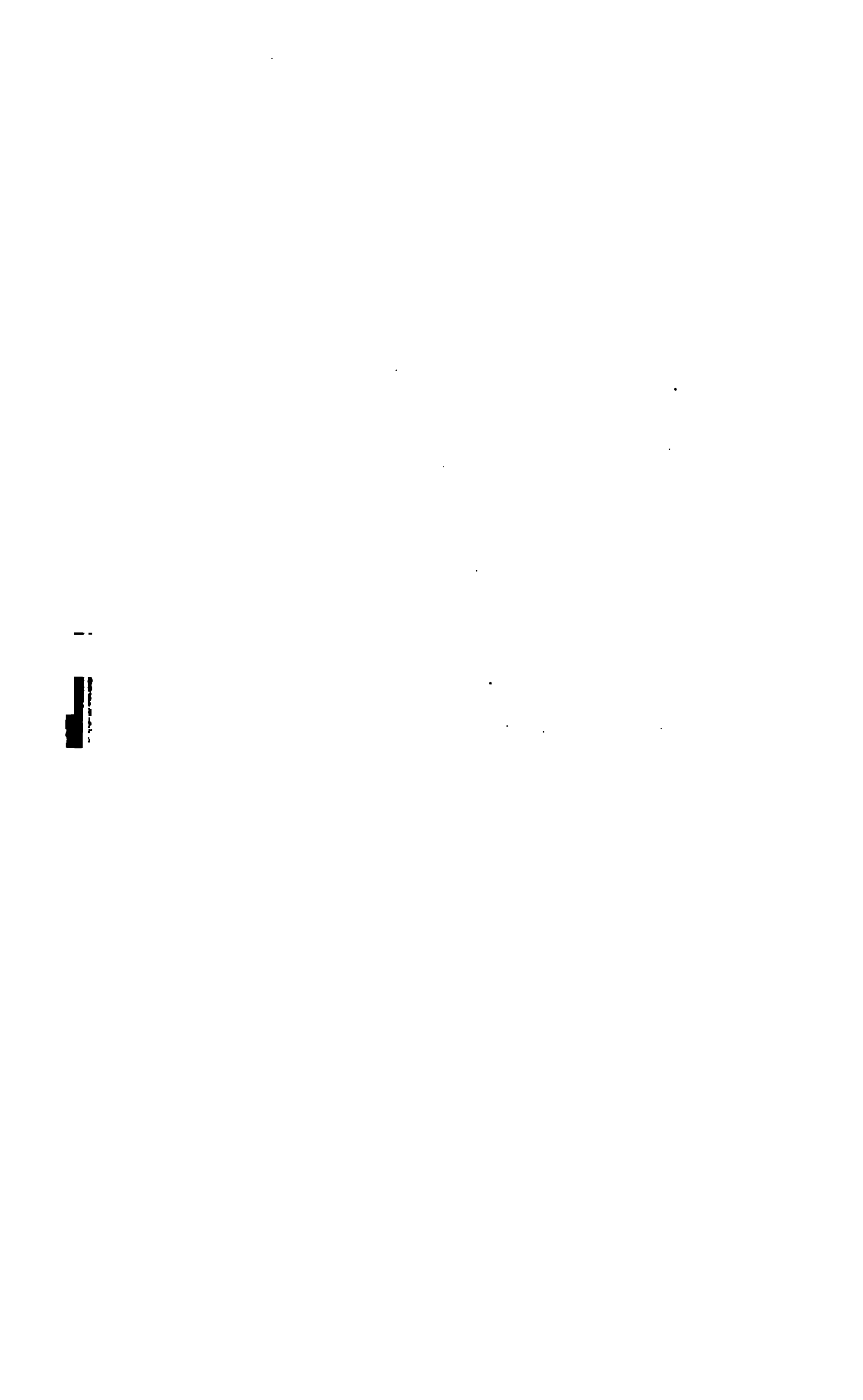


TABLE DES MATIÈRES

DU QUATRIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

MÉTÉOROLOGIE ÉLECTRIQUE.

CHAPITRE PREMIER.

Électricité atmosphérique.

CHAPITRE II.

Magnétisme terrestre.

APPLICATIONS DE L'ÉLECTRICITÉ.

CHAPITRE PREMIER.

Électromoteurs fondés sur l'induction.

CHAPITRE II.

Lumière électrique. — Galvanoplastie.

CHAPITRE III.

Télégraphie. — Téléphonie. — Photophonie.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DU QUATRIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

FIN DES TABLES DU QUATRIÈME FASCICULE DU TOME QUATRIÈME.

15917 Paris. — Imprimerie Gauthier-Villars et Fils, quai des Grands-Augustins, 55.

Fig. 3.

